

Buku ajar Matematika menjadi fondasi utama dalam pemaparan konsep penting bagi mahasiswa guru Pendidikan Guru Sekolah Dasar yang terus dipersiapkan agar lebih matang dalam mengajar murid-murid masa depan. Pemaparan konsep utama diikuti dengan latihan praktis menjembatani pemahaman dan aplikasi yang diperlukan sebagai kesinambungan antara konsep dan realita. Disusun berdasarkan sistem bab yang ketat memberikan persiapan pembelajaran di ruang kelas yang kaya. Adapun bab-bab yang ada dalam buku ajar Matematika, di antaranya:

- Bab I : Operasi Hitung Bilang Bulat
- Bab II : Pecahan dan Operasi Hitungnya
- Bab III : KPK dan FPB
- Bab IV : Bilangan Kuadrat dan Akar Pangkat
- Bab V : Bangun Datar
- Bab VI : Bangun Ruang
- Bab VII : Satuan Pengukuran
- Bab VIII : Perbandingan dan Skala
- Bab IX : Statistika
- Bab X : Penyajian Data



Jl. Nyi Wiji Adisoro RT. 03/01 Pelemsari
Prenggan, Kotagede, Yogyakarta 55172
Email Marketing Cs.: nutamediajogja@gmail.com

ISBN: 978-623-6040-11-9



9 786236 040119

Matematika untuk PGSD/PGMI

Matematika untuk PGSD/PGMI

Sukiyanto, Wiputra Cendana,
Muh. Khaerul Ummah BK, Hamna, Kunti Dian Ayu Afiani,
Endrayana Putut L.E. , Wuli Oktiningrum, Tri Astari, Jusmawati,
Nyamik Rahayu Sesanti, Abdul Wahab, Junaedi, Sutan Syahrir

Editor: Ari Setiawan & Wiputra Cendana



**MATEMATIKA
UNTUK PGSD/PGMI**

**Sukiyanto; Wiputra Cendana; Mariamah; Muh. Khaerul
Ummah BK; Hamna, Kunti Dian Ayu Afiani; Endrayana
Putut L.E.; Firmansyah; Wuli Oktiningrum; Tri Astari;
Jusmawati; Nyamik Rahayu Sesanti, Abdul Wahab;
Junaedi, Sutan Syahrir**

"Kolaborasi Dosen PGSD Lintas PTN/PTS"



MATEMATIKA
UNTUK PGSD/PGMI

Nuta Media, Yogyakarta
Ukuran. 16 x 24
Halaman 162 + vi

Cetakan : I, April 2021
ISBN : 978-623-6040-11-9

Penulis : Sukiyanto; Wiputra Cendana; Mariamah; Muh.
Khaerul Ummah BK; Hamna, Kunti Dian Ayu Afiani; Endrayana
Putut L.E.; Firmansyah, Wuli Okuningrum; Tri Astari; Jusmawati;
Nyamik Rahayu Sesanti, Abdul Wahab, Junaedi, Sutan Syahrir

Editor : Ari Setiawan & Wiputra Cendana
Sampul : NuNaNev
Layout : NuNaNev

Diterbitkan oleh :
Nuta Media
Jl. P. Romo, No. 19 Kotagede Jogjakarta/
Jl. Nyi Wiji Adhisoro, Prenggan Kotagede Yogyakarta
nutamediajogja@gmail.com; 081228153789

@2021, Hak Cipta dilindungi undang-undang, dilarang keras
menterjemahkan, memfotokopi atau memperbanyak sebagian atau
seluruh isi buku ini tanpa izin tertulis dari penerbit

**ISI DI LUAR TANGGUNGJAWAB PENERBIT DAN
PERCETRAKAN**

dicetak olah : Nuta Media

Pengantar Penulis

Puji syukur kehadiran Allah SWT, yang telah memberikan Rahmat dan Hidayah-Nya sehingga penyusunan buku yang berjudul “Matematika untuk PGSD/PGMP” dapat terselesaikan. Buku ini adalah hasil kolaborasi dosen PGSD lintas kampus PTN/PTS. Kehadiran buku ini adalah hasil perjuangan yang luar biasa dari teman2 dosen yang terlibat dalam penulisannya.

Buku ini hadir untuk membantu para mahasiswa maupun guru SD untuk lebih memahami tentang matematika di SD/MI. Pemahaman yang tepat tentang Matematika akan menghasilkan kualitas pemahaman dan pembelajaran yang semakin baik. Pembahasan dalam buku ini lugas dan disertai dengan contoh-contoh. Selain itu buku ini disesuaikan dengan materi yang diajarkan pada mahasiswa PGSD/PGMI.

Kami ucapkan terimakasih banyak pada semua pihak, semoga buku ini bermanfaat selamat membaca dan memiliki. Kami Tim Penulis menyadari masih banyak keterbatasan dalam buku ini, oleh karenanya saran dan kritik sangat diharapkan.

Indonesia , Maret 2021

Tim Penulis

DAFTAR ISI

PENGANTAR PENULIS	III
DAFTAR ISI	IV
BAB I. OPERASI HITUNG BILANGAN BULAT.....	1
A. Konsep Dasar Bilangan Bulat	1
1. Bilangan Bulat Positif	1
2. Bilangan Bulat Negatif.....	1
3. Bilangan Bulat Nol.....	1
4. Bilangan Ganjil	2
5. Bilangan Genap	2
B. Sejarah Singkah Pengenalan Bilangan Bulat dalam Perhitungan Matematika	2
C. Pentingnya Mempelajari Operasi Hitung Bilangan Bulat di SD/MI	5
D. Contoh Operasi Hitung Bilangan Bulat.....	5
1. Bilangan Bulat.....	5
2. Operasi Hitung pada Bilangan Bulat.....	7
3. Penjumlahan dan sifat-sifatnya	7
4. Pengurangan.....	8
5. Perkalian.....	9
6. Pembagian	12
E. Latihan Soal Operasi Hitung Bilangan Bulat	13
BAB II. PECAHAN DAN OPERASI HITUNGNYA.....	15
A. Pengertian Pecahan	15
B. Konsep Pecahan, Desimal dan Persen.....	15
1. Pecahan Biasa.....	15
2. Pecahan Desimal dan Persen	17
3. Pecahan Campuran	19
4. Pecahan Senilai	20
C. Operasi Hitung pada Pecahan	21
1. Penjumlahan.....	21
2. Perkalian dan Pembagian Pecahan	24
D. Soal Latihan	27
BAB III . KELIPATAN PERSEKUTUAN TERKECIL (KPK) DAN FAKTOR PERSEKUTUAN TERBESAR (FPB)	29
A. Kelipatan Persekutuan Terkecil (KPK)	29

1. Kelipatan Suatu Bilangan	29
2. Kelipatan Pesekutuan	31
3. Cara Menentukan KPK Suatu Bilangan	32
4. Contoh KPK dalam Kehidupan Sehari – hari	34
B. FAKTOR PERSEKUTUAN TERBESAR (FPB)	37
1. Faktor Suatu Bilangan	37
2. Faktor Persekutuan	39
3. Bilangan Prima dan Faktorisasi Prima	41
4. Aplikasi FPB dalam Kehidupan Sehari –hari	47
C. Latihan Soal	48
BAB V. BANGUN DATAR	57
A. Konsep Dasar Materi Ajar Bangun Datar dalam Mata Pelajaran Matematika Jenjang SD/MI	57
B. Jenis-Jenis Bangun Datar dan Sifat Bangunannya	58
1. Bangun Datar Persegi	58
2. Bangun Datar Persegi Panjang	60
3. Bangun datar Segitiga	61
4. Bangun Datar Jajar Genjang	63
5. Bangun Datar Trapesium	64
6. Bangun Datar Belah Ketupat	67
7. Bangun Datar Lingkaran	68
C. Rumus Perhitungan yang Terkait Bangun Datar dan Contoh Perhitungannya	70
1. Bangun Datar Persegi	70
2. Bangun Datar Persegi Panjang	71
3. Bangun Datar Segitiga	73
4. Bangun Datar Jajar Genjang	74
5. Bangun Datar Trapesium	75
6. Bangun Datar Layang-Layang	78
7. Bangun Datar Belah Ketupat	80
8. Bangun Datar Lingkaran	81
D. Pentingnya Pembelajaran Matematika Materi Bangun Datar di SD/MI	83
E. Media Pembelajaran Matematika Materi Bangun Datar di SD/Mi	86
1. Media Visual	87
2. Media Audio	87
3. Media Audiovisual	87
F. Soal Latihan Materi Bangun Datar	88
BAB IX. STATISTIKA	136
SOAL LATIHAN	140

A. Pengertian Data dan Penyajian Data	141
B. Jenis Penyajian Data	141
1. Penyajian Data dengan Diagram (Grafik)	141
2. Penyajian Data dengan Tabel (Daftar)	145
C. Penyajian Data Berkelompok dalam Tabel Distribusi	
<i>Frekuensi</i>	146
1. Interval Kelas	147
2. Batas Kelas	147
3. Tepi Kelas	148
4. Titik Tengah (Tanda Kelas)	149
5. Panjang Kelas	149
6. Menentukan Jumlah Kelas	149
7. Menentukan Panjang Kelas	150
8. Menentukan batas kelas pada setiap interval kelas	150
9. Memasukkan data pada setiap interval kelas pada tabel	
distribusi frekuensi	150
D. Contoh Penyajian Data ke dalam Tabel Distribusi	
<i>Frekuensi</i>	150
E. Latihan	152
BIOGRAFI PENULIS	155

BAB I. OPERASI HITUNG BILANGAN BULAT

Wiputra Cendana, B.Sc., M.Pd.

Hamna, S.Pd., M.Pd.

A. Konsep Dasar Bilangan Bulat

Bilangan bulat adalah nama dari salah satu bilangan rasional meliputi bilangan cacah $\{0,1,2,3,4,5,6,\dots\}$ dan bilangan negatif $\{-1,-2,-3,-4,-5,-6,\dots\}$. Dalam operasi hitung matematika, kehadiran bilangan ini dapat menjadi simbol pengangkaan atau penomoran dan simbol nilai dari suatu pengukuran atau simbol hasil perhitungan. Sebagai suatu konsep yang telah lama ada, bilangan bulat menjadi suatu hal yang tidak terpisahkan dari konsep operasi hitung matematika.

Walaupun sebelumnya telah diterangkan bahwa bilangan bulat terdiri dari bilangan cacah dan bilangan negatif, namun dalam himpunan bilangannya dapat dibagi menjadi tiga jenis bilangan bulat.

1. Bilangan Bulat Positif

Bilangan jenis ini sering dikenal dengan sebutan bilangan asli karena dalam penyimbolan bilangannya dimulai dari angka positif 1 dan seterusnya di mana himpunannya dinyatakan dengan pengangkaan $\{1,2,3,4,5,6,\dots\}$ dan seterusnya.

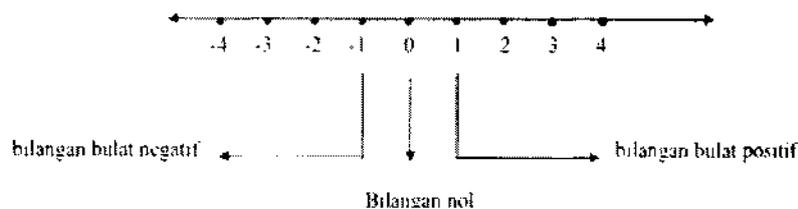
2. Bilangan Bulat Negatif

Bilangan jenis ini merupakan kebalikan dari atau lawan dari bilangan bulat positif yang himpunannya ditandai dengan penyimbolan angka negatif $\{-1,-2,-3,-4,-5,-6,\dots\}$ dan seterusnya.

3. Bilangan Bulat Nol

Bilangan jenis ini lazimnya disimbolkan dengan angka (0) yang merupakan bilangan bulat yang bukan angka positif (+) dan bukan angka negatif (-).

Himpunan bilangan bulat sebagaimana yang tersusun dari bilangan bulat positif (+), bilangan bulat negatif (-) dan bilangan bulat nol dapat dituliskan $\{\dots,-4,-3,-2,-1,0,1,2,3,4,\dots\}$ dan seterusnya) atau dapat digambarkan dengan menggunakan garis bilangan bulat berikut.



Sesuai penggambarannya seperti yang ditunjukkan melalui garis bilangan bulat, didalam bilangannya juga terdapat bilangan ganjil dan bilangan genap.

4. Bilangan Ganjil

Bilangan ganjil adalah semua jenis bilangan yang tidak dapat habis dibagi 2 dan bukan merupakan bilangan kelipatan 2, seperti angka 1,3,5,7,9,11,13,15,17,19 dan lain sebagainya sesuai ketentuan definisinya.

5. Bilangan Genap

Bilangan genap adalah kebalikan dari bilangan ganjil yang merupakan bilangan-bilangan yang dapat habis dibagi 2 dan merupakan bilangan kelipatan 2, seperti 2,4,6,8,10,12,14,16,18,20 dan lain sebagainya sesuai ketentuan definisinya.

B. Sejarah Singkah Pengenalan Bilangan Bulat dalam Perhitungan Matematika

Sampai tahun ini, belum ditemukan informasi yang paling akurat mengenai tahun ditemukan atau dikenalkannya bilangan-bilangan yang lazimnya digunakan dalam perhitungan matematika, namun informasi yang lebih mendekati bahwa pengenalan bilangan-bilangan telah diperkenalkan oleh seorang matematikawan berkebangsaan Italia bernama Leonardo da Pisa (1175-1250) atau yang lebih dikenal dengan panggilan Fibonacci.

Sebagai orang yang memperkenalkan bilangan Fibonacci, ia turut berperan dalam mengenalkan sistem penulisan dan perhitungan bilangan Arab ke dunia Eropa. Fibonacci sebagai anak muda kala itu, berkelana ke berbagai benua seperti Bugia, Afrika Utara (sekarang Bejaia dan Aljazair) mendampingi ayahnya bernama William yang memimpin sebuah pos dagang untuk Pisa. Selama perjalanannya itulah, Fibonacci belajar tentang sistem bilangan Arab.

Hal yang mendorong Fibonacci tertarik mempelajari bilangan Arab sebab sistem bilangannya lebih sederhana dan lebih efisien dibandingkan bilangan Romawi. Dengan didorong oleh rasa ingin tahunya yang sangat mendalam terhadap bilangan Arab tersebut, Fibonacci kemudian berkelana ke penjuru benua Mediterania untuk belajar kepada ahli matematikawan Arab yang terkenal masa itu.

Sepulang dari Mediterania sekitar tahun 1200, dua tahun kemudian tepatnya tahun 1202 yang kala itu Fibonacci berusia 27

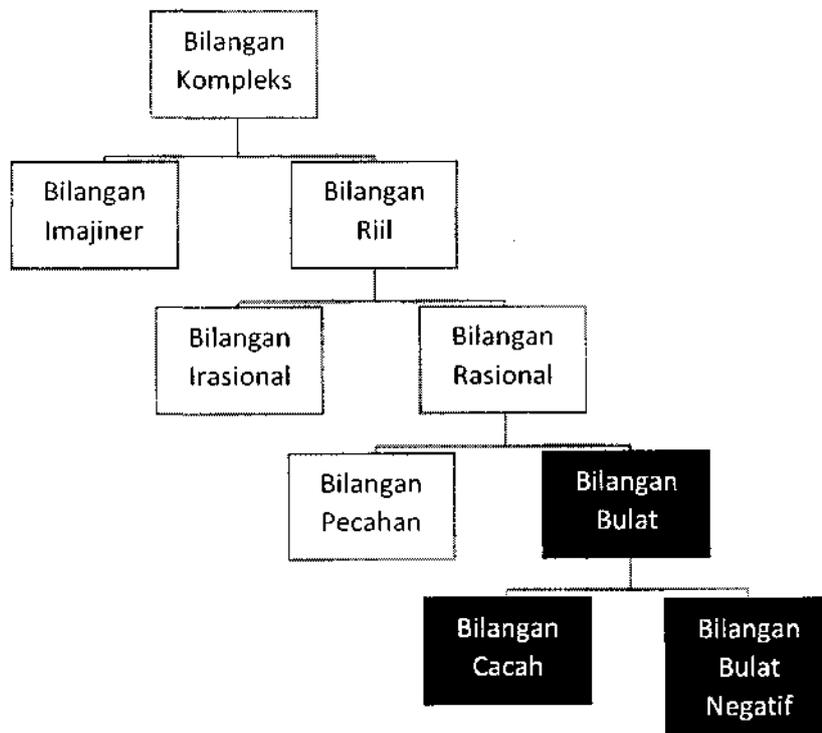
tahun menuliskan apa yang telah dipelajarinya selama belajar dengan ahli matematikawan Arab kedalam buku *Liber Abaci* atau Buku Perhitungan. Dari buku yang dipelajarinya tersebut, Fibonacci semakin menemukan kepraktisan sistem bilangan Arab dengan cara menerapkannya dalam perbukuan dagang, konversi dari berbagai ukuran dan erat, pertukaran uang, perhitungan bunga dan berbagai bentuk aplikasi penerapan lainnya.

Kehadiran buku *Liber Abaci* ini kemudian disambut baik oleh kalangan terpelajar kebangsaan Eropa dan mendorong para pemikir Eropa untuk semakin memahami kepraktisan penggunaan bilangan Arab untuk kepentingan perdagangan dan perkembangan kemajuan ilmu pengetahuan di bidang matematika dan lain sebagainya.

Jauh sebelum Fibonacci memperkenalkan bilangan Arab ke benua Eropa, seorang tokoh ilmuwan matematikawan muslim bernama Al-Khawarizmi atau lengkapnya bernama Muhammad bin Musa Al-Khawarizmi berkebangsaan Persia yang lahir di Kota Khawarizmi (Khiva), Uzbekistan pada tahun 780 M bertepatan 164 Hijriyah yang hidup di masa kejayaan Dinasti Abbasiyah dan meninggal tahun 850 M di Kota Baghdad.

Al-Khawarizmi dalam perannya sebagai ahli matematikawan muslim dikenal sebagai penemu teori aljabar yang kehadirannya sangat berpengaruh di dunia keilmuan matematikawan dan kemajuan ilmu pengetahuan dan peradaban manusia hingga kini, dan simbol angka nol (0) yang selama ini digunakan dalam perhitungan matematika, Al-Khawarizmi jugalah yang menemukannya sehingga baik teori Aljabar dan angka nol (0) yang telah ditemukannya ini menjadi cikal bakal dikenalnya pembilangan dalam perhitungan matematika yang salah satunya bilangan bulat.

Saat menjelaskan teori Aljabar yang ditemukannya, Al-Khawarizmi menuliskannya dalam sebuah buku yang berjudul *Hisab Aljabar wal Muqabalah* yang didalam pengaplikasian teorinya memungkinkan penggunaan angka rasional, irasional, dan magnitude geometris menjadi objek-objek Aljabar. Sebagaimana dalam silsilah bilangan, bilangan bulat rasional meliputi bilangan bulat. Sementara angka (0) yang menjadi salah satu ciri dari bilangan bulat yang sebagaimana ditemukan oleh Al-Khawarizmi kehadirannya sangat berguna hingga saat ini dan telah digunakan di seluruh penjuru dunia dan ilmu pengetahuan dan teknologi. Sebagai penemu angka (0), Al-Khawarizmi juga telah menuliskannya dalam sebuah buku yang berjudul *Al-Jam'a wa Al-Tafriq bi Al-Hisab Al-Hindi*.



Gambar 1.1

Sebagai seorang muslim dengan kecerdasan yang dimiliki oleh Al-Khawarizmi, banyak ilmuwan-ilmuan Barat seperti Copernicus termasuk Fibonacci terpengaruh akan teori yang ditemukan oleh Al-Khawarizmi. Tidak hanya sebagai ilmuwan matematika, Al-Khawarizmi juga seorang ahli di bidang ilmu lainnya seperti astronomi, musik, filsafat, logika, ilmu hitung, geografi dan kimia.

Berkat kecerdasannya, Al-Khawarizmi yang hidup pada zaman kekuasaan Khalifah Al-Ma'mun, ia dinobatkan menjadi anggota Baitul Hikmah (Darul Hikmah) di Baghdad yang bergerak pada sebuah Lembaga penelitian yang didirikan oleh Khalifah Harun ar-Rasyid. Hingga menjelang tutup usia, Al-Khawarizmi telah mewariskan ilmu yang sangat bermanfaat dalam dunia sains dan teknologi sampai saat sekarang ini yang tidak hanya dirasakan oleh kalangan muslim saja, tetapi seluruh pemikir yang ada di dunia ini. Atas kecerdasan yang diwariskannya tersebut menjadikan namanya tetap abadi seiring dengan perkembangan ilmu pengetahuan dan teknologi serta kemajuan peradaban manusia di dunia ini.

C. Pentingnya Mempelajari Operasi Hitung Bilangan Bulat di SD/MI

Ada beberapa alasan yang mendasari pentingnya anak usia SD/MI diajarkan pengenalan bilangan bulat dan konsep operasi hitung sederhananya. Penjelasannya tersebut meliputi pengenalan lambang-lambang bilangan bulat yang digunakan, operasi hitung dan sifat bilangannya, dan bagaimana anak di usia SD/MI dapat menerapkan konsep bilangan bulat didalam menyelesaikan masalah hitungan sederhana.

Disebutkan pada salah satu teori perkembangan kognitif John Piaget bahwa anak di usia pra operasional konkrit (usia 2 sampai 7 tahun) dengan ciri utama anak usia tersebut telah mulai mengenal beberapa simbol sederhana, baik pengenalan terhadap simbol menyerupai angka, hurup dan simbol sederhana lainnya, dan pengenalan terhadap simbol-simbol tersebut semakin menguat ketika anak telah memasuki fase usia operasional konkrit (usia 7 sampai akhir 11 tahun) yang ditandai dengan kemampuan anak yang telah mulai mencoba melakukan upaya pemecahan masalah sederhana berdasarkan simbol-simbol sederhana yang sebelumnya telah diketahuinya. Kita pahami bahwa anak di usia operasional konkrit sebagai kelanjutan fase usia pra operasional konkrit ini sesungguhnya menunjukkan usia pada umumnya anak yang berada pada usia jenjang Pendidikan SD/MI.

Pengenalan simbol matematika untuk anak usia SD/MI seperti pengenalan bilangan bulat dan operasi hitungnya sudah dipandang tepat untuk diajarkan bagi anak di usia tersebut untuk tujuan bagaimana agar anak dapat mengenal dan membiasakan diri melakukan operasi hitung bilangan bulat walaupun masih bersifat sederhana. Manfaat lain yang bisa didapati anak usia SD/MI dalam mempelajari konsep bilangan bulat dan operasi hitungannya, seperti menstimulasi anak untuk terbiasa menyelesaikan masalah-masalah yang bersifat sederhana dengan menggunakan konsep matematika yang menggunakan bilangan bulat dan operasi perhitungannya.

