

## PRAKTIKUM MAPLE 5 TURUNAN

Turunan fungsi  $y = f(x)$  dapat dituliskan  $f'(x)$  atau  $\frac{dy}{dx}$  didefinisikan sebagai berikut:

$$f'(x) = \frac{dy}{dx} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

**Contoh:**

Tentukan turunan fungsi  $f(x) = x^3 + 6x^2 - 6x - 7$ . Kemudian tentukan gradien persamaan garis singgung grafik fungsi tersebut di titik (1,-4).

Langkah-langkah:

1. Definisikan  $f(x)$
2. Tuliskan pada Maple  
> turunan := (x) → limit((f(x+h)-f(x))/h, h=0);
3. Tuliskan pada Maple  
> turunan(x);  
Dari perhitungan tersebut diperoleh berapa hasil dari turunan  $f'(x)$ ?
4. Untuk mencari gradien, tuliskan pada Maple  
> turunan(1);
5.  $f(x)$  dan  $f'(x)$  dapat digambar pada bidang yang sama, tuliskan pada Maple  
> plot([f(x), turunan(x)], x=-10..10, color=[green, orange], legend=["Grafik f(x)", "Grafik f'(x)"]);  
Coba amati pada gambar!
  - a. Saat grafik  $f'(x)$  bernilai negatif, maka grafik  $f(x)$  nya turun.
  - b. Saat grafik  $f'(x)$  bernilai positif, maka grafik  $f(x)$  nya naik.
  - c. Saat nilai  $x$  di mana  $f'(x) = 0$  (memotong sumbu  $x$ ) menunjukkan bahwa gradien persamaan garis singgung  $f(x)$  di titik  $x$  tersebut adalah 0 (garis singgungnya mendatar/horizontal).

**Soal**

Carilah Turunan Fungsi Berikut Ini:

1.  $f(x) = 3x^4 + 2x^2 - 5x$ .  
Kemudian tentukan gradien persamaan garis singgung grafik fungsi tersebut di titik (2,6).
2.  $f(x) = 2x^3 + 7x$ .  
Kemudian tentukan gradien persamaan garis singgung grafik fungsi tersebut di titik (5,-1).
3.  $f(x) = 3x^{1/2}$   
Kemudian tentukan gradien persamaan garis singgung grafik fungsi tersebut di titik (4, -2).
4.  $f(x) = \frac{1}{2}x^{3/2}$   
Kemudian tentukan gradien persamaan garis singgung grafik fungsi tersebut di titik (0, -1).
5.  $f(x) = 6\sqrt{x^5}$   
Kemudian tentukan gradien persamaan garis singgung grafik fungsi tersebut di titik (3, -5).

## Turunan Implisit

Apabila diketahui fungsi implisit  $f$  dalam bentuk eksplisit  $x$  dan  $y$ , maka perintah untuk mencari  $dy/dx$  dengan Maple adalah:

> `implicitdiff(f, y, x);`

Apabila akan dicari turunan  $dx/dy$ , maka perintahnya adalah:

> `implicitdiff(f, x, y);`

### Contoh:

Tentukan  $\frac{dy}{dx}$  dari  $x^3 + y^3 = 27$ . Tentukan pula  $\frac{dx}{dy}$  dari fungsi implisit tersebut!

Langkah-langkah:

1. Definisikan fungsi implisit  $f$
2. Cari  $\frac{dy}{dx}$
3. Cari  $\frac{dx}{dy}$

### Soal

Tentukan  $\frac{dy}{dx}$  dan  $\frac{dx}{dy}$  dari:

1.  $x^2 + y^2 = 16$
2.  $x^3 + y^3 = 9xy$
3.  $x^2 + y^2 - 5x + 8y + 2xy^2 = 19$
4.  $x^3 + 5 \ln(x.y) - 3xy = -4$
5.  $x^2 + 2xy - 5y^2 = 1$

## Turunan Orde Tinggi

Dengan menggunakan Maple, dapat dicari turunan kedua, ketiga, keempat, dan seterusnya dari suatu fungsi. Adapun sintaks perintahnya adalah sebagai berikut:

> `diff(f, x$n);`

**Contoh:**

Tentukan turunan kedua dari  $f(x) = \cos(2x)$ ! Tentukan pula  $f^3(x)$  dan  $f^4(x)$ .

Langkah-langkah:

- a. Definisikan  $f(x)$
- b. Cari turunan kedua
  - `diff(f(x),x$2);`
- c. Cari turunan ketiga
  - `diff(f(x),x$3);`
- d. Cari turunan keempat
  - `diff(f(x),x$4);`

**Turunan Parsial**

Fungsi dengan 2 variabel yaitu  $f(x, y)$ , turunan parsialnya adalah  $f_x$  (turunan parsial terhadap  $x$ ) dan  $f_y$  (turunan parsial terhadap  $y$ ) didefinisikan oleh:

$$f_x(x, y) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h, y) - f(x, y)}{h} \quad \text{jika ditentukan } f_x, y \text{ dipandang konstan}$$

$$f_y(x, y) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x, y+h) - f(x, y)}{h} \quad \text{jika ditentukan } f_y, x \text{ dipandang konstan}$$

**Contoh**

Diketahui fungsi sebagai berikut:

$$f(x, y) = 2x^3 + 5x^2y^3 - y^2 \text{ dan } g(x, y, z) = \frac{\cos(xy)}{z} + x^3y^2z$$

Tentukan  $f_x, f_y, g_x, g_y, g_z$ !

$$> f := (x, y) \rightarrow 2*x^3 + 5*x^2*y^3 - y^2;$$

$$> g := (x, y, z) \rightarrow \cos(x*y)/z + x^3*y^2*z;$$

Untuk mencari  $f_x$  dan  $f_y$

$$> \text{diff}(f(x, y), x);$$

$$> \text{diff}(f(x, y), y);$$

Untuk mencari  $g_x, g_y,$  dan  $g_z$  yaitu:

$$> \text{diff}(g(x, y, z), x);$$

$$> \text{diff}(g(x, y, z), y);$$

$$> \text{diff}(g(x, y, z), z);$$

## Turunan Parsial Orde Tinggi

Suatu fungsi  $f$  diturunkan dua kali terhadap  $x$ , dinotasikan dengan  $f_{xx}$ . Sedangkan apabila diberikan notasi  $f_{xy}$ , maka bermakna bahwa  $f$  diturunkan parsial terhadap  $x$  kemudian terhadap  $y$ .

### Contoh:

Diketahui fungsi  $f(x, y, z) = x^2y^3z^3 - 8x^4y^3 + z^2$ . Tentukan  $f_{xx}$ ,  $f_{xyx}$ ,  $f_{yyy}$ ,  $f_{xxy}$ ,  $f_{xyz}$   
Langkah-langkah:

1. Definisikan  $f(x, y, z)$
2. Untuk mencari  $f_{xx}$ 
  - `diff(f(x,y,z),x$2);`
3. Untuk mencari  $f_{xyx}$ 
  - `diff(f(x,y,z),x,y,x);`
4. Untuk mencari  $f_{yyy}$ ,  $f_{xxy}$  dan  $f_{xyz}$ .
  - > `diff(f(x,y,z),y$3);`
  - > `diff(f(x,y,z),x$2,y);`
  - > `diff(f(x,y,z),x,y,z);`