D. Contoh Operasi Hitung Bilangan Bulat

1. Bilangan Bulat

Bilangan bulat adalah bilangan bukan pecahan yang terdiri dari bilangan:

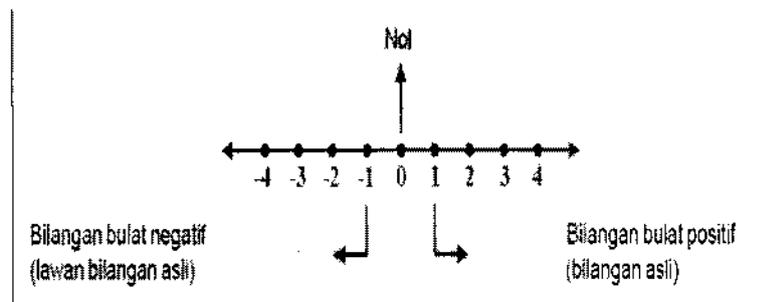
- Bulat positif (1, 2, 3, 4, ...)

- Nol (0)
- Bulat negatif (-1, -2, -3, -4, ...)

Dilambungkan dengan huruf “Z” yang berasal dari bahasa Jerman ‘Zahlen’ yang artinya ‘Bilangan’

Garis Bilangan

- Makin ke kanan, nilai suatu bilangan makin besar
- Makin ke kiri, nilai suatu bilangan makin kecil



Himpunan Bilangan Bulat

$$A = \{ \dots, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, \dots \}$$

Di dalam bilangan bulat terdapat bilangan bulat genap dan bilangan bulat ganjil.

Bilangan bulat genap: $\{ \dots, -6, -4, -2, 0, 2, 4, 6, \dots \}$. Bilangan yang habis dibagi 2

Bilangan bulat ganjil: $\{ \dots, -5, -3, -1, 1, 3, 5, \dots \}$. Bilangan yang tidak habis dibagi 2

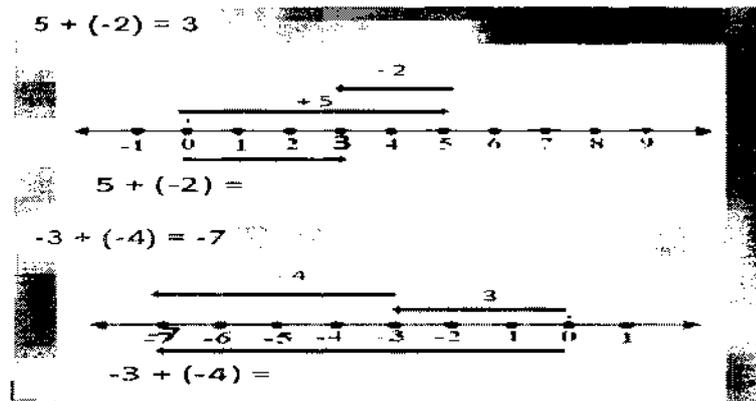
LATIHAN 1

1. Tulislah bilangan bulat mulai dari -5 sampai dengan 4!
2. Tulislah bilangan bulat genap antara -6 dan 11!
3. Tulislah bilangan bulat ganjil antara -1 dan 1!
4. Tulislah bilangan prima mulai dari -7 dan 12!
5. SISIPKAN “>” ATAU “<”
 - 45 -28
 - 29 -55
 - 22 -11
 - 88 134
 - 0 -5
 - 12 -12

2. Operasi Hitung pada Bilangan Bulat

- Penjumlahan
- Pengurangan
- Perkalian
- Pembagian

Contoh:



LATIHAN 2

Selesaikan dengan garis bilangan

1. $7 + (-3) = \dots\dots$
2. $-2 + (-4) = \dots\dots$
3. $-7 + 5 = \dots\dots$

3. Penjumlahan dan sifat-sifatnya

- Sifat Asosiatif
 $(a + b) + c = a + (b + c)$
Contoh :
 $(5 + 3) + 4 = 5 + (3 + 4) = 12$
 $(-5 + 3) + 4 = -5 + (3 + 4) = 2$
- Sifat Komutatif
 $a + b = b + a$
Contoh :
 $7 + 2 = 2 + 7 = 9$
- Unsur Identitas terhadap penjumlahan Bilangan Nol (0)
disebut unsur identitas atau netral terhadap penjumlahan

$$a + 0 = 0 + a$$

Contoh :

$$6 + 0 = 0 + 6$$

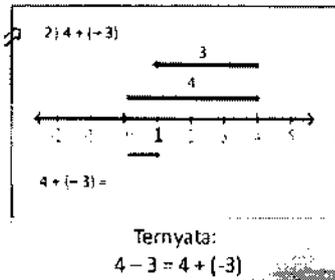
- Unsur invers terhadap penjumlahan
Invers jumlah (lawan) dari a adalah $-a$
Invers jumlah (lawan) dari $-a$ adalah a
 $a + (-a) = (-a) + a$
contoh :
 $5 + (-5) = (-5) + 5 = 0$
- Bersifat tertutup
Apabila dua buah bilangan bulat ditambahkan maka hasilnya adalah bilangan bulat juga.
 a dan b , bilangan bulat, sehingga $a + b = c$; c , bilangan bulat
Contoh :
 $4 + 5 = 9$; 4, 5, 9 Bilangan bulat

4. Pengurangan

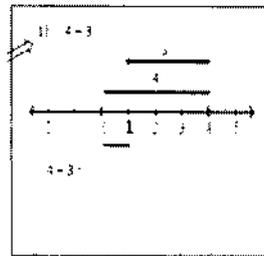
- Untuk sembarang bilangan bulat berlaku :
 $a - b = a + (-b)$
 $a - (-b) = a + b$
Contoh:
 $8 - 5 = 8 + (-5) = 3$
 $7 - (-4) = 7 + 4 = 11$
- Sifat Komutatif dan asosiatif tidak berlaku
 $a - b \neq b - a$
 $(a - b) - c \neq a - (b - c)$
Contoh :
 $7 - 3 \neq 3 - 7 \Rightarrow 4 \neq -4$
 $(9 - 4) - 3 \neq 9 - (4 - 3) \quad 2 \neq 8$
- Pengurangan bilangan nol mempunyai sifat :
 $a - 0 = a$ dan $0 - a = -a$
- Bersifat tertutup, yaitu bila dua buah bilangan bulat dikurangkan hasilnya adalah bilangan bulat juga:
"E" dibaca "anggota"
 a dan $b \in$ bilangan bulat maka $a - b = c$; $c \in$ bilangan bulat
Contoh :
 $7 - 8 = -1$; 7, 8, -1 \in bilangan bulat

Contoh Soal:

$$4 + (-3) = 1$$

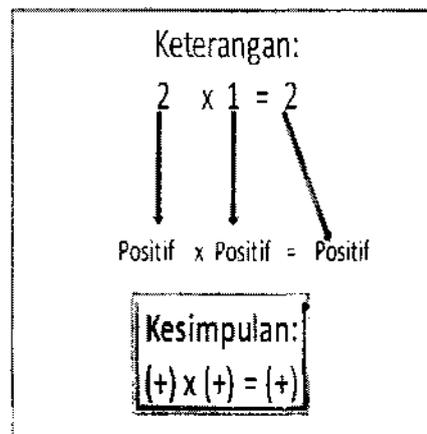
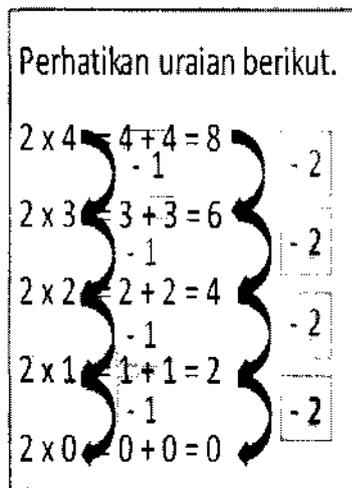


$$4 - 3 = 1$$



5. Perkalian

- $a \times b = ab$ hasil perkalian dua bilangan bulat positif adalah bilangan bulat positif.



- $a \times -b = -ab$ hasil pekalian bilangan bulat positif dan negatif hasilnya adalah bilangan bulat negative

Perhatikan uraian berikut.

$$\begin{array}{l}
 2 \times (-1) = (-1) + (-1) = -2 \\
 \quad \quad \quad -1 \qquad \qquad \qquad -2 \\
 2 \times (-2) = (-2) + (-2) = -4 \\
 \quad \quad \quad -1 \qquad \qquad \qquad -2 \\
 2 \times (-3) = (-3) + (-3) = -6 \\
 \quad \quad \quad -1 \qquad \qquad \qquad -2 \\
 2 \times (-4) = (-4) + (-4) = -8 \\
 \quad \quad \quad -1 \qquad \qquad \qquad -2
 \end{array}$$

Keterangan:

$$2 \times (-4) = -8$$

Positif x Negatif = Negatif

Kesimpulan:
 $(+) \times (-) = (-)$

- $-a \times -b = ab$ hasil perkalian dua bilangan negatif adalah bilangan bulat positif.

Perhatikan uraian berikut.

$$\begin{array}{l}
 -2 \times (-1) = -(2 \times (-1)) = -[(-1) + (-1)] = 2 \\
 \quad \quad \quad -1 \qquad \qquad \qquad -2 \\
 -2 \times (-2) = -(2 \times (-2)) = -[(-2) + (-2)] = 4 \\
 \quad \quad \quad -1 \qquad \qquad \qquad -2 \\
 -2 \times (-3) = -(2 \times (-3)) = -[(-3) + (-3)] = 6 \\
 \quad \quad \quad -1 \qquad \qquad \qquad -2 \\
 -2 \times (-4) = -(2 \times (-4)) = -[(-4) + (-4)] = 8 \\
 \quad \quad \quad -1 \qquad \qquad \qquad -2
 \end{array}$$

Keterangan:

$$-2 \times (-3) = 6$$

Negatif x Negatif = Positif

Kesimpulan:
 $(-) \times (-) = (+)$

- d. $-a \times b = -ab$ hasil perkalian bilangan bulat negatif dan positif hasilnya adalah bilangan bulat negatif.

Perhatikan uraian berikut.

$$\begin{array}{l}
 -2 \times 4 = -(2 \times 4) = -(4 + 4) = -8 \\
 \quad \quad \quad -1 \qquad \qquad \qquad -2 \\
 -2 \times 3 = -(2 \times 3) = -(3 + 3) = -6 \\
 \quad \quad \quad -1 \qquad \qquad \qquad -2 \\
 -2 \times 2 = -(2 \times 2) = -(2 + 2) = -4 \\
 \quad \quad \quad -1 \qquad \qquad \qquad -2 \\
 -2 \times 1 = -(2 \times 1) = -(1 + 1) = -2 \\
 \quad \quad \quad -1 \qquad \qquad \qquad -2 \\
 -2 \times 0 = -(2 \times 0) = -(0 + 0) = 0 \\
 \quad \quad \quad -1 \qquad \qquad \qquad -2
 \end{array}$$

Keterangan:

$$-2 \times 3 = -6$$

Negatif x Positif = negatif

Kesimpulan:
 $(-) \times (+) = (-)$

- Sifat Asosiatif
 $(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$

Contoh:

$$[2 \times (-3)] \times (-1) =$$

$$2 \times [(-3) \times (-1)] =$$

Kesimpulan:
 Bila a , b dan c bilangan bulat, maka
 $(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$

- Sifat komutatif
 $a \times b = b \times a$

b. Bersifat Komutatif

Contoh

$$(-4) \times 5 = -20$$

$$5 \times (-4) = -20$$

$$(-4) \times 5 = 5 \times (-4)$$

Kesimpulan:
 Bila a dan b bilangan bulat, maka
 $a \times b = b \times a$

- Sifat distributif
 $a \times (b+c) = (a \times b) + (a \times c)$
- Bersifat tertutup
 Jika dua bilangan bulat dikalikan maka hasilnya adalah bilangan bulat juga.
 $a \times b = c$; $a, b, c \in$ bilangan bulat

<p>a. Bersifat tertutup</p> <p>Contoh</p> $(-3) \times 2 = -6$ <p>3, 2 dan 6 adalah bilangan bulat</p>	<p>Kesimpulan:</p> <p>Bila a dan b bilangan bulat, maka $a \times b$ adalah bilangan bulat</p>
---	--

- Perkalian bilangan bulat dengan 0 dan 1
 Hasil perkalian bilangan bulat dengan nol hasilnya adalah bilangan nol.
 $a \times 0 = 0$
 Hasil perkalian bilangan bulat dengan 1 hasilnya adalah bilangan bulat itu juga.
 $a \times 1 = 1 \times a = a$

<p>c. Unsur identitas/Netral</p> <p>Contoh</p> $1 \times 2 = 2$ $(-2) \times 1 = -2$	<p>Kesimpulan:</p> <p>Bila a bilangan bulat, maka $a \times 1 = a$</p>
---	---

6. Pembagian

Perhatikan Operasi Pembagian berikut ini.

$$4 \times 3 = 12$$

Apa artinya?

$$12 : 3 = 4 \text{ atau } 12 : 4 = 3$$

$$4 \times (-3) = -12$$

Apa artinya?

$$-12 : 4 = -3 \text{ atau } -12 : (-3) = 4$$

Operasi pembagian merupakan invers dari operasi perkalian. Konsep tanda yang berlaku pada operasi pembagian sama dengan operasi perkalian.

Pembagian dengan 1

$$a : 1 = a$$

Pembagian dengan 0

$$0 : a = 0$$

$a : 0 =$ tidak terdefinisi

E. Latihan Soal Operasi Hitung Bilangan Bulat

Jawablah dengan benar soal operasi hitung bilangan bulat di bawah ini lengkap dengan Langkah-langkah penyelesaiannya.

1. $50 + 11 - 8 = \dots$
2. $86 - (-64) + (-18) = \dots$
3. $380 + (-58) - 127 = \dots$
4. $28 \times (-10) : 7 = \dots$
5. $-1928 + 2798 - (-1883) = \dots$
6. $(-45 \times 12) : (-22 \times 2) = \dots$
7. $-54 : (-10) \times 12 : 5 = \dots$
8. $50 + 36 : -4 \times -5 + 190 = \dots$
9. Pada tanggal 20 Desember 2020, suhu di Semarang mencapai 28 derajat celsius sedangkan di Pantai Kutai Bali 14 derajat celsius. Berapakah selisih antara suhu di Semarang dengan di Pantai Kutai Bali?
10. Ibu Tina adalah seorang pedagang kue, ia mempunyai modal awal Rp.1.500.000 untuk usaha jualan kuenya. Pada hari pertama Ibu Tina memperoleh penghasilan Rp.2.000.000 kemudian dia belanja bahan kue lagi Rp.950.000. Berapakah keuntungan dan sisa uang Ibu Tina sekarang?

Daftar Pustaka

- Adinawan, M., Cholik, & Sugijono. (2006). *Matematika SMP jilid 2-A kelas I-III*. Jakarta: Erlangga.
- Adinawan, M., Cholik, & Sugijono. (2007). *Matematika SMP jilid 1B kelas VII*. Jakarta: Erlangga.
- Adinawan, M., Cholik, & Sugijono. (2006). *Matematika SMP jilid 1-A kelas VII*. Jakarta: Erlangga.
- Seng, Teh K., & Yee, Cheng L. (2009). *New Syllabus Mathematics 1*. (6th edition). Singapore: Shinglee Publishers.
- Seng, Teh K., Yee, Cheng L., Yeo, J., & Chow, Ivy. (2009). *New Syllabus Mathematics 2*. (6th edition). Singapore: Shinglee Publishers.

BAB II. PECAHAN DAN OPERASI HITUNGNYA

(Sukiyanto, M.Pd dan Firmansyah, M.Pd.)

A. Pengertian Pecahan

Pecahan, dalam bahasa Inggris *fraction*, berasal dari kata Latin *fractio* (kata benda dari *frangere*). Kata *frangere* ini berarti memecah. Oleh karena itu, istilah bilangan pecah juga sering digunakan sebagai sinonim dari pecahan. Kata pecahan berarti bagian dari keseluruhan yang berukuran sama berasal dari bahasa Latin *fractio* yang berarti memecah menjadi bagian-bagian yang lebih kecil. Sebuah pecahan mempunyai 2 bagian yaitu pembilang dan penyebut yang penulisannya dipisahkan oleh garis lurus dan bukan miring (/). Istilah **pecahan** dapat digunakan untuk merujuk suatu bilangan yang ditulis dalam $\frac{a}{b}$ dan angka $\frac{a}{b}$ dimana $b \neq 0$, Contoh $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, dan seterusnya. Perlu diperhatikan penggunaan simbol tersebut sebagai bilangan atau angka. Misalnya, jika kita menyatakan bahwa bilangan yang terletak di atas disebut **pembilang** dan bilangan yang di bawah disebut **penyebut**, maka pecahan yang kita maksud di situ adalah suatu simbol atau angka. Akan tetapi jika kita mengatakan, "Jumlahkan 13 dan 12," maka yang kita maksud adalah pecahan sebagai suatu bilangan.

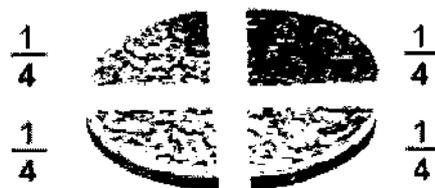
Pada topik pecahan di SD, pembilang dan penyebut suatu pecahan adalah bilangan bulat. Bilangan yang seperti ini juga disebut dengan **bilangan rasional**. Akan tetapi, secara umum, pembilang dan pecahan suatu pecahan adalah sembarang bilangan real asalkan penyebutnya tidak sama dengan nol. Pembahasan materinya menitikberatkan pada pengerjaan (operasi) hitung dasar yaitu penjumlahan, pengurangan, perkalian, dan pembagian, baik untuk pecahan biasa, desimal, maupun persen.

B. Konsep Pecahan, Desimal dan Persen

1. Pecahan Biasa

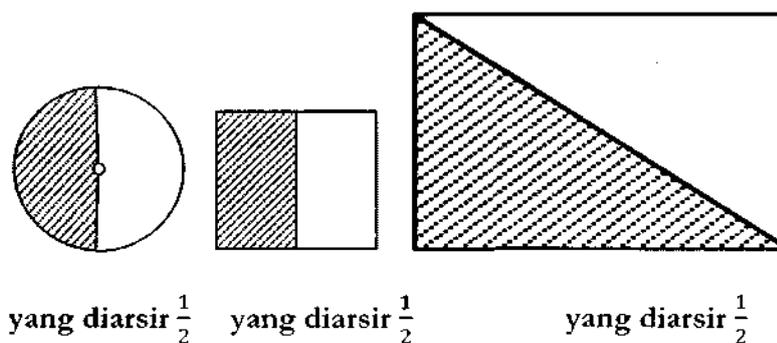
Pecahan biasa dapat digunakan untuk menyatakan makna dari setiap bagian dari yang utuh. Apabila kakak mempunyai sebuah pizza yang akan dimakan berempat dengan temannya, maka pizza tersebut harus dipotong-potong menjadi 4 bagian yang sama. Sehingga masing-masing anak akan memperoleh $\frac{1}{4}$ bagian dari pizza tersebut.

Pecahan biasa $\frac{1}{4}$ mewakili ukuran dari masing-masing potongan pizza. Dalam lambang bilangan $\frac{1}{4}$ (dibaca seperempat atau satu perempat), "4" menunjukkan banyaknya bagian-bagian yang sama dari suatu keseluruhan atau utuh dan disebut "penyebut". Sedangkan "1" menunjukkan banyaknya bagian yang menjadi perhatian atau digunakan atau diambil dari keseluruhan pada saat tertentu dan disebut pembilang.



Gambar 2.1

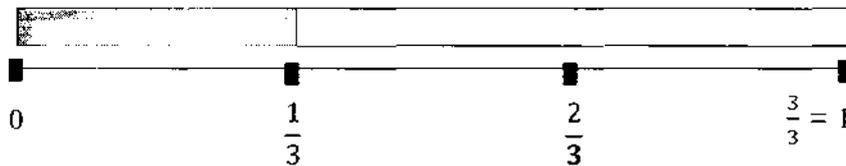
Contoh selanjutnya dapat berupa daerah-daerah bangun datar beraturan yang diarsir misalnya persegi, persegipanjang, atau lingkaran yang akan sangat membantu dalam memperagakan konsep pecahan.



Gambar 2.2

Pecahan $\frac{1}{2}$ dibaca setengah atau satu per dua atau seperdua. "1" disebut pembilang merupakan bagian pengambilan atau 1 bagian yang diperhatikan dari keseluruhan bagian yang sama. "2" disebut penyebut merupakan 2 bagian atau potongan yang sama dari keseluruhan. Peragaan di atas dapat dilanjutkan untuk pecahan $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$ dan seterusnya. Selain mengarsir kertas yang berbentuk bangun

datar, peragaan dapat pula menggunakan pita atau tongkat yang dipotong dan diartikan sebagai pendekatan pengukuran panjang, yang dalam perkembangan berikutnya dapat untuk mengenalkan letak pecahan pada garis bilangan.



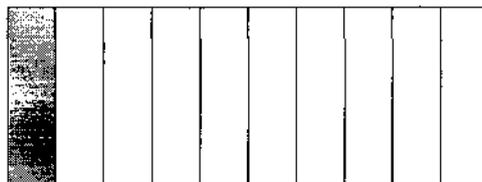
Gambar 2.3

2. Pecahan Desimal dan Persen

Pembelajaran pecahan desimal dimulai dengan mengenalkan pecahan persepuluhan dan dilanjutkan pecahan perseratusan dengan menggunakan blok pecahan yang berbentuk persegi atau kertas.

a. Mengenalkan konsep persepuluhan

Mengenalkan $\frac{1}{10}$ dengan peragaan.



Gambar 2.4

Cara penulisan dan pembacaan.

Angka yang kita gunakan dalam penulisan terdiri dari 10 yaitu 0, 1, 2, ..., 9. Karena satuannya kurang dari 1 maka nilainya nol dan ditulis 0. Sedangkan angka berikutnya disepakati yaitu dipisahkan dengan tanda koma (,) yang menunjukkan persepuluhan.

Contoh :

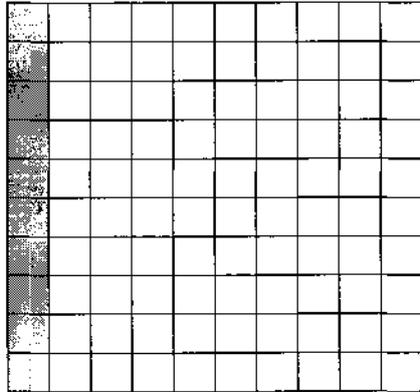
$$\frac{1}{10} = 0,1 \text{ (dibaca nol koma satu)}$$

$$\frac{2}{10} = 0,2 \text{ (dibaca nol koma dua)}$$

Kesimpulan yang seharusnya ditemukan oleh siswa adalah: bila persepuluh maka dibelakang koma hanya ada 1 angka.

b. Mengenalkan konsep perseratusan

Dimulai mengenalkan $\frac{10}{100}$ dengan peragaan blok pecahan atau kertas berpetak. Satu utuh dipotong menjadi 100 bagian yang sama, kemudian diambil 10 bagian.



Cara penulisan dan pembacaan
Dengan memindah pembilang
dan menuliskan dibelakang
koma.

$$\frac{10}{100} = 0,10 \text{ (dibaca nol koma}$$

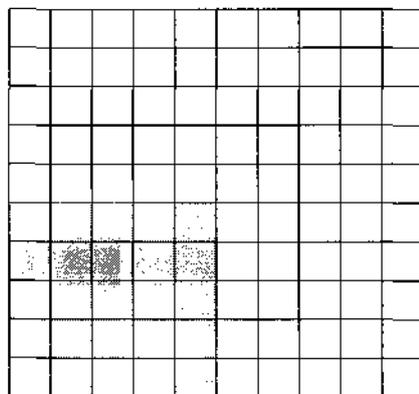
satu nol)

$$= 10 \% \text{ (dibaca sepuluh persen)}$$

Gambar 2.5

Selanjutnya guru memberi tugas yang berbeda untuk setiap kelompok, agar semua penulisan bilangannya terselesaikan sampai $\frac{99}{100} = 0,99$ atau 99 persen. Dari kegiatan ini diharapkan siswa terampil menulis, membaca dan dapat menyimpulkan bahwa pecahan berpenyebut perseratusan maka dibelakang koma penulisannya ada 2 angka.

Contoh :



$$\frac{1}{4} = \frac{25}{100} = \frac{1 \times 25}{4 \times 25} = 0,25 \text{ (dibaca}$$

nol koma satu dua lima)

$$= 25 \% \text{ (dibaca dua puluh lima persen)}$$

Gambar 2.6

Dari gambar diatas, terlihat 2 yang utuh sedangkan yang tiak utuh ada 3 dari 5 bagian atau $\frac{3}{5}$

Jadi $\frac{13}{5} = 2 \frac{3}{5}$

2) Dengan menggunakan pembagian

Hasil bagi $(13:5) = 2$, sisanya 3. Sehingga $\frac{13}{5} = 2 \frac{3}{5}$. Atau dengan cara pembagian bersusun sebagai berikut

$$2 \overline{)13}$$

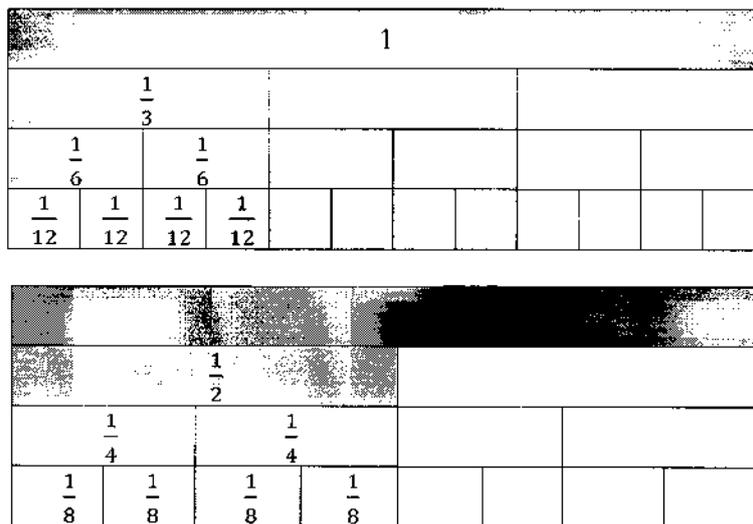
$$\begin{array}{r} 10 \\ 3 \end{array} \quad (\text{Sisa})$$

Secara umum dapat ditulis

$$\frac{a}{b} = \text{hasil bagi } (a:b) + \frac{\text{sisanya}}{b}; a > b$$

4. Pecahan Senilai

Pecahan-pecahan senilai dapat diilustrasikan dengan menggunakan gambar dibawah ini:



Gambar 2.8

Dari kedua gambar diatas dapat disimpulkan bahwa,

$$\frac{1}{3} = \frac{2}{6} = \frac{4}{12} \text{ dan } \frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{4}{8}$$

Ilustrasi tersebut memberikan *aturan fundamental dari pecahan senilai*. Untuk sembarang pecahan, pecahan yang senilai dari diperoleh dengan mengalikan pembilang dan penyebut pecahan tersebut dengan bilangan tidak nol yang sama.

Konsep Pecahan Senilai :

Untuk sembarang pecahan $\frac{a}{b}$ dan bilangan $k \neq 0$, $\frac{a}{b} = \frac{ka}{kb}$
--

Menyederhanakan Pecahan. Aturan pecahan senilai tersebut dapat kita gunakan untuk menyederhanakan pecahan. Pecahan dikatakan dalam bentuk paling sederhana jika pembilang dan penyebutnya tidak memiliki faktor persekutuan kecuali 1.

$$\frac{9}{12} = \frac{9 : 3}{12 : 3} = \frac{3}{4}$$



Gambar 2.9

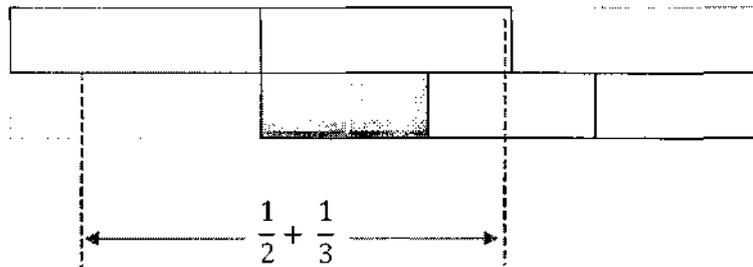
C. Operasi Hitung pada Pecahan

1. Penjumlahan

Penjumlahan Pecahan. Penjumlahan dua pecahan dapat diilustrasikan dengan menggabungkan dua nilai. Perhatikan contoh berikut.

Andi belajar matematika selama $\frac{1}{2}$ jam. Setelah itu dilanjutkan belajar Bahasa Inggris selama $\frac{1}{3}$ jam. Berapa jamkah Andi belajar matematika dan Bahasa Inggris?

Salah satu cara untuk menyelesaikan masalah ini adalah dengan menggunakan gambar. Gambar 2.11 berikut ini menunjukkan pecahan $\frac{1}{2}$ dan $\frac{1}{3}$.

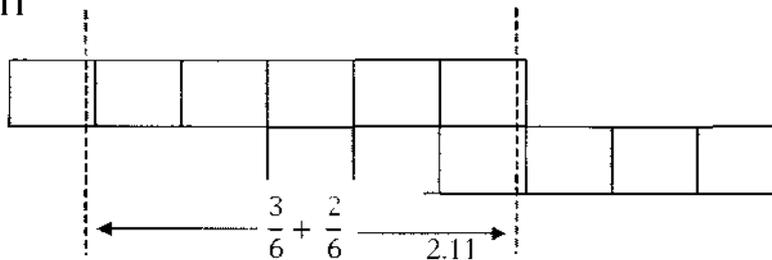


Gambar 2.10

Untuk memudahkan dalam penjumlahan pecahan, kita samakan penyebut dua pecahan yang diberikan. KPK dari 2 dan 3 adalah 6, maka :

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{3}{6} + \frac{2}{6}$$

Selanjutnya kita ilustrasikan penjumlahan $\frac{3}{6}$ dan $\frac{2}{6}$ pada gambar 2.11



Dari gambar tersebut dapat disimpulkan bahwa

$$\frac{3}{6} + \frac{2}{6} = \frac{5}{6}$$

Sehingga untuk menjumlahkan dua buah pecahan, pertama yang harus dipastikan adalah penyebut kedua pecahan harus sama. Setelah menyamakan penyebut yaitu menjumlahkan sesama pembilang dan membiarkan penyebut tetap.

Untuk menyamakan penyebut dua pecahan, kita juga dapat mengalikan penyebut kedua pecahan tersebut. Hasil kali kedua penyebut tersebut tidak selalu KPK dari kedua penyebut tersebut. Setelah dua pecahan tersebut memiliki penyebut yang sama, kita tinggal menjumlahkan kedua pecahan tersebut.

Konsep Penjumlahan Pecahan

$$\text{Untuk sembarang dua pecahan } \frac{a}{b} \text{ dan } \frac{c}{d}$$
$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad}{bd} + \frac{bc}{bd} = \frac{ad + bc}{bd}$$

1. Pengurangan Pecahan

Pengurangan pecahan dapat dilakukan seperti dalam penjumlahan pecahan. Tahap awal, kita perlu menyamakan penyebut terlebih dahulu, kemudian kurangi pembilang-pembilang pecahan dan biarkan penyebutnya tetap.

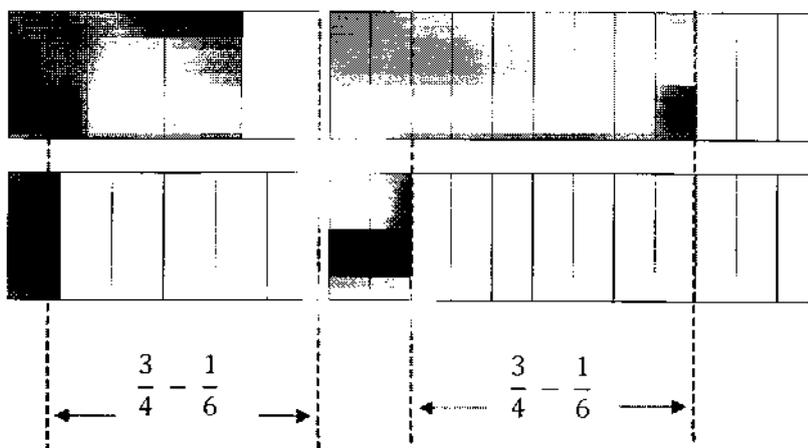
Pertama, jika perlu, samakan penyebut pecahan-pecahan yang diberikan, kemudian kurangi pembilang-pembilang pecahan dan biarkan penyebutnya tetap. Perhatikan contoh berikut.

Rayhan diberi $\frac{3}{4}$ kg buah jeruk oleh ayahnya. Rayhan kemudian memberikan $\frac{2}{6}$ kg jeruk yang dimilikinya kepada adiknya. Berapa kg sisa apel yang dimiliki oleh Rayhan?

Untuk menentukan sisa apel yang dimiliki rayhan, dapat diketahui dengan operasi hitung pengurangan sebagai berikut :

$$\frac{3}{4} - \frac{1}{6}$$

Pengurangan kedua pecahan tersebut dapat diilustrasikan oleh Gambar 2.12 berikut.



Gambar 2.12

Berdasarkan gambar diatas dapat dilihat bahwa

$$\frac{3}{4} - \frac{1}{6} = \frac{9}{12} - \frac{2}{12} = \frac{7}{12}$$

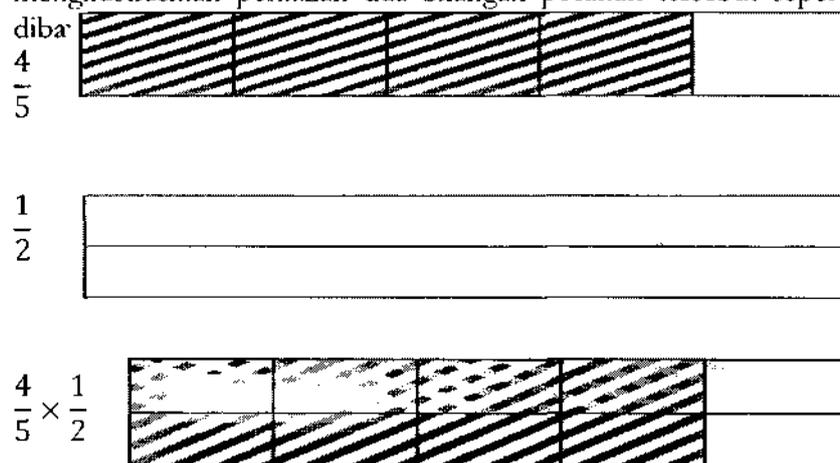
Jadi sisa jeruk yang dimiliki rayhan adalah $\frac{7}{12}$ kg

Konsep Pengurangan Pecahan

<p>Untuk sembarang dua pecahan $\frac{a}{b}$ dan $\frac{c}{d}$</p> $\frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{ad}{bd} - \frac{bc}{bd} = \frac{ad - bc}{bd}$

2. Perkalian dan Pembagian Pecahan

Untuk memahami perkalian dua bilangan pecahan jika menggunakan garis bilangan, kita akan mengalami kesulitan. Sehingga kita dapat menggunakan pita bilangan untuk mengilustrasikan perkalian dua bilangan pecahan tersebut seperti di bawah ini:



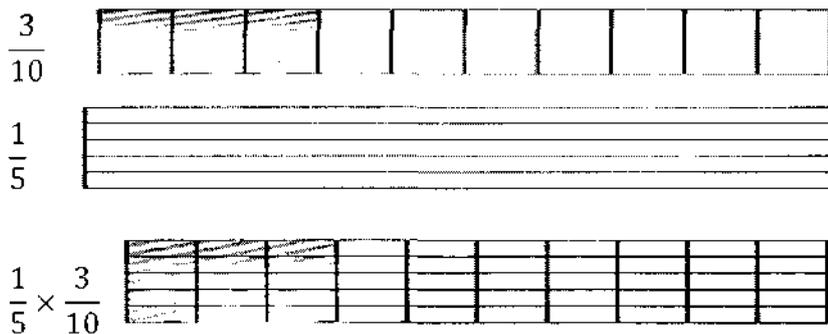
Gambar 2.13 Perkalian Menggunakan Pita Pecahan

Perhatikan daerah yang dikenai arsiran biru dan arsiran kuning. Daerah yang terkena arsiran biru dan kuning ada 4 bagian

dari 10 bagian yang sama atau $\frac{4}{5}$.
 Jadi $\frac{4}{5} \times \frac{1}{2} = \frac{4}{10}$

Perhatikan contoh berikut:

1. Bagaimana hasil perkalian dengan penyebut dan pembilang berbeda?
2. Bagaimana hasil pembagian dengan penyebut dan pembilang berbeda?



Gambar 2.14 Perkalian Pecahan

Perhatikan daerah yang dikenai arsiran biru dan arsiran kuning. Daerah yang terkena arsiran biru dan kuning ada 3 bagian dari 50 bagian yang sama atau $\frac{3}{50}$. Jadi $\frac{3}{10} \times \frac{1}{5} = \frac{3}{50}$

Konsep bilangan pecahan oleh bilangan bulat

Jika $\frac{a}{b}$ adalah bilangan pecahan, dengan c adalah bilangan bulat maka
 $\frac{a}{b} \div c = \frac{a}{b \times c}$

Konsep bilangan pecahan oleh bilangan pecahan dengan penyebut sama

Misalnya, jika $\frac{a}{c}$ dan $\frac{b}{c}$ adalah bilangan pecahan dengan $b \neq 0$,
 maka $\frac{a}{c} \div \frac{b}{c} = \frac{a}{b}$

Konsep pembagian bilangan bulat oleh bilangan pecahan

Untuk membagi bilangan bulat dengan bilangan pecahan, kita dapat mengubah bilangan bulat tersebut menjadi pecahan senilai dengan penyebut sama dengan bilangan pecahan pembagi.

Jika $\frac{a}{b}$ adalah bilangan pecahan dengan c adalah bilangan bulat dan $a \neq 0$, maka

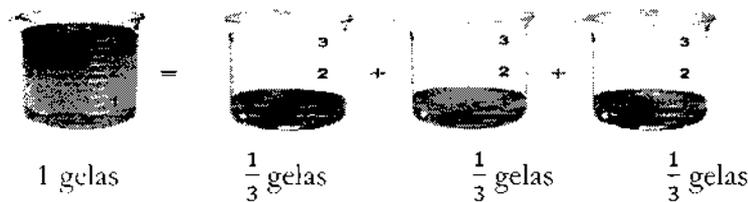
$$c \div \frac{a}{b} = \frac{c}{1} \div \frac{a}{b} = \frac{b \times c}{b} \div \frac{a}{b} = \frac{b \times c}{a}$$

Contoh:

Seorang apoteker ingin membagi satu gelas cairan kimia menjadi masing-masing $\frac{1}{3}$ gelas. Ada berapa bagian yang didapatkan?



Dapat diilustrasikan sebagai berikut:



Dari ilustrasi contoh tersebut dapat terlihat bahwa satu gelas cairan kimia dapat dibagi menjadi 3 bagian yang berisi $\frac{1}{3}$ an gelas.

Dituliskan $1 \div \frac{1}{3} = \frac{3}{3} \div \frac{1}{3} = 3$

Konsep pembagian bilangan pecahan oleh bilangan pecahan dengan penyebut berbeda

Untuk membagi bilangan pecahan dengan bilangan pecahan, kita dapat mengubah kedua bilangan pecahan tersebut menjadi pecahan senilai dengan penyebut sama.

Jika $\frac{a}{b}$ dan $\frac{c}{d}$ adalah bilangan pecahan, dengan $c \neq 0$ maka

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a \times d}{b \times d} \div \frac{b \times c}{b \times d} = \frac{a \times d}{b \times c}$$

D. Soal Latihan

1. Apakah hasil bagi suatu bilangan selalu menghasilkan bilangan yang lebih kecil? Jelaskan.
2. Tentukan hasil dari:
 - a. $\frac{2}{7} \div \frac{4}{5}$
 - b. $\frac{10}{9} \div 1\frac{2}{3}$
 - c. $\frac{2}{25} \div \frac{6}{10} \div \frac{5}{9}$
 - d. $1\frac{1}{2} \div 2\frac{2}{3} \div 3\frac{3}{4}$
3. Setelah Pak Majid pensiun dari pegawai negeri, Ia membeli satu hektare tanah. Pada tanah itu, Ia menanam berbagai jenis bunga seluas $\frac{4}{5}$ hektare dan di tanah yang masih kosong Ia mendirikan pondok pesantren. Berapakah luas tanah tempat pondokan pesantren?
4. Jika $\frac{a}{b}$, $\frac{b}{c}$, $\frac{c}{d}$, dan $\frac{d}{e}$ adalah bilangan pecahan, tentukan hasil dari
 - a. $\frac{a}{b} \times \frac{b}{c} \times \frac{c}{d} \times \frac{d}{e}$
 - b. $\frac{a}{b} \div \frac{b}{c} \div \frac{c}{d} \div \frac{d}{e}$Buatlah syarat jika diperlukan
5. Jika diketahui dua bilangan pecahan $\frac{a}{b}$ dan $\frac{c}{d}$, dengan a, b, c , dan d adalah bilangan bulat, b dan $d \neq 0$. Tentukan hasil kali kedua bilangan pecahan tersebut.
6. Pak Sani dan 3 orang temannya harus menyelesaikan panen tomatnya dalam minggu ini, karena minggu depan Ia harus mempersiapkan pesta perkawinan putrinya. Agar panen dapat selesai, tiap-tiap mereka berempat harus dapat memanen $\frac{3}{5}$ petak tomat. Berapa petak keseluruhan tomat?
7. Harga suatu barang, naik 20%. Jika harga sebelum kenaikan adalah Rp8.000,00, maka harga setelah kenaikan adalah ...
8. Jika diketahui dua bilangan pecahan $\frac{e}{f}$ dan $\frac{g}{h}$, dengan e, f, g , dan h adalah bilangan bulat, e, f , dan $g \neq 0$. Bagaimana hasil dari $\frac{e}{f} \div \frac{g}{h}$
9. Ibu Nunung memiliki selembar kain sepanjang 1 m yang akan dijahit menjadi sapu tangan. Kemudian ia memotong kain tersebut

- menjadi
6 bagian. Berapa banyak sapu tangan yang dapat dihasilkan oleh
Ibu
Nunung?
10. Seorang penggali sumur setiap $2\frac{1}{2}$ jam dapat menggali sedalam
 $2\frac{2}{3}$ m. Berapa dalam sumur ter gali, jika penggali bekerja $\frac{1}{2}$ jam?

DAFTAR PUSTAKA

- Abels, M., Wijers, M., Kindt, M., Dekker, T., Burrill, G., Simon, A. N., and Cole, B. R. (2006). *Operations*. In Wisconsin Center for Education Research & Freudenthal Institute (Eds.), *Mathematics in Context*. Chicago: Encyclopædia Britannica, Inc.
- As'ari, A.R., dkk. 2017. *Matematika*/Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan. Edisi Revisi Jakarta:Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan.
- Kemdikbud. (2013). *Matematika Kelas VII SMP/MTs: Buku Siswa*. Jakarta: Puskurbuk.
- Kristanto, Yosep D. 2016. *Modul Pecahan*. Yogyakarta : Universitas Sanata Dharma
- Sukajati. 2008. *Pembelajaran Operasi Penjumlahan Pecahan di SD Menggunakan Berbagai Media*. Yogyakarta P4TK Matematika
- Sukino & Wilson, S. (2006). *Matematika untuk SMP Kela VIII*. Erlangga: Jakarta.
- Sukino. (2009). *Maestro Olimpiade Matematika SMP Seri B*. Erlangga: Jakarta.

BAB III . KELIPATAN PERSEKUTUAN TERKECIL (KPK) DAN FAKTOR PERSEKUTUAN TERBESAR (FPB)

Wuli Okuningrum, M.Pd

A. Kelipatan Persekutuan Terkecil (KPK)

1. Kelipatan Suatu Bilangan

Pada dasarnya materi KPK maupun FPB sangat berhubungan erat dengan kemampuan perkalian siswa. Jika siswa tersebut hafal dengan perkalian, maka bisa dipastikan siswa tersebut akan mudah menyelesaikan permasalahan yang berhubungan dengan KPK atau FPB.

Untuk mengawali kegiatan pembelajaran konsep kelipatan suatu bilangan, guru dapat mengawali dengan permasalahan seperti berikut ini.

Perhatikan permasalahan berikut :

Ali, Joko, Abdul, dan Eko merupakan sahabat karib. Pada suatu hari mereka bersepakat untuk bermain Kelereng bersama di taman. Ali membawa satu kantong kelereng, Joko mempunyai 2 kantong kelereng, Abdul membawa 3 kantong kelereng, sedangkan Eko membawa 4 kantong kelereng. Berapakah jumlah kelereng masing – masing anak?



Untuk memecahkan masalah di atas, siswa dapat diberikan dua alternative cara atau penyelesaian, yaitu :

Alternatif 1

Untuk memecahan masalah tersebut, siswa bisa mengarahkan siswa menggunakan metode penjumlahan.

			
Banyak kelereng Ali	Banyak kelereng Joko adalah $3+3=6$	Banyak kelereng Abdul adalah $3+3+3=9$	Banyak kelereng Abdul adalah $3+3+3+3=12$

Alternatif 2

Pada alternatif 2, siswa bias diarahkan menggunakan perkalian.

			
Banyak kelereng Ali adalah $3 \times 1 = 3$	Banyak kelereng Joko adalah $3 \times 2 = 6$	Banyak kelereng Abdul adalah $3 \times 3 = 9$	Banyak kelereng Abdul adalah $3 \times 4 = 12$

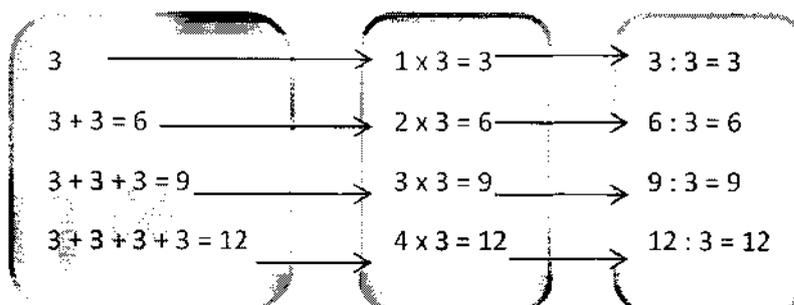
Berdasarkan alternatif 1 dan alteratif 2 dapat diperoleh hasil 3, 6, 9, 12.

Perhatikanlah pola bilangan tersebut. Untuk mendapatkan pola bilangan tersebut, guru dapat mengarahkan siswa untuk menambahkan 3 dari bilangan sebelumnya, atau mengalikan dengan 1, 2, 3, dan 4.

Maka bilangan tersebut merupakan **bilangan kelipatan 3**.

Untuk menentukan kelipatan suatu bilangan, maka kalikan bilangan tersebut dengan 1, 2, 3, 4, 5,

Berdasarkan permasalahan diatas, maka terdapat hubungan antara penjumlahan, perkalian dan pembagian, perhatikan gambar berikut.



Berdasarkan operasi pembagian tersebut nampak bahwa 3 merupakan faktor dari 3, 6, 9, dan 12.

Sehingga, dapat disimpulkan bahwa kelipatan suatu blangan memiliki bilangan itu sendiri sebagai suatu faktor.

Contoh:

6 adalah kelipatan dari 3, dan 3 adalah faktor dari 6.

2. Kelipatan Pesekutuan

Mengawali kegiatan pembelajaran konsep kelipatan persekutuan dua bilangan, guru dapat mengawali dengan permasalahan seperti di bawah ini.

Perhatikan permasalahan berikut :

Dono adalah seorang pedagang lampu hias. Hari ini dia akan memasang lampu merah dan hijau di tokonya. Lampu merah menyala setiap 2 detik, dan lampu hijau menyala setiap 3 detik. Jika saat ini kedua lampu dinyalakan bersama, pada detik beberapa saja kedua lampu berkedip secara bersama – sama?




Setelah membaca soal, siswa diminta untuk menterjemahkan soal tersebut kedalam bentuk matematis, dengan beberapa cara, yaitu :

a. Cara 1 : dengan menggunakan tabel

Nama	Berkedip pada detik ke-																			
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Merah		√		√		√		√		√		√		√		√		√		√
Hijau			√		√			√			√			√			√			√

Berdasarkan hasil table di atas, nampak bahwa kedua lampu tersebut akan menyala secara bersamaan pada detik ke 6, 12, 18, ...

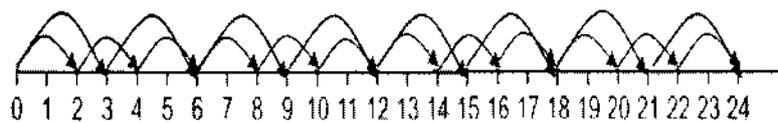
b. Cara 2 : dengan menggunakan kelipatan

Kelipatan 2 : 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24, 26, 28, 30, ...

Kelipatan 3 : 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30, 33, ...

Berdasarkan hasil perhitungan, diperoleh bahwa lampu berkedip secara bersamaan pada detik ke 6, 12, 18, 24, 30, ...

c. Cara 3 : dengan menggunakan garis bilangan



Berdasarkan hasil perhitungan dengan garis bilangan dapat disimpulkan bahwa:

Bilangan kelipatan 2 adalah 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24, ...

Bilangan kelipatan 3 adalah 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, ...

Bilangan yang sama dari kelipatan 2 dan 3 adalah 6, 12, 18, 24, ...

Jadi, dapat disimpulkan bahwa lampu merah dan hijau akan menyala secara bersama – sama pada detik ke 6, 12, 18, 24, ...

Berdasarkan contoh permasalahan diatas, dapat disimpulkan bahwa **6, 12, 18, 24, ... merupakan kelipatan persekutuan dari 2 dan 3.** Berdasarkan contoh tersebut, diharapkan siswa dapat memahami jika:

Kelipatan persekutuan dari dua bilangan merupakan setiap kali kelipatan dari kedua bilangan tersebut yang mempunyai hasil yang sama

3. Cara Menentukan KPK Suatu Bilangan

Dalam mengawali kegiatan pembelajaran tentang cara menentukan kelipatan persekutuan terkecil atau KPK, guru dapat mengawali dengan permasalahan seperti dibawah ini.

Perhatikan permasalahan berikut :

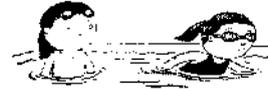
Elsa dan Rosa merupakan atlet renang di sekolah. Mereka selalu berlatih di kolam renang yang sama dengan pelatih yang sama pula.

Tetapi mereka mempunyai jadwal yang berbeda.

Elsa berlatih setiap 6 hari sekali, sedangkan

Rosa berlatih setiap 12 hari sekali.

Jika pada hari ini mereka berlatih bersama, maka berapa hari lagi mereka akan berlatih bersama – sama?



Untuk memecahkan masalah di atas sangat diperlukan kemampuan siswa dalam menterjemahkan soal ke dalam bentuk matematika. Guru dapat memberikan beberapa cara dalam menentukan KPK, yaitu :

a. Cara 1 : dengan menggunakan kelipatan persekutuan

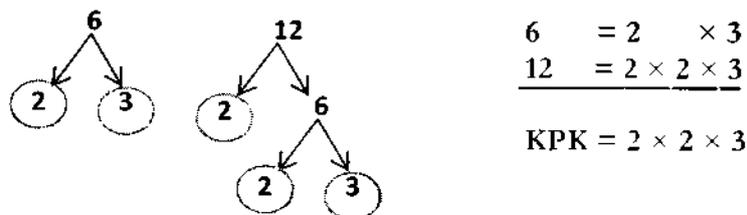
Elsa berlatih setiap 6 hari sekali, maka dapat dituliskan dalam bentuk kelipatan 6, yaitu 6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48, 54, 60, ...

Sedangkan, Rosa berlatih setiap 12 hari sekali, maka dapat dituliskan dalam bentuk kelipatan 12, yaitu 12, 24, 36, 48, 60, 72, ...

Dari kelipatan 3 dan 4 terdapat bilangan yang sama atau dapat disebut dengan kelipatan persekutuan dari 3 dan 4, yaitu 12, 24, 36, 48, 60, ...

Karena pada hari ini mereka berlatih bersama, maka kelipatan persekutuan dari 6 dan 12 yang dipilih adalah yang paling kecil yaitu 12. Jadi, **KPK** dari 6 dan 12 adalah 12, dan mereka akan berlatih bersama 12 hari kemudian.

b. Cara 2 : dengan menggunakan faktorisasi prima



Sehingga, KPK dari 6 dan 12 adalah $2 \times 2 \times 3 = 12$

c. Cara 3 : dengan menggunakan tabel pembagian

Mencari KPK dengan menggunakan tabel sangatlah mudah. Langkahnya adalah cukup bagi kedua bilangan dengan bilangan faktor prima terkecil sampai tidak dapat dibagi lagi dengan bilangan prima terkecil, sampai hasilnya tinggal 1 semua.

2	6	12
2	3	6
3	3	3
	1	1

Jika bilangan yang dibagi tidak habis dibagi oleh bilangan pembagi, maka bilangan yang dibagi turunkan ke baris dibawahnya, sebagai contoh: 3 tidak habis dibagi 2, maka 3 diturunkan ke baris berikutnya.

Jadi, **KPK dari 6 dan 12 adalah $2 \times 2 \times 3 \times 1 \times 1 = 12$**

Berdasarkan contoh permasalahan di atas, maka guru dapat meminta siswa untuk membuat kesimpulan, bahwa :

KPK dari dua bilangan adalah kelipatan persekutuan yang paling kecil diantara kelipatan-kelipatan persekutuan yang ada dari dua bilangan yang dike

Penjelasan di atas menunjukkan bahwa terdapat beberapa cara dalam memecahkan permasalahan KPK, guru wajib mengajarkan semua cara, tetapi guru berhak memberikan kesempatan kepada siswa dalam memilih cara penyelesaian yang sesuai dengan kemampuannya.

4. Contoh KPK dalam Kehidupan Sehari – hari

Tanpa kita sadari bahwa banyak sekali permasalahan dalam kehidupan sehari – hari yang berhubungan dengan KPK, seperti pengaturan jadwal piket, jadwal perjalanan, dan masih banyak lagi. Berikut ini beberapa contoh penerapan KPK dalam kehidupan sehari – hari.

a. Menyamakan penyebut pecahan serta mengurutkan pecahan.

- Mengurutkan pecahan

Soal :

Rendy, Andika, dan Saputra merupakan teman sekelas.

Mereka berangkat kesekolah dengan berjalan kaki. Rendy

membutuhkan waktu $\frac{1}{2}$ jam dengan berjalan kaki untuk sampai di sekolah. Andika membutuhkan waktu $\frac{3}{4}$ jam, sedangkan Saputra membutuhkan waktu $\frac{2}{3}$ jam. Tuliskan urutan siswa dari yang lama sampai di sekolah!

Penyelesaian :

Langkah pertama dalam memecahkan masalah tersebut yaitu dengan mencari KPK dari 2, 3, dan 4

Kelipatan 2 : 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, ...

Kelipatan 3 : 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30, ...

Kelipatan 4 : 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, 40, ...

Maka, KPK dari 2, 3, dan 4 adalah 12

Sehingga,

$$\frac{1}{2} \times \frac{6}{6} = \frac{6}{12}; \quad \frac{3}{4} \times \frac{3}{3} = \frac{9}{12}; \quad \frac{2}{3} \times \frac{4}{4} = \frac{8}{12}$$

$$\frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \frac{2}{3} = \frac{6}{12}, \frac{9}{12}, \frac{8}{12}$$

Urutan pecahan dari yang terbesar adalah $\frac{3}{4}, \frac{2}{3}, \frac{1}{2}$

Jadi, urutan siswa dari yang lama sampai disekolah adalah **Andika, Saputra, dan Rendy.**

- Menyamakan penyebut pecahan

Soal :

Ibu mempunyai $\frac{1}{2}$ kg tepung terigu. Kemudian Ibu menggunakan $\frac{1}{4}$ kg tepung tersebut untuk membuat kue. Karena Ibu merasa persediaan yang tepung yang dimilikinya sedikit, maka Ibu membeli lagi $\frac{3}{4}$ kg. hitunglah jumlah tepung Ibu saat ini!

Penyelesaian :

Untuk menyelesaikan soal tersebut, langkah pertama yang dilakukan adalah dengan menterjemahkan soal kedalam bentuk matematika, lalu menyamakan penyebut pecahan. Dengan cara mencari KPK dari 2 dan 4.

Kelipatan 2 : 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, ...
 Kelipatan 4 : 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, 40, ..
 Maka, KPK dari 2 dan 4 adalah 4
 Sehingga,

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{3}{4} = \frac{2}{4} - \frac{1}{4} + \frac{3}{4} = \frac{4}{4} = 1$$

Jadi, jumlah tepung ibu saat ini adalah 1 kilogram.

b. Jadwal kedatangan bus

Soal:

Di suatu terminal, terdapat tiga bus dengan jurusan yang berbeda. Ketiga bus tersebut meninggalkan terminal yang sama dan akan kembali ke terminal tersebut dengan waktu yang berbeda – beda. Bus A kembali ke terminal setiap 60 menit, Bus B setiap 120 menit, sedangkan Bus C setiap 180 menit. Jika ketiga bus tersebut meninggalkan terminal secara bersamaan pada pukul 06.00 pagi. Maka pada pukul berapa ketiga bus tersebut akan bertemu di terminal yang sama?

Penyelesaian :

Untuk menyelesaikan soal tersebut, berikan kebebasan siswa untuk mengubah soal ke dalam bentuk matematika. Berikut ini adalah alternatif jawabannya.

2	60	120	180
2	30	60	90
3	15	30	45
5	5	6	15
3	1	6	3
2	1	2	1
	1	1	1

Maka, KPK dari 60, 120, dan 180 adalah

$$2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 3 \times 2 = 360$$

Berarti, ketiga bus tersebut akan bertemu setiap 360 menit = 6 jam

Jadi, Bus A, Bus B, dan Bus C akan bertemu kembali pada pukul 12.00 siang.

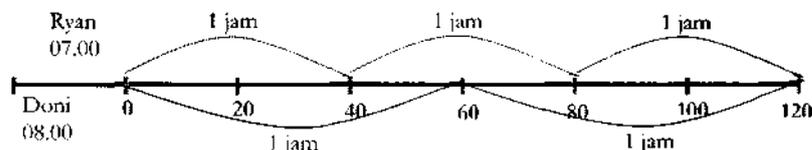
c. Perjalanan

Soal:

Ryan pergi ke kota Surabaya ke Malang dengan kecepatan rata – rata 40 km/jam, berangkat pukul 07.00. Satu jam kemudian Doni menyusul dengan mengendarai mobil dengan kecepatan rata – rata 60 km/jam. Pada km berapa dan pukul berapa Doni bias menyusul Ryan?

Penyelesaian :

Untuk menyelesaikan permasalahan ini, bias menggunakan garis bilangan dengan mencari KPK dari 40 dan 60.



Dari garis bilangan terlihat bahwa Doni akan menyusul Ryan pada jarak 120 km dan ditempuj selama 2 jam.

Jadi, Doni akan menyusul Ryan pada jarak 120 pada pukul 10.00.

B. FAKTOR PERSEKUTUAN TERBESAR (FPB)

1. Faktor Suatu Bilangan

Untuk mengajarkan factor suatu bilangan, akan lebih mudah jika siswa paham dan mengerti tentang pembagian suatu bilangan. Guru sebaiknya mengawali kegiatan pembelajaran konsep faktor suatu bilangan dengan permasalahan seperti berikut ini.

Perhatikan permasalahan berikut :

Baris – berbaris merupakan jenis kegiatan membentuk formasi barisan yang teratur dan rapi. Jika ada 20 siswa dalam kegiatan tersebut, maka ada berapa formasi baris – berbaris yang dapat mereka susun?



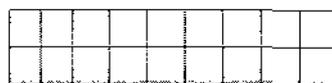
Dalam memecahkan permasalahan tersebut, diperlukan kemampuan mengubah kalimat cerita kedalam bentuk matematika. Hal ini menjadi tahap yang sangat penting karena menjadi tolak ukur apakah siswa memahami maksud soal tersebut atau tidak. Jika siswa paham dengan soal tersebut, maka siswa akan mengetahui langkah apa saja yang diperlukan untuk menyelesaikan soal, begitu pula sebaliknya. Untuk memecahkan soal di atas, maka guru dapat memberikan ilustrasi kepada siswa dengan memberikan persegi satuan sebanyak 18. Guru dapat membrikan kesempatan kepada siswa untuk mengeksplorasi kemampuannya dalam menyusun format barisan yang sesuai dengan jumlah siswa. Berikut alternatif jawaban yang diberikan oleh siswa.

Alternatif 1



Gambar di atas menunjukkan bentuk perkalian $1 \times 18 = 18$

Alternatif 2



Gambar di atas menunjukkan bentuk perkalian $2 \times 9 = 18$

Alternatif 3



Gambar di atas menunjukkan bentuk perkalian $3 \times 6 = 18$

Karena dalam perkalian berlaku sifat asosiatif maka kita dapat menuliskan hasil kerja siswa, sebagai berikut.

$$1 \times 18 = 18 \times 1 = 18$$

$$2 \times 9 = 9 \times 2 = 18$$

$$3 \times 6 = 6 \times 3 = 18$$

Dari hasil kegiatan di atas, siswa diarahkan untuk memahami hubungan antara perkalian dan hasilnya. Siswa diharapkan memahami jika 18 dibagi 1, atau 18 dibagi dengan 18 maka hasilnya tidak bersisa. Sehingga, siswa dan guru dapat bersama – sama menyimpulkan bahwa 18 habis dibagi 1 dan 18. Maka, 1 dan 18 merupakan faktor dari 18.

Untuk mempermudah siswa dalam mencari faktor dari 18, maka guru dapat mengarahkan siswa dengan tabel berikut.

18	
/	
1	18
2	9
3	6

Berdasarkan hasil tabel di atas, kita dapat mendaftar faktor dari 18, yaitu 1, 2, 3, 6, 9, 18.

Perlu diperhatikan jika penulisan faktor suatu bilangan secara mendaftar harus diurutkan dari yang terkecil ke yang terbesar.

Jadi, formasi baris berbaris yang mungkin disusun oleh siswa adalah 1×18 , 2×9 , dan 3×6 .

Faktor adalah pembagi dari suatu bilangan, yaitu bilangan yang membagi habis bilangan lain.

2. Faktor Persekutuan

Dalam mengawali kegiatan pembelajaran tentang cara menentukan faktor persekutuan, guru dapat mengawali dengan permasalahan seperti dibawah ini.

Perhatikan permasalahan berikut :

Hari ini ibu akan mengadakan acara arisan di rumah. Ibu menyediakan 48 pudding dan 40 kue pastel. Kedua kue itu akan diletakkan di dalam piring, sehingga setiap satu piring berisi pudding dan kue pastel dengan jumlah yang sama. Berapa piring yang dibutuhkan oleh ibu dan berapa kue yang dapat disusun okeh ibu disetiap piring?



Sebelum memecahkan masalah di atas, siswa terlebih dahulu diarahkan untuk mengubah kalimat cerita menjadi kalimat matematika. Setelah itu barulah, siswa diarahkan untuk mencari solusi permasalahan di atas dengan beberapa cara, yaitu :

a. Cara 1 : dengan menggunakan faktor

Faktor dari 40 adalah 1, 2, 4, 5, 8, 10, 20, 40

Faktor dari 48 adalah 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24, 48

Dari hasil di atas, ternyata terdapat bilangan yang sama, yaitu 1, 2, 4, 8. **Jadi, yang merupakan faktor persekutuan dari 40 dan 48 adalah 1, 2, 4, dan 8.**

Sehingga, kemungkinan jumlah pudding yang ada di piring adalah 6, 12, 24, atau 48. Dan, kemungkinan jumlah kue pastel yang ada di piring adalah 5, 10, 20, atau 40.

b. Cara 2 : dengan menggunakan tabel

40	
×	
①	40
②	20
④	10
5	⑧

48	
×	
①	48
②	24
3	16
④	12
6	⑧

Berdasarkan hasil tabel di atas, tampak bahwa bilangan 1, 2, 4, dan 8 dapat membagi habis bilangan 40 dan 48.

Dapat dikatakan jika factor persekutuan dari 40 dan 48 adalah 1, 2, 4, dan 8

Jadi, jumlah piring yang dibutuhkan oleh ibu serta kombinasi kue yang terdapat di setiap piring dapat dilihat pada tabel berikut.

Jumlah piring	Banyaknya kue	
	Pudding	Pastel
1	48	40
2	24	20
4	12	10
8	6	5

Berdasarkan contoh di atas, maka guru beserta siswa diharapkan dapat membuat kesimpulan sebagai berikut :

Faktor persekutuan adalah bilangan – bilangan yang merupakan faktor dari dua bilangan (atau lebih) tersebut.

3. Bilangan Prima dan Faktorisasi Prima

Perhatikan bilangan – bilangan berikut : 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19,...

Bilangan	Faktor	
2	1 dan 2	Perhatikanlah tabel di samping, ternyata bilangan – bilangan yang telah disebutkan sebelumnya hanya mempunyai dua faktor, yaitu 1 dan dirinya sendiri.
3	1 dan 3	
5	1 dan 5	
7	1 dan 7	
11	1 dan 11	Hal ini sangatlah istimewa, karena sifat ini tidak berlaku untuk semua bilangan.
13	1 dan 13	Bilangan – bilangan tersebut dinamakan bilangan prima.
17	1 dan 17	
19	1 dan 19	

Bilangan Prima adalah bilangan yang hanya mempunyai tepat dua faktor, yaitu 1 dan bilangan itu sendiri

Perlu diketahui jika suatu bilangan dapat dinyatakan sebagai hasil perkalian bilangan prima. Perhatikan contoh berikut.

Bilangan	Bentuk perkalian faktor bilangan	Faktor prima
18	3×9	3 dan 9
	$3 \times 3 \times 3$	3 dan 3

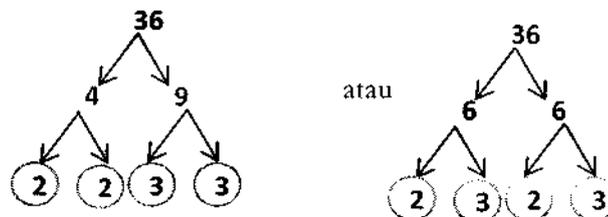
Berdasarkan tabel di atas, tampak bahwa 3 merupakan faktor prima, tetapi 9 bukan merupakan faktor prima. Sehingga, 9 dapat diubah menjadi 3×3 .

Maka, faktor dari 18 dapat ditulis dalam bentuk faktor – faktor prima menjadi $3 \times 3 \times 3$. Hal ini disebut faktorisasi prima.

Faktorisasi prima adalah suatu cara untuk menyatakan bilangan sebagai bentuk perkalian dari faktor – faktor prima

Terdapat dua cara dalam menentukan faktorisasi prima suatu bilangan, yaitu :

a. Cara 1 : dengan menggunakan pohon faktor



Mencari faktorisasi prima dengan menggunakan pohon faktor akan lebih mudah jika diawali dengan mencari hasil perkalian dari bilangan tersebut, lakukan pembagian sampai pada baris akhir menemukan faktor – faktor prima, seperti contoh di atas.
Berdasarkan hasil contoh di atas, dapat disimpulkan jika faktorisasi prima dari 36 adalah $2 \times 2 \times 3 \times 3$

b. Cara 2 : dengan menggunakan tabel pembagian

2	36
2	18
3	9
3	3
	1

Tidak berbeda dengan cara sebelumnya, mencari faktorisasi prima dengan menggunakan tabel akan lebih mudah jika diawali dengan membagi bilangan tersebut dengan bilangan prima terkecil yaitu 2, jika setelah dibagi 2 tidak bisa maka dapat dilanjutkan membaginya dengan bilangan prima lain setelah 2, yaitu 3, 5, 7, dst. lakukan pembagian sampai pada baris akhir diperoleh 1.
Berdasarkan hasil contoh di atas, dapat disimpulkan jika faktorisasi prima dari 36 adalah $2 \times 2 \times 3 \times 3$

1. Cara Menentukann FPB Suatu Bilangan

Dalam mengawali kegiatan pembelajaran tentang cara menentukan faktor persekutuan terbesar atau FPB, guru dapat mengawali dengan permasalahan seperti dibawah ini.

Perhatikan permasalahan berikut :

Ibu membeli buah-buahan dari pasar untuk keperluan acara ulang tahun anaknya. Buah jeruk sebanyak 16 buah, buah apel sebanyak 24 buah dan buah mangga sebanyak 32 buah.



Ibu ingin mengemasnya kedalam bungkus plastik dengan jumlah sama rata. Maka hitunglah jumlah bungkus plastik paling banyak yang bisa digunakan oleh ibu! dan berapakah isi buah jeruk, apel dan mangga pada masing-masing bungkus plastik?

Kemampuan yang dibutuhkan dalam menyelesaikan soal tersebut adalah kemampuan menterjemahkan soal kedalam bentuk matematis. Selain itu kemampuan siswa dalam mengoperasikan pembagian.

Setelah itu barulah, siswa diarahkan untuk mencari solusi permasalahan di atas dengan beberapa cara, yaitu :

a. Cara 1 : dengan menggunakan faktor persekutuan

16	
×	
1	16
2	8
4	4

24	
×	
1	24
2	12
3	8
4	6

32	
×	
1	32
2	16
4	8

Dari ketiga tabel tersebut terdapat bilangan yang ada pada setiap tabel, yaitu 1, 2, 4, dan 8. Maka bilangan tersebut disebut faktor persekutuan dari 16, 24, dan 32.

Jadi, faktor persekutuan dari 16, 24, dan 32 adalah 1, 2, 4, dan 8. Bilangan yang terbesar adalah 8. Maka, FPB dari 16, 24, dan 32 adalah 8.

Jumlah buah dalam kantong adalah;

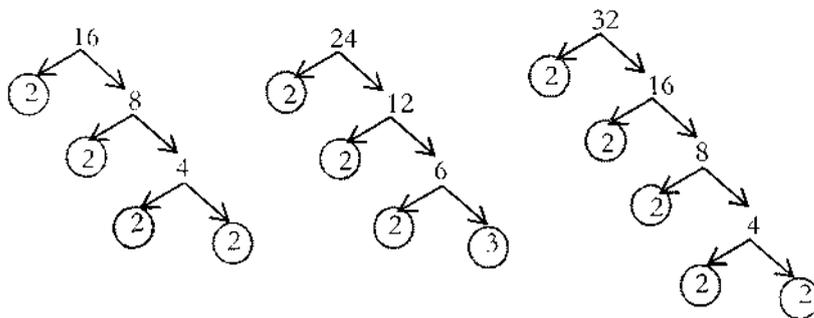
Buah jeruk $\rightarrow 16 : 8 = 2$ buah

Buah apel $\rightarrow 24 : 8 = 3$ buah

Buah mangga $\rightarrow 32 : 8 = 4$ buah

Sehingga, jumlah bungkus plastik paling banyak yang bisa digunakan oleh ibu adalah 8. Dan, setiap kantong berisi buah jeruk sebanyak 2 buah; buah apel sebanyak 3 buah; buah mangga sebanyak 4 buah.

b. Cara 2 : dengan menggunakan faktorisasi prima



Untuk mempermudah perhitungan, maka hasil dari faktorisasi prima di atas dapat ditulis hasilnya sebagai berikut :

$$\begin{aligned}
 16 &= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \\
 24 &= 2 \times 2 \times 2 \times 3 \\
 \underline{32} &= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \\
 \text{FPB} &= 2 \times 2 \times 2
 \end{aligned}$$

Jadi, FPB dari 16, 24, dan 32 adalah $2 \times 2 \times 2 = 2^3 = 8$

Alternatif lain dalam mencari FPB yaitu dengan menggalikan faktor – faktor prima yang sama dengan pangkat terkecil.

$$\begin{aligned}
 16 &= 2^4 \\
 24 &= 2^3 \times 3 \\
 32 &= 2^5
 \end{aligned}$$

Maka, FPB dari 16, 24 dan 32 adalah faktor prima yang sama dengan pangkat terkecil yaitu $2^3 = 8$

Mengapa diambil faktor prima yang sama dengan pangkat terkecil? Karena agar dapat membagi semua bilangan.

Sehingga, jumlah bungkus plastik paling banyak yang bisa digunakan oleh ibu adalah 8. Dan, setiap kantong berisi buah jeruk sebanyak 2 buah; buah apel sebanyak 3 buah; buah mangga sebanyak 4 buah.

c. Cara 3 : dengan tabel pembagian

÷	16	24	32
②	8	12	16
②	4	6	8
②	2	3	4
2	1	3	2
2	1	3	1
3	1	1	1

Berdasarkan hasil tabel pembagian di atas, maka FPB adalah bilangan yang dapat membagi semua bilangan – bilangan. Jadi, FPB dari 16, 24, dan 32 adalah 8.

Sehingga, jumlah bungkus plastik paling banyak yang bisa digunakan oleh ibu adalah 8. Dan, setiap kantong berisi buah jeruk sebanyak 2 buah; buah apel sebanyak 3 buah; buah mangga sebanyak 4 buah.

Berdasarkan ketiga cara di atas, maka guru diharapkan memberikan kebebasan siswa untuk memilih cara mana yang paling mudah dan sesuai dengan kemampuannya. Dari contoh dan penjelasan guru, diharapkan siswa memahami bahwa :

FPB dari dua atau lebih bilangan adalah faktor persekutuan yang paling besar diantara faktor – faktor persekutuan yang ada dari bilangan yang diketahui

4. Aplikasi FPB dalam Kehidupan Sehari – hari

Tanpa kita sadari bahwa banyak sekali permasalahan dalam kehidupan sehari – hari yang berhubungan dengan FPB. Berikut ini beberapa contoh penerapan FPB dalam kehidupan sehari – hari.

a. Membuat gelang dari manik – manik

Soal:

Kakak akan membuat beberapa gelang dari manik – manik. Ia memiliki 4 pack manik – manik ungu, 2 pack manik – manik merah, dan 1 pack manik – manik biru. Setelah dihitung, dalam setiap pack terdapat 30 biji manik – manik. Jika Kakak akan membuat gelang yang terdiri dari manik – manik tersebut dengan jumlah warna yang sama banyak disetiap gelangnya, maka berapa gelang paling banyak yang dapat dibuat oleh Kakak?

Penyelesaian :

Untuk menyelesaikan soal siswa dituntut untuk mampu menterjemahkan dalam kalimat matematika.

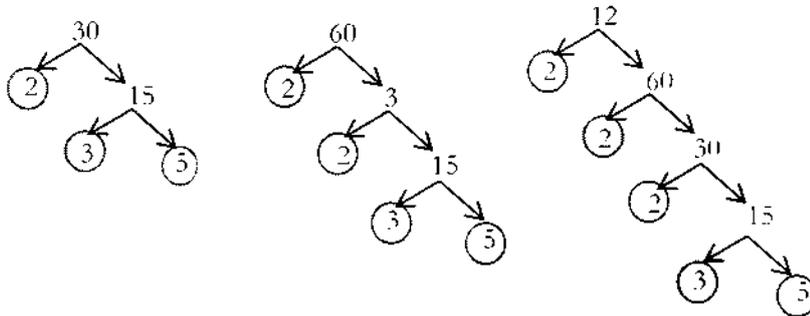
Sebelum menyelesaikan soal di atas, siswa terlebih dulu mencari jumlah manik – manik.

$$\text{Manik – manik ungu : } 4 \times 30 = 120 \text{ biji manik – manik}$$

$$\text{Manik – manik merah : } 2 \times 30 = 60 \text{ biji manik – manik}$$

$$\text{Manik – manik biru : } 1 \times 30 = 30 \text{ biji manik – manik}$$

Maka, yang ditanyakan adalah FPB dari 120, 60, dan 30.



$$30 = 2 \times 3 \times 5$$

$$60 = 2^2 \times 3 \times 5$$

$$120 = 2^3 \times 3 \times 5$$

Maka, FPB dari $2 \times 3 \times 5 = 30$

Jadi, jumlah gelang yang dapat dibuat oleh kakak adalah 30 gelang.

b. Pembagian yang sama banyak

Soal:

Pada suatu acara workshop yang dihadiri oleh 60 guru Bahasa Indonesia, 24 guru IPA, dan 12 guru Matematika. Seluruh peserta akan dikelompokkan menjadi beberapa kelompok dengan banyak guru setiap mata pelajaran pada setiap kelompok sama banyak. Kelompok yang dapat dibuat paling banyak adalah ...

Penyelesaian :

Untuk menyelesaikan soal siswa harus mampu membaca dengan cermat, dan mampu mengubahnya kedalam bentuk matematika. Berdasarkan soal di atas, maka penyelesaiannya yaitu dengan mencari FPB dari 60, 24, dan 12.

÷	12	24	60
②	6	12	30
②	3	6	15
③	1	2	5
2	1	1	5
5	1	1	1

Berdasarkan hasil tabel, tampak bahwa yang dapat membagi 12, 24 dan 60 adalah $2 \times 2 \times 3 = 12$. Sehingga, FPB dari 12, 24 dan 60 adalah 12. **Jadi, banyak kelompok yang dapat dibuat adalah 12 kelompok.**

C. Latihan Soal

Setelah membaca uraian materi di atas, maka untuk meningkatkan pemahaman kalian, selesaikanlah soal – soal berikut ini.

1. Adek akan membuat papan permainan dengan ukuran 40 cm dan 60 cm. Ia ingin menutupi seluruh permukaan papan dengan stiker berbentuk persegi yang ukurannya sama. Berapakah ukuran persegi terbesar yang dapat Adek gunakan?
2. Bu Guru mempunyai 72 krayon dan 60 lembar kertas yang akan diberikan kepada siswa – siswanya. Berapa jumlah

- maksimal siswa yang mendapatkan kertas dan krayon dalam jumlah yang sama?
3. Arya pergi ke sekolah pukul 06.00 menggunakan sepeda dengan kecepatan 20 km/jam. Sepuluh menit kemudian Sandi menyusul Arya baik sepeda dengan kecepatan 30 km/jam. Pada km berapa dan pada pukul berapa Sandi dapat menyusul Arya?
 4. Dalam rangka memperingati Hari Kemerdekaan, Kota Malang mulai mempercantik diri. Di kiri jalan dipasang bendera setiap 25 meter. Di pembatas jalur tengah jalan dipasang lampu setiap 45 meter. Sedangkan, di kanan jalan terdapat tiang yang dihias oleh bunga setiap 30 meter. Tiap berapa meterkah ketiganya tampak sebaris?
 5. Dalam rangka memperingati ulang tahunnya Bapak ingin menyumbangkan 20 liter minyak goreng dan 15 karung beras ke panti asuhan. Bapak ingin memastikan bahwa masing-masing panti asuhan menerima minyak goreng dan beras yang sama banyak, dan tidak ada sisa. Berapa jumlah terbanyak dari panti asuhan yang akan menerima sumbangan?

Daftar Pustaka

- Himawati, Erna. (2011). *Menghitung FPB dan KPK*. Be Champion : Jakarta
- Heddens, James W. Speer, William R. (2001). *Concept and Classroom Methods. Today's Mathematics 10th Edition*. Elm Street Publishing Services. Inc : US
- Pujiati, Suharjana, Agus. (2011). *Modul Matematika SD Program BERMUTU : Pembelajaran FPB dan KPK di SD*. P4TK : Yogyakarta
- Srivastav, Mang Kumar. (2016). HCF and LCM – A Case Study of Completeness Property of Real Numbers. *International Journal of Mathematics Trends and Technology (IJMTT)*. Vol. 30 No. 1: 30 - 33

BAB IV

BILANGAN KUADRAT DAN AKAR KUADRAT

A. Bilangan Kuadrat

Pangkat dua atau bilangan kuadrat (bahasa Inggris: *square*) dalam matematika adalah hasil perkalian antara suatu bilangan dengan bilangan itu sendiri atau bilangan kuadrat merupakan perkalian berulang bilangan tersebut sebanyak dua kali. Jika p adalah sebuah bilangan, maka p pangkat dua dituliskan sebagai berikut.

$$p^2 = p \times p$$

Misalnya:

$$4^2 = 4 \times 4$$

$$5^2 = 5 \times 5$$

$$6^2 = 6 \times 6$$

Contoh soal:

Tentukan hasil bilangan kuadrat atau berpangkat dua dari:

1. 1^2

Penyelesaian:

$$1^2 = 1 \times 1 = 1$$

2. 3^2

Penyelesaian:

$$3^2 = 3 \times 3 = 9$$

3. 5^2

Penyelesaian:

$$5^2 = 5 \times 5 = 25$$

4. 7^2

Penyelesaian:

$$7^2 = 7 \times 7 = 49$$

5. 9^2

Penyelesaian:

$$9^2 = 9 \times 9 = 81$$

Latihan 1

Tentukan hasil bilangan kuadrat atau pangkat dua dari bilangan-bilangan berikut!

1) 11^2

- 2) 13^2
- 3) 14^2
- 4) 16^2
- 5) 19^2
- 6) 20^2
- 7) 21^2
- 8) 25^2
- 9) 31^2
- 10) 33^2

I. Operasi hitung bilangan kuadrat

Ada empat operasi hitung yang menggunakan kuadrat, yaitu penjumlahan, pengurangan, perkalian, dan pembagian.

- 1) Penjumlahan

Contoh:

$$8^2 + 2^2 = 64 + 4 = 68$$

Jadi, $8^2 + 2^2 = 68$

- 2) Pengurangan

$$8^2 - 2^2 = 64 - 4 = 60$$

Jadi, $8^2 - 2^2 = 60$

- 3) Perkalian

$$8^2 \times 2^2 = 64 \times 4 = 256$$

Jadi, $8^2 \times 2^2 = 256$

- 4) Pembagian $8^2 : 2^2 = 64 : 4 = 16$

Jadi, $8^2 : 2^2 = 16$

Latihan 2

Tentukan hasil operasi hitung bilangan kuadrat berikut!

- 1) $11^2 + 6^2$
- 2) $7^2 + 14^2$
- 3) $22^2 + 2^2$
- 4) $8^2 - 8^2$
- 5) $15^2 - 9^2$
- 6) $13^2 - 11^2$
- 7) $9^2 \times 1^2$
- 8) $5^2 \times 8^2$
- 9) $12^2 : 4^2$
- 10) $18^2 : 3^2$

2. Operasi hitung campuran bilangan kuadrat

Perlu diingat, saat ada operasi hitung campuran kita harus mendahulukan terlebih dahulu perkalian dan pembagian, ya!. Adapun aturan operasi hitung campuran secara umum yaitu sebagai berikut:

- Pengerjaan operasi hitung dalam kurung harus dilakukan terlebih dahulu. Bilangan berpangkat harus didahulukan.
- Operasi pembagian dan perkalian harus didahulukan sebelum pengurangan maupun penjumlahan.
- Apabila dalam soal tidak ada tanda kurung dan terdapat operasi hitung pembagian maupun perkalian, maka pengerjaannya dilakukan dari kiri ke kanan secara berurutan.
- Apabila dalam soal tidak ada tanda kurung dan terdapat operasi hitung pengurangan maupun penjumlahan, maka pengerjaannya dilakukan dari kiri ke kanan secara berurutan.

Intinya dalam operasi hitung campuran yang didahulukan terlebih dahulu adalah tanda kurung, perpangkatan, perkalian/pembagian dan penjumlahan/pengurangan.

Contoh soal:

$$\begin{aligned} 1) \quad 10^2 - 4^2 \times 2^2 + 3^2 &= 10^2 - (16 \times 4) + 9 \\ &= (100 - 64) + 9 = 36 + 9 = 45 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2) \quad 10^2 : 5^2 + 2^2 \times 4^2 &= (100 : 25) + (4 \times 16) \\ &= 4 + 64 = 68 \end{aligned}$$

Latihan 3

Tentukanlah hasil dari operasi hitung campuran bilangan kuadrat berikut!

- $(2 + 3)^2 \times 3^2 : 5^2$
- $7^2 + 2^2 - 4^2 \times 3^2$
- $10^2 - 5^2 + (8^2 : 8)$
- $9^2 : 3^2 \times 12^2 - 11^2$
- $3^2 \times 5^2 - 6^2 + 7^2$

B. Akar Kuadrat

Akar kuadrat atau akar pangkat dua adalah kebalikan dari operasi pangkat dua atau invers pangkat dua suatu bilangan. Nilai akar pangkat dua suatu bilangan x adalah y dimana berlaku $x = y^2$, dengan x dan y bilangan real. Sehingga dapat ditulis $\sqrt{x} = y$ dan dibaca "akar kuadrat dari x sama dengan y ". Akar kuadrat dalam bahasa Inggris disebut "*square root*".

Untuk lebih jelasnya dapat dilihat pada tabel berikut.

Bilangan Pangkat Dua	Bilangan Kuadrat	Akar Pangkat dua	Hasil Akar Pangkat Dua
1^2	1	$\sqrt{1}$	1
2^2	4	$\sqrt{4}$	2
3^2	9	$\sqrt{9}$	3
4^2	16	$\sqrt{16}$	4
5^2	25	$\sqrt{25}$	5
6^2	36	$\sqrt{36}$	6
7^2	49	$\sqrt{49}$	7
8^2	64	$\sqrt{64}$	8
9^2	81	$\sqrt{81}$	9
10^2	100	$\sqrt{100}$	10

Contoh soal:

Tentukan hasil akar kuadrat atau akar pangkat dua dari:

- 1) $\sqrt{36} = 6$, karena $6^2 = 6 \times 6 = 36$
- 2) $\sqrt{64} = 8$, karena $8^2 = 8 \times 8 = 64$
- 3) $\sqrt{81} = 9$, karena $9^2 = 9 \times 9 = 81$
- 4) $\sqrt{100} = 10$, karena $10^2 = 10 \times 10 = 100$
- 5) $\sqrt{144} = 12$, karena $12^2 = 12 \times 12 = 144$

Latihan 4

Tentukanlah hasil dari akar kuadrat bilangan berikut!

- 1) $\sqrt{25}$

- 2) $\sqrt{49}$
- 3) $\sqrt{121}$
- 4) $\sqrt{169}$
- 5) $\sqrt{196}$
- 6) $\sqrt{225}$
- 7) $\sqrt{289}$
- 8) $\sqrt{324}$
- 9) $\sqrt{361}$
- 10) $\sqrt{400}$

1. Operasi hitung akar kuadrat

Dalam operasi hitung yang menggunakan akar kuadrat, yaitu penjumlahan, pengurangan, perkalian, dan pembagian.

- 1) Penjumlahan

Contoh:

$$\sqrt{64} + \sqrt{4} = 8 + 2 = 10$$

$$\text{Jadi, } \sqrt{64} + \sqrt{4} = 10$$

- 2) Pengurangan

$$\sqrt{64} - \sqrt{4} = 8 - 2 = 6$$

$$\text{Jadi, } \sqrt{64} - \sqrt{4} = 6$$

- 3) Perkalian

$$\sqrt{64} \times \sqrt{4} = 8 \times 2 = 16$$

$$\text{Jadi, } \sqrt{64} \times \sqrt{4} = 16$$

- 4) $\sqrt{64} : \sqrt{4} = 8 : 2 = 4$

$$\text{Jadi, } \sqrt{64} : \sqrt{4} = 4$$

Latihan 5

Tentukan hasil operasi hitung akar kuadrat berikut!

- 1) $\sqrt{121} + \sqrt{36}$
- 2) $\sqrt{49} + \sqrt{9}$
- 3) $\sqrt{289} + \sqrt{16}$
- 4) $\sqrt{144} - \sqrt{144}$
- 5) $\sqrt{225} - \sqrt{100}$
- 6) $\sqrt{169} - \sqrt{81}$
- 7) $\sqrt{121} \times \sqrt{4}$
- 8) $\sqrt{25} \times \sqrt{100}$
- 9) $\sqrt{196} : \sqrt{49}$
- 10) $\sqrt{324} : \sqrt{9}$

2. Operasi hitung campuran akar kuadrat

Pengerjaan operasi hitung campuran akar kuadrat sama dengan cara operasi hitung bilangan kuadrat yang terlebih dahulu adalah tanda kurung, perpangkatan, perkalian/pembagian dan penjumlahan/pengurangan.

Contoh soal:

$$1) \sqrt{100} - \sqrt{16} \times \sqrt{4} + \sqrt{9} = 10 - (4 \times 2) + 3 \\ = (10 - 8) + 3 = 2 + 3 = 5$$

$$2) \sqrt{100} : \sqrt{25} + \sqrt{4} \times \sqrt{16} = (10 : 5) + (2 \times 4) = \\ = 2 + 8 = 10$$

Latihan 6

Tentukanlah hasil dari operasi hitung campuran akar kuadrat berikut!

- 1) $(2 + 3)^2 \times \sqrt{9} : \sqrt{25}$
- 2) $\sqrt{100} : \sqrt{4} - \sqrt{16} \times \sqrt{9}$
- 3) $\sqrt{100} - 25 + \sqrt{64} : 8$
- 4) $\sqrt{81} : \sqrt{9} \times \sqrt{144} - \sqrt{121}$
- 5) $\sqrt{9} \times \sqrt{25} - \sqrt{36} + \sqrt{49}$

Cara Cepat Menentukan Akar Kuadrat Bilangan

Berikut ini cara (rumus) cepat untuk mencari akar dari suatu bilangan. Hanya satu kali percobaan langsung ketemu:

1. Langkah Pertama: Lihat 1 digit angkat terakhir misal $\sqrt{2.209}$, angka terakhirnya adalah 9, jadi akar dari bilangan tersebut angka terakhirnya kemungkinan 7 atau 3. Misalnya suatu bilangan berakhiran 6 pasti angka terakhir akarnya 6 atau 4. Berikut tabel lengkapnya. Bilangan yang 1 digit terakhirnya akarnya (digit terakhir).

Angka Kuadrat	Angka terakhir akarnya
...1	1 atau 9
...4	2 atau 8
...5	hanya 5
...6	4 atau 6
...9	3 atau 7
...0	hanya 0

2. Langkah kedua: Lihat bilangan paling depan sebanyak jumlah digit bilangan tersebut dikurangi 2 (untuk > 100)
Misal 2209 (4 digit) maka kita cukup lihat (4-2) digit paling depan atau 2 digit paling depan. Kita dapat angka 22.
3. Langkah ketiga: Cari bilangan kuadrat tepat di bawah bilangan yang didapat di langkah no. 2 Kemudian akarkan.
Misal 2209, ketemu dua angka paling depan 22, maka bilangan kuadrat yang tepat di bawah 22 adalah 16, dan akar dari 16 adalah 4.
4. Langkah keempat: Gabungkan dengan bilangan yang ditemukan di angka langkah no.1.
Jadi akar 2209 itu 47 kalau tidak 43. Jadi, kita tinggal sekali hitung, coba hitung angka 472 kalau benar hasilnya 2209 berarti 47 akarnya, kalau tidak otomatis 43.

$$\rightarrow \sqrt{2209} \Rightarrow \dots 3 / \dots 7$$

$$\rightarrow 22 \Rightarrow 16$$

$$\rightarrow \sqrt{16} = 4 \rightarrow 43/47$$

DAFTAR PUSTAKA

- Donbull. (2012, Desember 6). Diakses dari <https://rumushitung.com/2012/12/06/cara-cepat-mencari-akar-kuadrat-bilangan>
- Gunanto & Dhesy A. 2015. *E.S.P.S (Erlangga Straight Point Series) Matematika untuk SD/MI Kelas IV*. Jakarta: Penerbit Erlangga.
- Purnomosidi, W., S., & Ida Gantiny. 2018. *Senang Belajar Matematika*. Jakarta: Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan
- Ruseffendi. 1988. *Dasar-Dasar Matematika Modern untuk Guru-Guru dan Orang Tua Murid*. Tarsito. Bandung.

BAB V. BANGUN DATAR

Muh. Khaerul Ummah BK, S.Pd., M.Pd.

Jusmawati, S.Pd., M.Pd.

A. Konsep Dasar Materi Ajar Bangun Datar dalam Mata Pelajaran Matematika Jenjang SD/MI

Ada begitu banyak materi pembelajaran yang berkaitan dengan konsep matematika yang diajarkan di setiap jenjang pendidikan. Sebagaimana di jenjang pendidikan SD/MI misalnya, salah satu konsep materi ajar yang sering diajarkan yaitu materi ajar bangun datar. Hal ini berdasarkan ruang lingkup materi ajar bidang studi matematika yang disebutkan dalam rumusan Permendiknas (2006), bahwa pada umumnya ruang lingkup pembelajaran matematika di satuan pendidikan dasar meliputi pengajaran: (1) bilangan, (2) geometri, (3) pengukuran, dan (4) pengolahan data. Dari keempat ruang lingkup tersebut, materi ajar bangun datar termasuk kategori bidang pokok bahasan geometri.

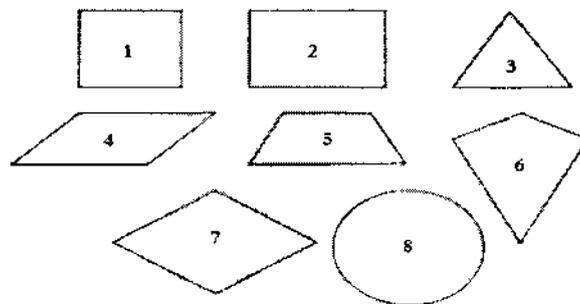
Mengajarkan siswa konsep geometri seperti bangun datar berarti mengajarkan siswa SD/MI tentang konsep dari sifat konkrit suatu benda yang berkaitan dengan masalah kebendaan yang mudah ditemukan oleh siswa di kehidupan nyatanya, sehingga materi ajar ini menjadi salah satu topik penting dalam pembelajaran matematika di jenjang SD/MI. Di samping itu, materi ajar bangun datar memuat banyak konsep matematika yang pengembangannya teraplikasi dalam kehidupan sehari-hari siswa, sehingga memungkinkan siswa untuk mempelajari, menganalisis atau menafsirkan dunia mereka.

Sesuai definisi istilahnya, bangun datar dapat dijelaskan sebagai sebuah bidang datar yang membentuk bangun dua dimensi dan mempunyai keliling dan luas namun tidak memiliki ruang isi yang disebut volume. Pemaknaan definisi atau pengenalan istilah bangun datar ini mungkin akan sulit dipahami oleh siswa SD/MI pada kelas rendah (kelas 1 hingga kelas 3 SD/MI), namun pemaknaan istilahnya tersebut akan lebih mudah dipahaminya apabila diajarkan dengan mengaitkan benda-benda konkrit dan mudah ditemukan di sekitar siswa. Misalnya di saat mengajarkan bangun datar persegi, maka guru dapat menunjukkan benda konkritnya yang menyerupai bangun persegi seperti papan tulis, ataukah mengajarkan konsep bangun datar layang-layang, maka guru dapat menghadirkan benda layang-layang agar konsep bangun tersebut mudah dipahami siswa.

Tetapi berbeda halnya bagi siswa SD/MI pada kelas tinggi (kelas 4, 5, dan 6), dalam hal pengenalan istilah bangun datar mereka diusia ini telah mampu memahami bentuk-bentuk bangun datar yang terkoneksi dengan bentuk-bentuk kebendaan yang menyerupai bangun dua dimensi yang sering ditemukannya dalam kehidupan sehari-hari siswa. Namun yang paling dominan dalam aspek pengajarannya di kelas 4,5, dan 6 SD/MI ini adalah mengajarkan kepada siswa konsep-konsep pemecahan masalah bangun datar yang dikemas dalam bentuk operasi hitung keliling dan luas dari suatu bangun datar dua dimensi.

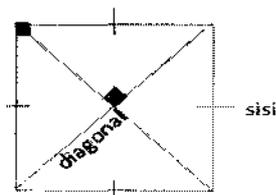
B. Jenis-Jenis Bangun Datar dan Sifat Bangunannya

Dalam kehidupan sehari-hari kita mengenal ada banyak jenis bangun datar namun yang paling umum dan mendasar sering diperkenalkan kepada siswa di jenjang SD/MI ada delapan jenis, seperti bangun datar: (1) persegi, (2) persegi panjang, (3) segitiga, (4) jajar genjang, (5) trapesium, (6) layang-layang, (7) belah ketupat, dan (8) lingkaran. Kedelapan jenis bangun datar ini memiliki sifat bangun yang berbeda.

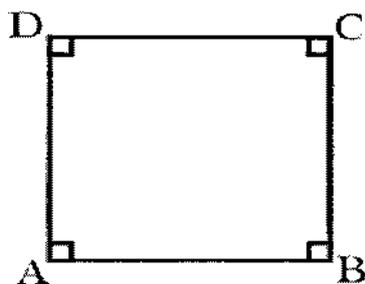


1. Bangun Datar Persegi

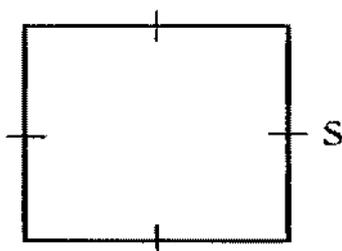
Persegi bisa dikenal dengan sebutan bujur sangkar. Persegi atau bujur sangkar adalah bangun datar dua dimensi yang dibentuk oleh empat empat sisi yang sama panjang dan keempat titik sudutnya membentuk sudut siku-siku yang sama besar (90°).



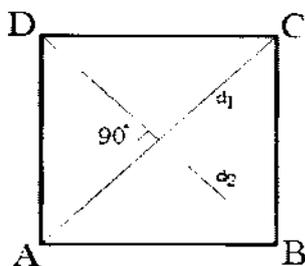
- Sifat-sifat yang dimiliki oleh bangun datar persegi ini, yaitu:
- Kecmpat titik sudutnya adalah sudut siku-siku berukuran 90° , sehingga berlaku ketentuan sudut $\angle ABC = \angle BCD = \angle CDA = \angle DAB = 90^\circ$



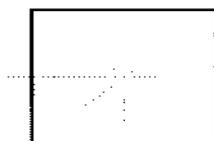
- Memiliki 4 sisi yang sama panjang



- Kedua diagonalnya sama panjang dan berpotongan membentuk sudut siku-siku (90°), dan berlaku ketentuan $AC = BD$ dengan AC adalah diagonal 1 dan BD adalah diagonal 2.

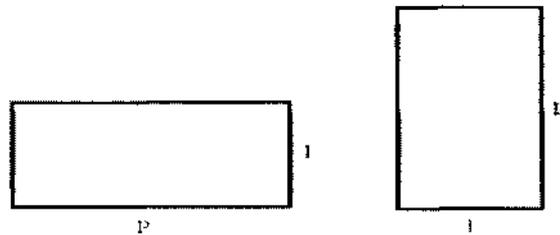


- Memiliki 4 sumbu simetri



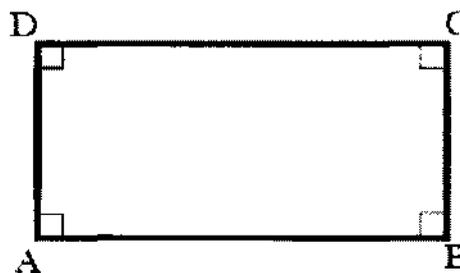
2. Bangun Datar Persegi Panjang

Persegi panjang berbeda dengan persegi walaupun ada beberapa kemiripan. Persegi panjang adalah bangun datar dua dimensi yang mempunyai 2 pasang sisi sejajar yang sama panjang dan memiliki 4 titik sudut siku-siku.

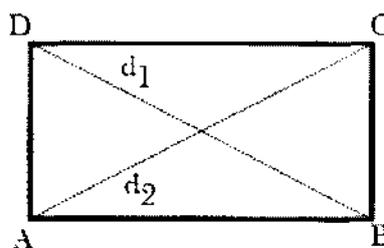


Sifat-sifat yang dimiliki bangun datar persegi panjang yaitu:

- Memiliki 2 pasang sisi sejajar yang sama Panjang
- Pasangan sisi yang memiliki ukuran yang lebih panjang dinyatakan dengan sebutan panjang bangunan atau dengan simbol (p) untuk membedakan sepasang sisi lainnya yang berbeda ukuran.
- Sepasang sisi yang memiliki ukuran lebih pendek dinyatakan dengan sebutan lebar bangunan atau dinyatakan dengan simbol (l).
- Memiliki 4 titik sudut siku-siku berukuran sama besar, dengan ketentuan Besar $\angle DAB = \angle ABC = \angle BCD = \angle CDA = 90^\circ$.

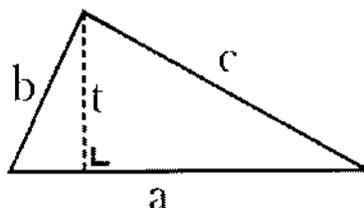


- Memiliki sepasang diagonal yang sama panjang.



3. Bangun datar Segitiga

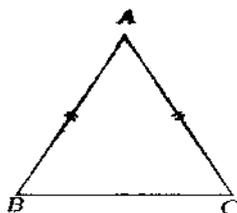
Segitiga adalah bangun datar yang dibatasi oleh 3 buah sisi dan 3 titik sudut dengan karakteristik sifat umum yang dimilikinya meliputi: (1) alas yang disimbolkan (a), (2) tinggi yang disimbolkan (t) dan sisi lain segitiga yang disimbolkan (b dan c) seperti pada contoh gambar berikut.



Sesuai karakteristik sifatnya dimiliki oleh semua jenis bangun datar segitiga, seperti:

a. Bangun datar segitiga sama sisi

Segitiga sama sisi merupakan segitiga yang ketiga sisi dan sudutnya memiliki ukuran yang sama. Dari ketiga sisi yang dimilikinya sama yaitu sisi AB, sisi BC, dan sisi AC. Begitu pun ketiga sudutnya juga sama besar yaitu $\angle ABC$, $\angle ACB$, dan $\angle BAC$.



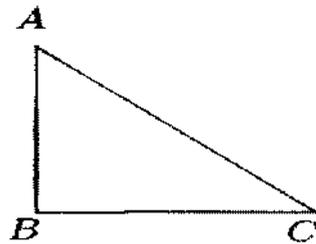
b. Bangun datar segitiga sama kaki

Segitiga sama kaki merupakan jenis segitiga yang memiliki sepasang sisi yang sama panjang yaitu sisi AB dan sisi AC dan terdapat sepasang sudut yang sama besar yaitu $\angle ABC$ dan $\angle ACB$.



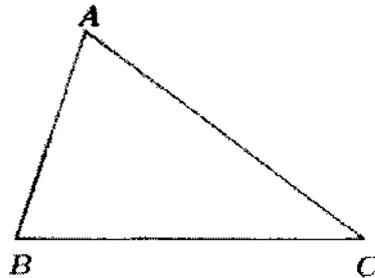
- c. Bangun datar segitiga siku-siku

Segitiga siku-siku merupakan jenis segitiga yang salah satu sudutnya memiliki ukuran sudut 90° . Sebagaimana gambar yang ditunjukkan berikut ini, salah satu yang memiliki ukuran sudut 90° adalah $\angle ABC$.



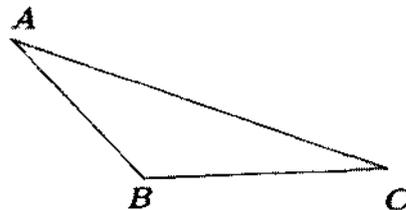
- d. Bangun datar segitiga sembarang

Segitiga sembarang merupakan jenis segitiga dengan ukuran ketiga sisinya berbeda yaitu sisi AB, sisi BC dan sisi AC yang ukuran sisi-sisinya tidak sama panjang dan ketiga sudutnya yaitu $\angle ABC$, $\angle ACB$ dan $\angle BCA$ memiliki ukuran sudut yang berbeda pula.



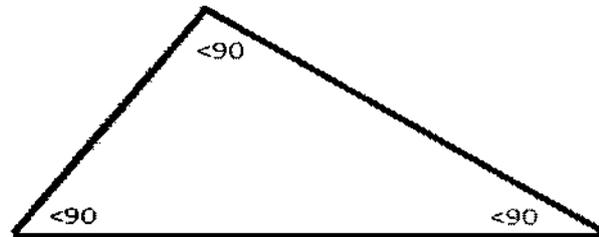
- e. Bangun datar segitiga tumpul

Segitiga tumpul adalah jenis bangun datar segitiga yang salah satu sudutnya memiliki ukuran sudut lebih dari 90° .



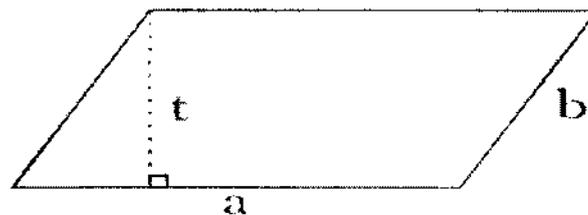
f. Bangun datar segitiga lancip

Segitiga lancip adalah sebuah segitiga yang besaran semua sudutnya adalah kurang dari 90° . Sebutan segitiga lancip ini disebabkan karena setiap sudutnya kurang dari 90 derajat, maka sudutnya lebih tertutup dan lancip.



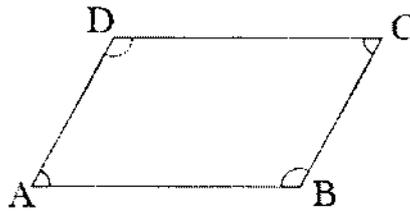
4. Bangun Datar Jajar Genjang

Jajar genjang adalah bangun datar 2 dimensi yang tersusun oleh 2 pasang sisi yang sama panjang dan sejajar serta mempunyai 2 pasang sudut yang sama besar (pasangan sudut lancip dan pasangan sudut tumpul). Sesuai contoh gambar sederhananya berikut ini pada bangun datar jajar genjang memiliki sisi alas yang disimbolkan (a), sisi miring (b), dan tingginya disimbolkan (t).



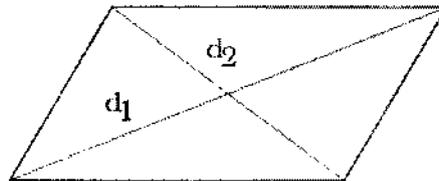
Adapun sifat-sifat bangunannya, yaitu:

- Memiliki 2 pasang sisi yang sama Panjang
- Tinggi jajar genjang diperoleh dari garis yang melalui salah satu titik sudut ke sisi lainnya, sehingga membentuk sudut siku-siku pada sisi tersebut.
- Mempunyai 2 pasangan sudut yang sama besar (pasangan sudut tumpul dan pasangan sudut lancip).



Pada bangun jajar genjang di atas berlaku $\angle BAD = \angle BCD$ (pasangan sudut lancip) dan $\angle ABC = \angle ADC$ (pasangan sudut tumpul).

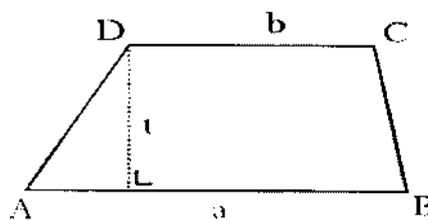
- d. Salah satu sudut lancip dijumlahkan dengan salah satu sudut tumpul menghasilkan nilai 180° .
- e. Mempunyai 2 diagonal dengan panjang yang berbeda.



- f. Sudut yang saling berhadapan mempunyai besar yang sama

5. Bangun Datar Trapesium

Trapesium adalah jenis bangun datar dua dimensi yang dibentuk oleh 4 buah sisi yaitu 2 buah sisi sejajar yang tidak sama Panjang dan 2 buah sisi yang berbeda lainnya. Sebagaimana contoh gambarnya, sisi-sisi yang sejajar disimbolkan (a dan b) di mana sisi (a) menunjukkan ukuran panjang AB dan sisi (b) menunjuk pada ukuran panjang DC.

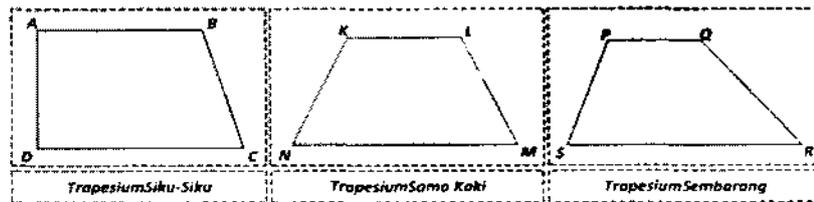


Secara umum, sifat-sifat bangun datar trapesium, yaitu:

- a. Memiliki sepasang sisi yang sejajar tetapi tidak sama panjang
- b. Sudut yang berhadapan tidak sama besar

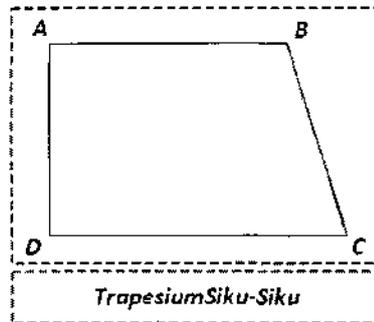
- c. Memiliki dua buah diagonal yang berpotongan tidak tegak lurus
- d. Tidak memiliki simetri putar
- e. memiliki empat sudut dan dari keempat sudut tersebut minimal memiliki satu sudut tumpul ($> 90^\circ$) dan satu sudut lancip ($< 90^\circ$).

Sesuai bentuk bangun datarnya, juga terdapat jenis bangun datar trapesium siku-siku, trapesium sama kaki dan trapesium sembarang. Seperti contoh gambarnya berikut ini.



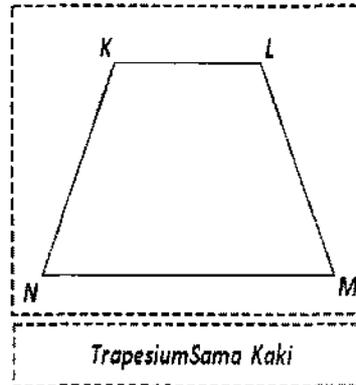
a. Sifat Trapezium Siku-Siku

- Memiliki sepasang sisi yang sejajar, yaitu sisi AB dan sisi DC
- Memiliki dua sudut siku-siku ($\angle 90^\circ$) yang berdekatan, yaitu sudut $\angle A$ ($\angle DAB$) dan $\angle D$ ($\angle ADC$)
- Memiliki dua buah diagonal, AC dan BD
- Kedua diagonalnya tidak sama panjang
- Memiliki sebuah sudut tumpul, yaitu $\angle B$ ($\angle ABC$)
- Memiliki sebuah sudut lancip, yaitu $\angle C$ ($\angle BCD$)
- Jumlah keempat sudutnya 360° ($\angle A + \angle B + \angle C + \angle D = 360^\circ$)



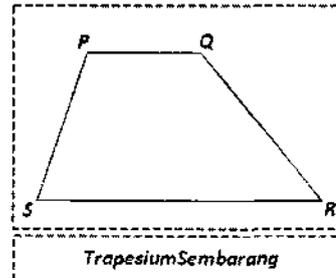
b. Sifat Trapesium Sama Kaki

- Memiliki sepasang sisi yang sejajar, yaitu sisi KL dan sisi NM
- Memiliki sepasang sisi sama panjang, yaitu sisi KN dan LM
- Memiliki dua buah diagonal yang sama panjang, $KM = LN$
- Sudut yang berdekatan sama besar, $\angle K = \angle L$ dan $\angle N = \angle M$
- Memiliki dua sudut tumpul, yaitu $\angle K$ ($\angle NKL$) dan $\angle L$ ($\angle KLM$)
- Memiliki dua buah sudut lancip, yaitu $\angle N$ ($\angle KNM$) $\angle M$ ($\angle NML$)
- Jumlah keempat sudutnya 360° ($\angle K + \angle L + \angle M + \angle N = 360^\circ$)



c. Sifat Trapesium Sembarang

- Memiliki sepasang sisi sejajar, yaitu sisi PQ dan sisi SR
- Keempat sudutnya tidak sama besar
- Memiliki dua buah diagonal, PR dan QS
- Kedua diagonalnya tidak sama panjang
- Memiliki dua sudut tumpul, yaitu $\angle P$ ($\angle SPQ$) dan $\angle Q$ ($\angle PQR$)
- Memiliki dua buah sudut lancip, yaitu $\angle S$ ($\angle PSR$) $\angle R$ ($\angle QRS$)
- Jumlah keempat sudutnya 360° ($\angle P + \angle Q + \angle R + \angle S = 360^\circ$)

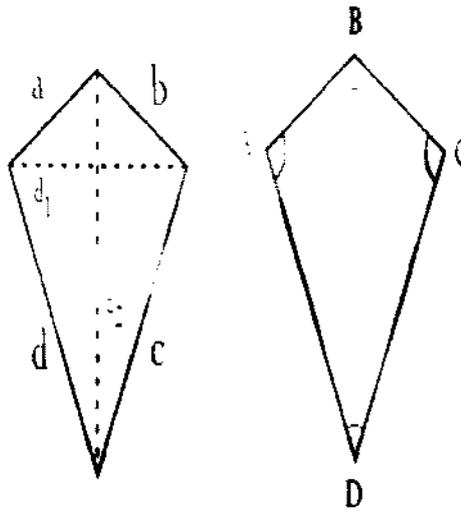


1. Bangun Datar Layang-Layang

Bangun datar layang-layang adalah bangun datar yang dibentuk oleh 2 pasang sisi yang masing-masing pasangan sisinya berukuran sama panjang dan saling membentuk titik sudut.

Adapun sifat-sifat bangun datarnya, yaitu:

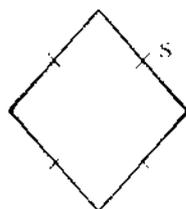
- a. Merupakan bangun datar dengan 4 sisi (*quadrilateral*)
- b. Mempunyai 2 pasangan sisi yang membentuk sudut yang berbeda.
 - 1) Pasangan 1 adalah sisi a dan b, membentuk sudut $\angle ABC$.
 - 2) Pasangan 2 adalah sisi c dan d, membentuk sudut $\angle ADC$.
- c. Mempunyai sepasang sudut yang saling berhadapan dengan besar yang sama, seperti yang ditunjukkan pada sudut $\angle BAD$ dan $\angle BCD$ saling berhadapan dan mempunyai besar yang sama.
- d. Mempunyai 2 diagonal dengan panjang yang berbeda.
- e. Diagonal layang-layang saling tegak lurus (90°).
- f. Diagonal terpanjang merupakan sumbu simetri layang-layang.
- g. Layang-layang hanya memiliki 1 sumbu simetri.



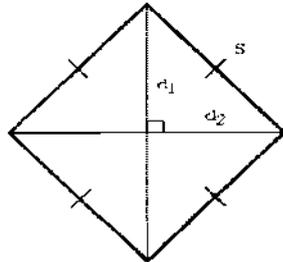
6. Bangun Datar Belah Ketupat

Belah ketupat merupakan jenis bangun datar yang terbentuk dari 4 sisi yang sama panjang dan sudut-sudutnya yang berhadapan sama besar atau berdasarkan sifat umum yang dimilikinya, yaitu:

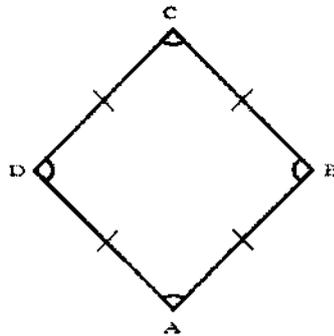
- a. Keempat sisinya berukuran sama panjang



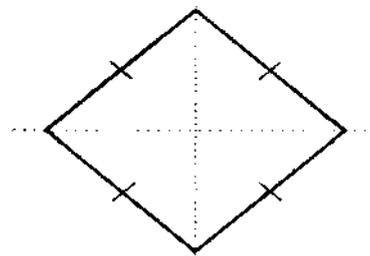
- b. Memiliki 2 diagonal yang saling tegak lurus. Di mana diagonal 1 (d_1) dan diagonal 2 (d_2) yang saling tegak lurus membentuk sudut siku-siku 90° .



- c. Sudut-sudut yang berhadapan memiliki ukuran besar yang sama, seperti ditunjukkan pada gambar di mana besar sudut $\angle ABC = \angle ADC$ dan $\angle BAD = \angle BCD$.



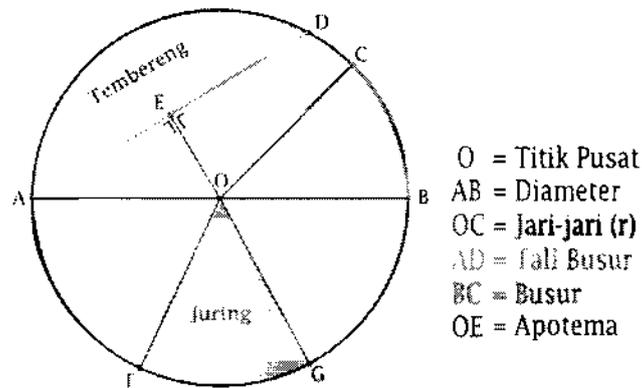
- d. Memiliki 2 sumbu simetri yang merupakan diagonal bangunannya.



7. Bangun Datar Lingkaran

Lingkaran adalah suatu bangun datar dua dimensi yang membentuk garis lengkung yang titik-titiknya saling bertemu dari jarak yang sama dari suatu titik tetap dan memiliki ciri-ciri umum, seperti titik pusat lingkaran, jari-jari lingkaran, tali busur, garis

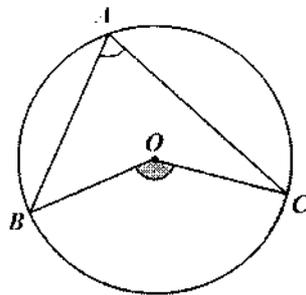
lengkung, diameter, ketetapan π (π), apotema, busur lingkaran, juring lingkaran, tembereng, sudut pusat, sudut keliling.



Penjelasan terkait ciri-ciri lingkaran ini dengan berdasar pada contoh gambar di atas, yaitu:

- Titik pusat lingkaran merupakan titik tetap yang berada tepat di tengah-tengah lingkaran dan titik inilah yang digunakan sebagai acuan atau patokan pengukuran suatu lingkaran, sebagaimana letak titik pusatnya dicontohnya melalui simbol titik "O" pada lingkaran.
- Jari-jari lingkaran atau radius lingkaran yang disimbolkan (r) merupakan jarak antara titik pusat lingkaran terhadap titik yang berada pada lengkung lingkaran. Sebagai contoh titik OA, OB, OC, OF, dan OG pada gambar.
- Tali busur adalah garis yang menghubungkan dua titik pada lengkung lingkaran, sebagai contoh yang diperlihatkan melalui garis AD.
- Garis lengkung lingkaran adalah himpunan semua titik lingkaran yang membentuk keliling lingkaran.
- Diameter (d) lingkaran adalah garis yang ditarik dari dua titik pada garis lengkung dan melewati titik pusat lingkaran atau sederhananya sering disebut 2 kali panjang dari jari-jari (r) suatu lingkaran, sebagai contoh garis AB pada gambar.
- Ketetapan Phi (π) pada suatu lingkaran diperoleh dari hasil perbandingan nilai keliling lingkaran dan diameter lingkaran yang tetapannya selalu konstan yaitu 3,14159 dengan pembulatan 3,14 atau $\frac{22}{7}$.

- g. **Apotema** merupakan jarak tali busur terhadap titik pusat lingkaran contoh garis OE pada gambar.
- h. **Busur lingkaran** adalah lengkungan yang terletak diantara dua titik pada lengkung lingkaran sebagai garis busur BC pada gambar.
- i. **Juring lingkaran** adalah daerah yang dibatasi oleh dua jari-jari dan sebuah busur lingkaran. Luas juring lingkaran dapat ditentukan dengan menggunakan perbandingan terhadap luas lingkaran.
- j. **Tembereng** adalah daerah yang berada pada suatu lingkaran yang dibatasi oleh tali busur dan busur lingkaran. Luas suatu tembereng dapat ditentukan dengan cara menghitung luas juring dikurangi dengan luas segitiga yang terbentuk dari dua jari-jari dan tali busur.
- k. **Sudut pusat** adalah sudut yang dibentuk oleh dua jari-jari lingkaran. Contohnya $\angle BOC$.



- l. **Sudut keliling** adalah sudut yang dibentuk oleh dua tali busur yang berpotongan pada keliling lingkaran. Contohnya pada lingkaran di atas adalah $\angle BAC$. Hubungan antara sudut pusat dan sudut keliling adalah besar sudut pusat sama dengan dua kali besar sudut keliling. Sehingga $\angle BOC = 2 \angle BAC$ dan $\angle BAC = \frac{1}{2} \angle BOC$

C. Rumus Perhitungan yang Terkait Bangun Datar dan Contoh Perhitungannya

1. Bangun Datar Persegi

Luas dan Keliling Persegi

Berikut ini adalah beberapa rumus yang biasa digunakan pada bangun persegi, antara lain:

Rumus luas persegi, yaitu:

$$L = \text{Sisi} \times \text{Sisi}$$

Rumus keliling persegi, yaitu:

$$K = \text{Sisi} + \text{Sisi} + \text{Sisi} + \text{Sisi} \text{ atau } K = 4 \times \text{Sisi}$$

Perhitungan	Rumus
Luas (L)	$L = s \times s$
Keliling (K)	$K = 4 \times s$
Sisi (s)	$s = \sqrt{L}$
	$s = K \div 4$
Diagonal (d)	$d = \sqrt{2 \times s^2}$

Contoh Latihan Soal Bangun Datar Persegi dan Cara Perhitungannya

Diketahui sebuah bangun datar persegi mempunyai sisi 8,2 cm.

Hitunglah luas dan keliling persegi tersebut!

Jawab:

Diketahui $s = 8,2$ cm

Ditanyakan Luas dan Keliling suatu persegi?

Penyelesaian:

$$L = s^2$$

$$L = (8,2 \text{ cm})^2$$

$$L = 67,24 \text{ cm}^2$$

$$K = 4 \times s$$

$$K = 4 \times 8,2 \text{ cm}$$

$$K = 32,8 \text{ cm}$$

Jadi, luas persegi adalah $67,24 \text{ cm}^2$ dan keliling persegi adalah $32,8$ cm.

2. Bangun Datar Persegi Panjang

Menentukan luas persegi panjang dengan pendekatan persegi kecil didalam persegi panjang. Persegi kecil sebagai 1 satuan luas, sehingga rangkaian dari persegi kecil-kecil akan membentuk persegi besar atau persegi panjang, persegi kecil didalam persegi panjang seperti pada gambar berikut.



Berdasarkan gambar di atas persegi kecil sebagai 1 satuan luas, sehingga rangkaian dari persegi kecil-kecil akan membentuk persegi besar atau persegi panjang. Siswa diminta untuk menghitung banyaknya jumlah persegi kecil. Selain menghitung jumlah persegi kecil dengan menghitung satu persatu, dapat dihitung dengan perkalian antara banyak persegi kecil dari kolom dan baris. Dengan demikian, siswa diharapkan dapat menemukan banyaknya seluruh persegi kecil hasil dari banyaknya persegi kecil pada 1 kolom kali banyaknya persegi kecil pada 1 baris, yang akan membentuk luas daerah bangun datar persegi dan luas daerah bangun datar persegi panjang.

Persegi panjang memiliki bentuk sisi yang teratur seperti persegi. Hanya saja terdapat sisi yang lebih panjang dari sisi lainnya, sehingga disebut persegi panjang. Dengan demikian luas persegi panjang sama dengan luas persegi, yang mengakibatkan luas persegi panjang dapat dipahami sebagai sisi kali sisi ($s \times s$), yaitu: $L = \text{panjang} \times \text{lebar} = \text{sisi yang lebih panjang dikali sisi yang lebih pendek}$.

Rumus luas persegi panjang, yaitu:

$$L = p \times l$$

Rumus keliling persegi panjang, yaitu:

$$K = 2 \times (p + l)$$

Perhitungan	Rumus
Luas (L)	$L = p \times l$
Keliling (K)	$K = 2 \times (p + l)$
Panjang (p)	$p = L \div l$
	$p = (K \div 2) - l$
Lebar (l)	$l = L \div p$
	$l = (K \div 2) - p$

Perhitungan	Rumus
Diagonal (d)	$d = \sqrt{p^2 + l^2}$

Contoh Latihan Soal Bangun Datar Persegi Panjang dan Cara Perhitungannya.

Diketahui suatu persegi panjang mempunyai panjang 7 m dan lebar 5 m. Tentukan keliling dan luas persegi panjang tersebut!

Diketahui:

$$p = 7 \text{ m}$$

$$l = 5 \text{ m}$$

Ditanya:

Luas dan keliling persegi panjang!

Penyelesaian:

$$\text{Luas} = p \times l$$

$$\text{Luas} = 7 \text{ m} \times 5 \text{ m}$$

$$\text{Luas} = 35 \text{ m}^2$$

$$\text{Keliling} = 2 \times (p + l)$$

$$\text{Keliling} = 2 \times (7 \text{ m} + 5 \text{ m})$$

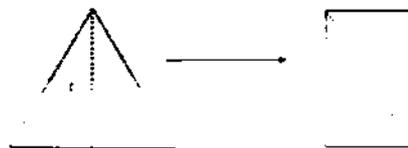
$$\text{Keliling} = 2 \times 12 \text{ m}$$

$$\text{Keliling} = 24 \text{ m}$$

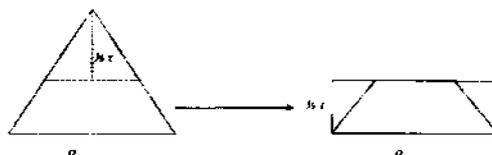
Jadi, luas persegi panjang adalah 35 m² dan keliling persegi panjang adalah 24 m.

3. Bangun Datar Segitiga

Menentukan luas segitiga dengan pendekatan segiempat, segitiga memiliki alas dan tinggi. Alas dan tinggi segitiga setara dengan sisi-sisi segiempat, sedangkan bentuk sisi miringnya dapat ditutupi dengan sisi miring yang lain.



Dapat disimpulkan bahwa luas segitiga dapat diperoleh dengan menganalogikan segitiga menjadi segiempat. Sehingga diperoleh $\frac{1}{2}$ alas \times tinggi.



Dari analogi di atas diperoleh luas segitiga $L = \text{alas} \times \frac{1}{2} \text{tinggi}$
 Rumus luas segitiga yaitu:

$$\text{Luas} = \frac{1}{2} \times a \times t$$

Rumus keliling segitiga yaitu:

$$\text{Keliling} = \text{Sisi} + \text{Sisi} + \text{Sisi} \text{ atau } K = a + b + c$$

Perhitungan	Rumus
Luas (L)	$L = \frac{1}{2} \times a \times t$
Keliling (K)	$K = a + b + c$
Tinggi (t)	$t = (2 \times \text{Luas}) \div a$
Alas (a)	$a = (2 \times \text{Luas}) \div t$

Contoh Latihan Soal Bangun Datar Segitiga dan Cara Perhitungannya.

Diketahui suatu segitiga dengan panjang sisi alas (a) = 6 cm, sisi (b) = 5 cm, sisi (c) = 7 cm dan tinggi (t) = 5 cm. Hirunglah keliling dan luas segitiga tersebut!

Diketahui:

$$a = 6 \text{ cm}, b = 5 \text{ cm}, c = 7 \text{ cm}, t = 5 \text{ cm}$$

Ditanya:

Keliling dan luas!

Penyelesaian:

$$\text{Keliling} = a + b + c$$

$$\text{Keliling} = 6 \text{ cm} + 5 \text{ cm} + 7 \text{ cm}$$

$$\text{Keliling} = 18 \text{ cm}$$

$$\text{Luas} = \frac{1}{2} \times a \times t$$

$$\text{Luas} = \frac{1}{2} \times 6 \text{ cm} \times 5 \text{ cm}$$

$$\text{Luas} = 15 \text{ cm}^2$$

Jadi, keliling segitiga adalah 18 cm dan luas segitiga 15 cm².

4. Bangun Datar Jajar Genjang

Menentukan luas jajar genjang dengan pendekatan segi empat. Jajar genjang dapat dibentuk menjadi persegi panjang dengan memindahkan bagian potongan jajar genjang yang dianalogikan menjadi persegi panjang.



Dari analogi jajargenjang menjadi segempat di atas dapat diperoleh luas jajargenjang adalah $L = \text{alas} \times \text{tinggi}$

Perhitungan	Rumus
Keliling (K)	$K = 2 \times (a + b)$
Luas (L)	$L = a \times t$
Sisi Alas (a)	$a = (K \div 2) - b$
Sisi Sisi Miring (b)	$b = (K \div 2) - a$
Mencari Tinggi (t) Segitiga	$t = L \div a$
Mencari Alas (a) Segitiga	$a = L \div t$

Contoh Latihan Soal Bangun Datar Jajar Genjang dan Cara Perhitungannya.

Diketahui dengan sisi alas 3,5 m, sisi miring 2,5 m dan tinggi 2 m. Hitunglah luas dan keliling jajar genjang tersebut!

Diketahui:

$a = 3,5 \text{ m}$; $b = 2,5 \text{ m}$; dan $t = 2 \text{ m}$

Ditanya:

Luas dan keliling jajar genjang?

Penyelesaian:

$$L = a \times t$$

$$L = 3,5 \text{ m} \times 2 \text{ m}$$

$$L = 7 \text{ m}^2$$

$$K = 2 \times (a + b)$$

$$K = 2 \times (3,5 \text{ m} + 2,5 \text{ m})$$

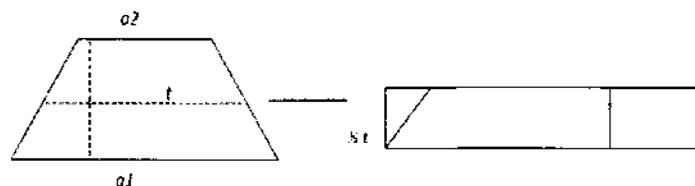
$$K = 2 \times 6 \text{ m}$$

$$K = 12 \text{ m}$$

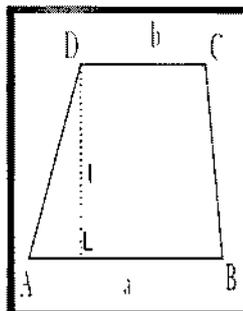
Jadi, Luas jajar genjang adalah 7 m^2 dan keliling jajar genjang adalah 12 m .

5. Bangun Datar Trapesium

Menentukan luas trapesium dengan pendekatan segi empat, trapesium dapat dibentuk dengan memindahkan bagian potongan trapesium yang dianalogikan menjadi persegi panjang.



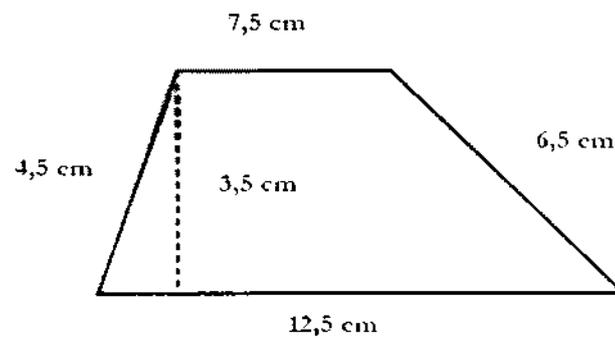
Luas trapesium, $L = \text{setengah dari jumlah sisi sejajar} \times \text{tinggi}$



Perhitungan	Rumus
Luas (L)	$L = \frac{1}{2} \times (a + b) \times t$ $L = \frac{(a + b) \times t}{2}$
Keliling (K)	$K = AB + BC + CD + DA$
Tinggi (t)	$t = \frac{2 \times L}{(a + b)}$
Sisi a (CD)	$a = \frac{2 \times L}{t} - b$ <p>atau</p> $CD = K - AB - BC - AD$
Sisi b (AB)	$b = \frac{2 \times L}{t} - a$ <p>atau</p> $AB = K - CD - BC - AD$
Sisi AD	$AD = K - CD - BC - AB$
Sisi BC	$BC = K - CD - AD - AB$

Contoh Latihan Soal Bangun Datar Trapesium dan Cara Perhitungannya.

Hitunglah luas dan keliling trapesium berdasarkan gambar di bawah ini!



Jawab:

Diketahui

Sisi sejajar (a) = 12,5 cm, (b) = 7,5 cm

t = 3,5 cm

Sisi lainnya (c) = 4,5 cm, (d) = 6,5 cm

Ditanyakan:

Luas dan keliling suatu bangun datar trapesium pada gambar?

Penyelesaian:

$$L = \frac{(a + b) \times t}{2}$$

$$L = \frac{(12,5 \text{ cm} + 7,5 \text{ cm}) \times 3,5 \text{ cm}}{2}$$

$$L = \frac{20 \text{ cm} \times 3,5 \text{ cm}}{2}$$

$$L = \frac{70 \text{ cm}^2}{2}$$

$$L = 35 \text{ cm}^2$$

$$K = a + b + c + d$$

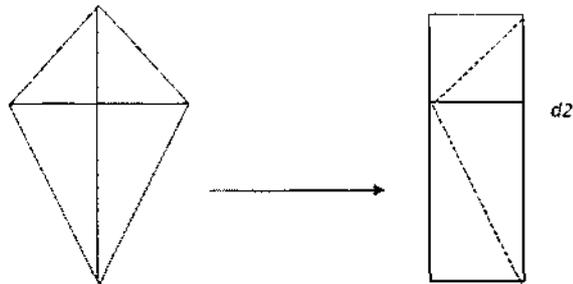
$$K = 12,5 \text{ cm} + 7,5 \text{ cm} + 4,5 \text{ cm} + 6,5 \text{ cm}$$

$$K = 31 \text{ cm}$$

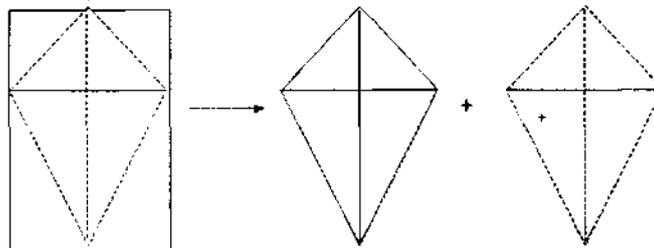
Jadi, luas trapesium pada gambar adalah 35 cm^2 dan keliling bangunannya adalah 31 cm .

6. Bangun Datar Layang-Layang

Menentukan luas layang-layang dengan pendekatan segi empat, layang-layang dapat dianalogikan menjadi persegi panjang.

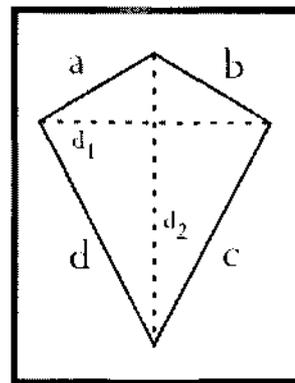


Layang-layang yang dianalogikan menjadi persegi panjang.



Layang-layang yang dianalogikan menjadi persegi panjang, maka luas layang-layang adalah $L = \frac{1}{2} \times \text{diagonal pendek} \times \text{diagonal panjang}$.

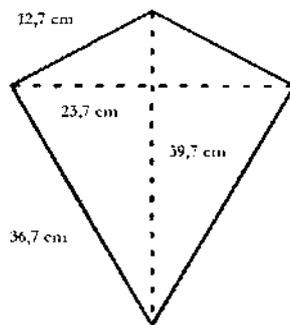
Perhitungan	Rumus
Luas (L)	$L = \frac{1}{2} \times d1 \times d2$
Keliling (K)	$K = a + b + c + d$
	$K = 2 \times (a + c)$
Diagonal 1 (d1)	$d1 = 2 \times L + d2$



Diagonal 2 (d2)	$d2 = 2 \times L \div d1$
a atau b	$a = (\frac{1}{2} \times K) - c$
c atau d	$c = (\frac{1}{2} \times K) - a$

Contoh Latihan Soal Bangun Datar Layang-Layang dan Cara Perhitungannya.

Hitunglah luas dan keliling layang-layang sesuai gambar di bawah ini!



Jawab:

Diketahui dari gambar:

$$d1 = 23,7 \text{ cm}, d2 = 39,7 \text{ cm}$$

$$\text{sisi (a)} = 12,7 \text{ cm}; \text{sisi (b)} = 12,7 \text{ cm}; \text{sisi (c)} = 36,7 \text{ cm};$$

$$\text{dan sisi (d)} = 36,7 \text{ cm}$$

Ditanyakan keliling dan luas layang-layang?

Penyelesaian:

Keliling layang-layang pada gambar

$$K = \text{sisi (a)} + \text{sisi (b)} + \text{sisi (c)} + \text{sisi (d)} \text{ atau } K = 2 \times (a + c)$$

$$K = 2 \times (12,7 \text{ cm} + 36,7 \text{ cm})$$

$$K = 2 \times 49,4 \text{ cm}$$

$$K = 98,8 \text{ cm}$$

Luas layang-layang pada gambar

$$L = \frac{1}{2} \times d1 \times d2$$

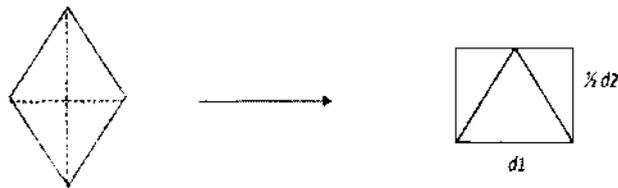
$$L = \frac{1}{2} \times 23,7 \text{ cm} \times 39,7 \text{ cm}$$

$$L = 470,445 \text{ cm}^2$$

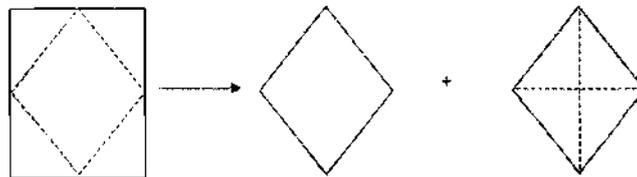
Jadi, keliling layang-layang pada gambar adalah 98,8 cm dan luas bangunannya adalah 470,445 cm².

7. Bangun Datar Belah Ketupat

Belah ketupat adalah bangun datar yang dibentuk oleh empat buah rusuk yang sama panjang, dan memiliki dua pasang sudut bukan siku-siku yang masing-masing sama besar dengan sudut di hadapannya. Menentukan luas belah ketupat dengan pendekatan segi empat, belah ketupat dapat dianalogikan menjadi segi empat.



Belah Ketupat yang Dianalogikan Menjadi Segiempat

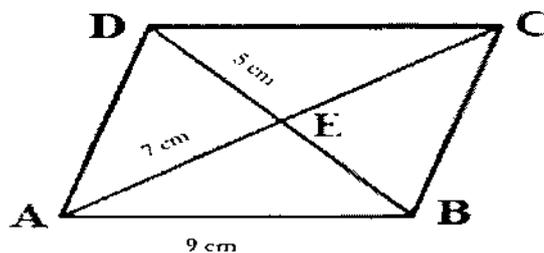


Belah ketupat yang dianalogikan menjadi segiempat, maka luas belah ketupat adalah $L = \text{diagonal 1} \times \frac{1}{2} \text{diagonal 2}$.

Perhitungan	Rumus
Keliling (K)	$K = s + s + s + s$
	$K = s \times 4$
Luas (L)	$L = \frac{1}{2} \times d1 \times d2$
Sisi (s)	$s = K \div 4$
Diagonal 1 (d1)	$d1 = 2 \times L \div d2$
Diagonal 2 (d2)	$d2 = 2 \times L \div d1$

Contoh Latihan Soal Bangun Datar Belah Ketupat dan Cara Perhitungannya.

Hitunglah keliling dan luas bangun datar belah ketupat pada gambar berikut ini!



Jawab:

Diketahui sisi $AB = 9 \text{ cm}$; $AE = 7 \text{ cm}$; dan $DE = 6 \text{ cm}$

Ditanyakan keliling dan luas belah ketupat pada gambar?

Penyelesaian:

$$K = s \times 4$$

$$K = 9 \text{ cm} \times 4$$

$$K = 36 \text{ cm}$$

Di mana Diagonal 1 ($d1$) belah ketupat pada gambar yaitu:

$$(d1) = 2 \times L \div d2 \text{ atau pada gambar dapat diketahui } (d1) = 2 \times AE$$

$$(d1) = 2 \times 7 \text{ cm}$$

$$(d1) = 14 \text{ cm}$$

Adapun Diagonal 2 ($d2$) belah ketupat tersebut yaitu:

$$(d2) = 2 \times L \div d1 \text{ atau pada gambar dapat diketahui } (d2) = 2 \times DE$$

$$(d2) = 2 \times 6 \text{ cm}$$

$$(d2) = 12 \text{ cm}$$

Maka Luas belah ketupat pada gambar dapat dinyatakan:

$$L = \frac{1}{2} \times d1 \times d2$$

$$L = \frac{1}{2} \times 14 \text{ cm} \times 12 \text{ cm}$$

$$L = 84 \text{ cm}^2$$

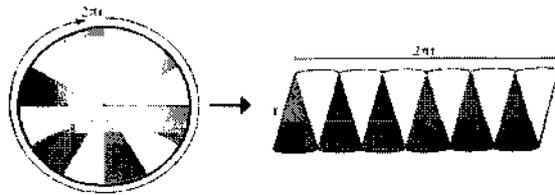
Jadi, keliling belah ketupat pada gambar tersebut adalah 36 cm dan luasnya adalah 84 cm^2 .

8. Bangun Datar Lingkaran

Luas lingkaran merupakan luas daerah yang dibatasi oleh kurva yang berbentuk lingkaran. Menentukan luas lingkaran dengan

pendekatan persegi panjang. Perhatikan uraian berikut. Misalkan, diketahui sebuah lingkaran yang dibagi menjadi 12 buah juring yang sama bentuk dan ukurannya. Kemudian, salah satu juringnya dibagi dua lagi sama besar. Potongan-potongan tersebut disusun sedemikian sehingga membentuk persegi panjang. Amati gambar berikut ini.

Jika diamati dengan teliti, susunan potongan-potongan juring tersebut menyerupai persegi panjang dengan ukuran panjang mendekati setengah keliling lingkaran dan lebar sama dengan panjang jari-jari lingkaran sehingga luas bangun tersebut adalah:



$$\text{Panjang} = \frac{1}{2} \text{ keliling lingkaran}$$

$$\text{Lebar} = \text{panjang jari-jari lingkaran}$$

$$\text{Luas lingkaran} = \text{Luas persegi panjang yang terbentuk}$$

$$\text{Luas lingkaran} = \text{Panjang} \times \text{Lebar}$$

$$\text{Luas lingkaran} = \frac{1}{2} \text{ Keliling lingkaran} \times \text{panjang jari-jari lingkaran}$$

$$L = \frac{1}{2} \times (2\pi r) \times r$$

$$L = \pi \times r^2$$

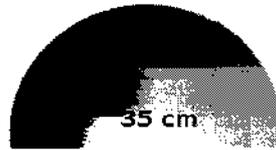
$$L = \pi r^2$$

Jadi, luas daerah lingkaran tersebut adalah πr^2 dengan nilai $\pi = \frac{22}{7}$ atau 3,14.

Perhitungan	Rumus
Luas (L)	$L = \pi \times r \times r$ atau $L = \pi \times r^2$
Keliling (K)	$K = \pi \times d$ atau $K = 2 \times \pi \times r$
Diameter (d)	$d = 2 \times r$
Jari-jari (r)	$r = d \div 2$
Jari-jari (r)	$r = \frac{K}{2\pi}$
	$r = \sqrt{\frac{L}{\pi}}$

Contoh Latihan Soal Bangun Datar Lingkaran dan Cara Perhitungannya.

Hitunglah keliling dan luas dari setengah bangun lingkaran berikut ini!



Jawab:

Diketahui diameter lingkaran (d) = 35 cm atau dengan jari-jari (r) = 17,5 cm

Ditanyakan keliling dan luas lingkaran?

Penyelesaian:

Rumus Keliling Lingkaran (K) = $\pi \times d$

Keliling Bangun = Keliling setengah lingkaran + diameter lingkaran

Keliling Bangun = $(\frac{1}{2} \times \pi \times d) \times d$

Keliling Bangun = $(\frac{1}{2} \times 3,14 \times 35 \text{ cm}) + 35 \text{ cm}$

Keliling Bangun = 90 cm

Rumus Luas Lingkaran (L) = $\pi \times r^2$

Luas Bangun Setengah Lingkaran (L) = $\frac{1}{2} \times \pi \times r^2$

Luas Bangun Setengah Lingkaran (L) = $\frac{1}{2} \times 3,14 \times 17,5 \text{ cm} \times 17,5 \text{ cm}$

Luas Bangun Setengah Lingkaran (L) = 481,25 cm²

Jadi, dari gambar tersebut diketahui keliling setengah lingkarannya adalah 90 cm dan luasnya adalah 481,25 cm².

D. Pentingnya Pembelajaran Matematika Materi Bangun Datar di SD/MI

Tujuan pembelajaran matematika di sekolah dasar secara umum adalah agar siswa mampu dan terampil menggunakan matematika. Selain itu pembelajaran matematika dapat memberikan tekanan penataran nalar dalam penerapan matematika. Menurut Depdiknas (2001:9), kompetensi atau kemampuan umum pembelajaran matematika di sekolah dasar sebagai berikut:

1. Melakukan operasi hitung penjumlahan, pengurangan, perkalian, pembagian beserta operasi hitung campurannya, termasuk yang melibatkan pecahan.

2. Menentukan sifat dan unsur berbagai bangun datar dan bangun ruang sederhana, termasuk penggunaan sudut, keliling, luas, dan volume.
3. Menentukan sifat simetri, kesebangunan, dan sistem koordinat.
4. Menggunakan pengukuran: Satuan, kesetaraan antar satuan, dan penaksiran pengukuran.
5. Menentukan dan menafsirkan data sederhana, seperti: Ukuran tertinggi, terendah, rata-rata, modus, mengumpulkan dan menyajikannya.
6. Memecahkan masalah, melakukan penalaran, dan mengomunikasikan gagasan secara matematika

Tujuan pembelajaran matematika di sekolah dasar secara khusus menurut Depdiknas, sebagai berikut:

1. Memahami konsep matematika, menjelaskan keterkaitan antar konsep, dan mengaplikasikan konsep atau algoritme.
2. Menggunakan penalaran pada pola dan sifat, melakukan manipulasi matematika dalam generalisasi, menyusun bukti, atau menjelaskan gagasan dan pernyataan matematika.
3. Memecahkan masalah yang meliputi kemampuan memahami masalah, merancang model matematika, menyelesaikan model, dan menafsirkan solusi yang diperoleh.
4. Mengkomunikasikan gagasan dengan simbol, tabel, diagram, atau media lain untuk menjelaskan keadaan atau masalah.
5. Memiliki sikap menghargai penggunaan matematika dalam kehidupan sehari-hari.

Cara mencapai tujuan pembelajaran matematika tersebut, seorang guru hendaknya dapat menciptakan kondisi dan situasi pembelajaran yang memungkinkan siswa aktif membentuk, menemukan, dan mengembangkan pengetahuannya. Kemudian siswa dapat membentuk makna dari bahan-bahan pelajaran melalui suatu proses belajar dan mengkonstruksinya dalam ingatan yang sewaktu-waktu dapat diproses dan dikembangkan lebih lanjut. Hal ini sebagaimana dijelaskan oleh Jean Piaget, bahwa pengetahuan atau pemahaman siswa itu ditemukan, dibentuk dan dikembangkan oleh siswa itu sendiri.

Fungsi matematika adalah sebagai media atau sarana siswa dalam mencapai kompetensi. Dengan mempelajari materi matematika diharapkan siswa akan dapat menguasai seperangkat kompetensi yang telah ditetapkan. Oleh karena itu, penguasaan materi matematika bukanlah tujuan akhir dari pembelajaran matematika, akan tetapi penguasaan materi matematika hanyalah

jalan mencapai penguasaan kompetensi. Fungsi lain mata pelajaran matematika sebagai: alat, pola pikir, dan ilmu atau pengetahuan. Ketiga fungsi matematika tersebut hendaknya dijadikan acuan dalam pembelajaran matematika sekolah.

Dengan mengetahui fungsi-fungsi matematika tersebut diharapkan guru atau pengelola pendidikan matematika dapat memahami adanya hubungan antara matematika dengan berbagai ilmu lain atau kehidupan. Sebagai tindaklanjutnya sangat diharapkan agar para siswa diberikan penjelasan untuk melihat berbagai contoh penggunaan matematika sebagai alat untuk memecahkan masalah dalam mata pelajaran lain, dalam kehidupan kerja atau dalam kehidupan sehari-hari. Namun tentunya harus disesuaikan dengan tingkat perkembangan siswa, sehingga diharapkan dapat membantu proses pembelajaran matematika di sekolah.

Siswa diberi pengalaman menggunakan matematika sebagai alat untuk memahami atau menyampaikan suatu informasi misalnya melalui persamaan-persamaan, atau tabel-tabel dalam model-model matematika yang merupakan penyederhanaan dari soal-soal cerita atau soal-soal uraian matematika lainnya. Bila seorang siswa dapat melakukan perhitungan, tetapi tidak tahu alasannya, maka tentunya ada yang salah dalam pembelajarannya atau ada sesuatu yang belum dipahami. Belajar matematika juga merupakan pembentukan pola pikir dalam pemahaman suatu pengertian maupun dalam penalaran suatu hubungan di antara pengertian-pengertian.

Dalam pembelajaran matematika, para siswa dibiasakan untuk memperoleh pemahaman melalui pengalaman tentang sifat-sifat yang dimiliki dan yang tidak dimiliki dari sekumpulan objek (abstraksi). Dengan pengamatan terhadap contoh-contoh diharapkan siswa mampu menangkap pengertian suatu konsep. Selanjutnya dengan abstraksi ini, siswa dilatih untuk membuat perkiraan, terkaan, atau kecenderungan berdasarkan kepada pengalaman atau pengetahuan yang dikembangkan melalui contoh-contoh khusus (generalisasi). Di dalam proses penalarannya dikembangkan pola pikir induktif maupun deduktif. Namun tentu kesemuanya itu harus disesuaikan dengan perkembangan kemampuan siswa, sehingga pada akhirnya akan sangat membantu kelancaran proses pembelajaran matematika di sekolah.

Fungsi matematika yang ketiga adalah sebagai ilmu pengetahuan, oleh karena itu, pembelajaran matematika di sekolah harus diwarnai oleh fungsi yang ketiga ini. Sebagai guru harus mampu menunjukkan bahwa matematika selalu mencari kebenaran,

dan bersedia meralat kebenaran yang telah diterima, bila ditemukan kesempatan untuk mencoba mengembangkan penemuan-penemuan sepanjang mengikuti pola pikir yang sah.

Tujuan pembelajaran matematika di SD/MI agar peserta didik peserta didik memiliki kemampuan sebagai berikut :

1. Memahami konsep matematika, menjelaskan keterkaitan antar konsep dan mengaplikasikan konsep atau algoritma secara luwes, akurat, efisien, dan tepat dalam pemecahan masalah
2. Menggunakan penalaran pada pola dan sifat, melakukan manipulasi matematika dalam membuat
3. Generalisasi, menyusun bukti, atau menjelaskan gagasan dan pernyataan matematika,
4. Memecahkan masalah yang meliputi kemampuan memahami masalah, merancang model matematika, menyelesaikan model dan menafsirkan solusi yang diperoleh,
5. Mengkomunikasikan gagasan dengan simbol, tabel, diagram, atau media lain untuk memperjelaskan keadaan atau masalah,
6. Memiliki sikap menghargai kegunaan matematika dalam kehidupan, yaitu memiliki rasa ingin tahu, perhatian dan minat dalam mempelajari matematika sifat-sifat ulet dan percaya diri dalam pemecahan masalah.

Pentingnya pembelajaran matematika diatas sangat mempengaruhi kemampuan peserta didik khususnya pada materi bangun datar, dimana siswa mampu memahami konsep, sifat-sifat, memahami symbol-simbol dan mampu memecahkan masalah dalam kehidupan sehari-hari.

E. Media Pembelajaran Matematika Materi Bangun Datar di SD/MI

Kata media berasal dari bahasa latin medius yang secara harfiah berarti 'tengah', 'perantara', 'pengantar'. Menurut Oemar Hamalik "media adalah suatu eksistensi manusia yang memungkinkan mempengaruhi orang lain yang tidak mengadakan kontak langsung dengan dia." Menurut M. Basyarudin Usman: Media adalah suatu yang bersifat menyalurkan pesan dan dapat merangsang fikiran, perasaan, dan kemauan audien (siswa) sehingga dapat terjadinya proses belajar pada dirinya.

Ada beberapa jenis media yang dapat digunakan dalam proses pembelajaran matematika dilihat dari jenisnya, daya liputnya dan dari bahan serta cara pembuatannya. Dilihat dari jenisnya, media dibagi menjadi tiga jenis :

1. Media Visual

Media berasal dari bahasa Latin dan merupakan bentuk jama' dari kata medium yang secara harfiah berarti perantara atau pengantar. Jadi dapat dipahami bahwa media adalah perantara atau pengantar dari pengirim ke penerima pesan. Media visual adalah suatu media yang menyalurkan pesan dari sumber ke penerima pesan. Saluran yang dipakai menyangkut indra penglihatan. Pesan yang disampaikan dituangkan ke dalam simbol-simbol komunikasi visual. Simbol-simbol tersebut perlu dipahami benar artinya agar proses penyampain pesan dapat berhasil dan efisien. Media visual dapat memperlancar pemahaman dan memperkuat ingatan. Visual dapat pula menumbuhkan minat siswa dan dapat memberikan hubungan antara isi materi pelajaran dengan dunia nyata. Agar menjadi efektif, visual sebaiknya ditempatkan pada konteks yang bermakna dan siswa harus berinteraksi dengan visual untuk meyakinkan proses informasi. Media visual ini ada yang menampilkan gambar diam seperti film strip (film rangkai), slides (film bingkai), foto, gambar atau lukisan, cetakan. Ada pula media visual yang menampilkan gambar atau simbol yang bergerak seperti film bisu, film kartun.

2. Media Audio

Media Audio adalah media yang hanya mengandalkan kemampuan suara saja, seperti radio, cassette recorder, piringan hitam. Media ini tidak cocok untuk orang tuli atau mempunyai kelainan dalam pendengaran.

3. Media Audiovisual

Media audiovisual adalah media yang mempunyai unsur suara dan unsur gambar. Jenis media ini mempunyai kemampuan yang lebih baik, karena meliputi kedua jenis media yang pertama dan yang kedua.

Pembelajaran matematika materi bangun datar di SD/MI sangat cocok dengan menggunakan media visual dima pada materi bangun datar menggunakan gambar, symbol-simbol, dengan media visual symbol-simbol mudah dipahami dan proses penyampaian pembelajaran materi bangun datar efisien, sehingga memperkuat ingatan siswa, pemahaman dan berfikir kreatif siswa dimana pembelajarannya dikaitkan dengan lingkungan nyata.

F. Soal Latihan Materi Bangun Datar

1. Pak Fatih memiliki sebidang tanah berbentuk persegi, panjang sisi tanah pak fatih 120m. Hitunglah luas dan keliling persegi tersebut!
2. Diketahui suatu persegi panjang mempunyai luas 180 m^2 dan lebar 12 m. Tentukan panjang dan keliling persegi panjang tersebut!
3. Bu Ani memiliki sebuah kebun yang berbentuk persegi panjang. Kebun itu memiliki panjang 25m dan lebar 12m. kebun itu akan dibagi menjadi lima bagian untuk ditanami sayur-sayuran. Berapa luas kebun seluruhnya, dan berapa luas per bagian yang akan ditanami sayur-sayuran itu?
4. Carilah luas dan keliling bangun datar segitiga jika diketahui: sisi $AB = 5\text{cm}$, sisi $BC = 13\text{cm}$, dan sisi $CA = 12\text{cm}$
5. Hitunglah keliling trapesium jika diketahui: sisi $a = AB = 8\text{cm}$, sisi $b = BC = 6\text{cm}$, sisi $c = CD = 10\text{cm}$ dan sisi $d = DA = 6\text{cm}$
6. Suatu layang-layang, panjang diagonalnya masing-masing 40 cm dan 18 cm. Hitunglah luas layang-layang tersebut.
7. Diketahui dua lingkaran yang pusatnya P dan Q, dengan jarak $PQ = 17\text{cm}$. panjang jari-jari lingkaran berturut-turut dengan pusat P 11,5 cm dan pusat Q 3,5 cm. panjang garis singgung persekutuan luarnya adalah....

Daftar Pustaka

Jusmawati, (2014). *Matematika Dasar*. Makassar: Cara Baca
Permendiknas Nomor 22, (2006). *Standar Isi untuk Satuan Pendidikan Dasar dan Menengah*. Departemen Pendidikan Nasional Republik Indonesia

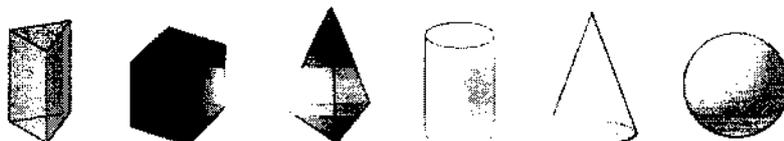
BAB VI. BANGUN RUANG

Nyamik Rahayu Sesanti, S.Pd., M.Pd.

A. Definisi Bangun Ruang

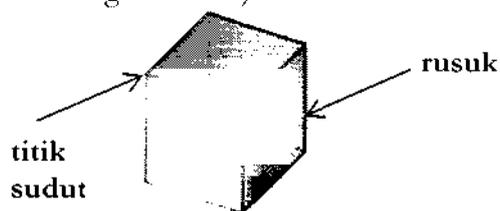
Dimensi merupakan istilah yang dikenal dalam matematika. Pembahasan awal pada dimensi adalah dimensi nol, misalnya titik. Kemudian dikembangkan pada dimensi satu (seperti garis), dan dilanjutkan dengan pembahasan pada dimensi dua yaitu bidang atau bangun datar. Pada bab ini akan kita bahas dimensi tiga yaitu bangun ruang.

Bangun ruang adalah bentuk tiga dimensi yang dibatasi oleh bidang-bidang yang saling berpotongan, tertutup dan terhubung tanpa lubang (dengan kata lain berbentuk pejal/solid). Bidang yang membatasi bangun ruang dapat berbentuk bidang datar atau bidang lengkung. Gambar 6.1 menunjukkan contoh dari bangun ruang.



Gambar 6.1 Contoh Bangun Ruang

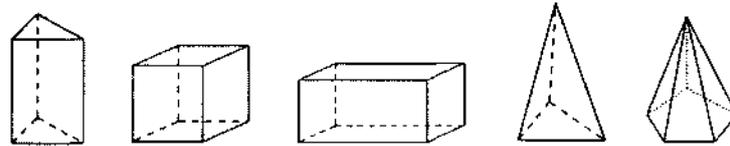
Pada gambar 6.1, ditunjukkan bahwa contoh tiga bangun ruang pertama dari sebelah kiri adalah contoh dari bangun ruang yang dibatasi oleh bidang datar, bidang datar yang membatasi bangun ruang disebut sisi, garis hasil perpotongan bidang pada bangun ruang disebut rusuk dan titik potong rusuk-rusuk disebut titik sudut (perhatikan gambar 6.2).



Gambar 6.2 Sisi, Rusuk Dan Titik Sudut Pada Bangun Ruang Bidang Datar

Dengan memperhatikan gambar 6.2, tampak bahwa bangun ruang tersebut memiliki 6 sisi (sisi depan, belakang, samping kiri,

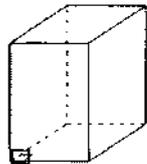
samping kanan, alas dan atap), 12 rusuk dan 8 titik sudut. Untuk selanjutnya, cara melukis bangun ruang dalam matematika, rusuk yang terdapat pada bagian belakang akan dilukis dengan garis putus-putus sebagaimana tampak pada gambar 6.3.



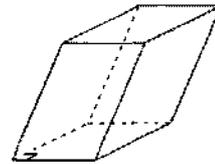
Gambar 6.3. Lukisan Bangun Ruang dalam Matematika

B. Bangun Ruang Bidang Datar

Bangun ruang bidang datar adalah bangun ruang yang sisi-sisinya berbentuk bidang datar. Terdapat dua jenis bangun ruang bidang datar ini yaitu **sisi tegak** dan **sisi miring**, perhatikan gambar 6.4.



(a) bangun ruang bidang datar sisi tegak



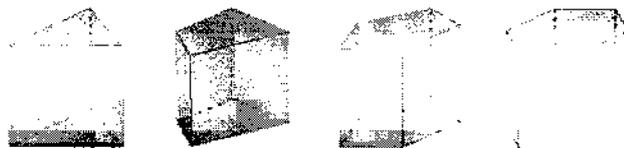
(b) bangun ruang bidang datar sisi miring

Gambar 6.4 Contoh Bangun Ruang Bidang Datar Sisi Tegak dan Sisi Miring

Pembahasan pada sub bab ini hanya pada bangun ruang bidang datar sisi tegak yaitu **prisma tegak** dan **limas tegak**, yang untuk selanjutnya prisma tegak cukup disebut dengan **prisma** dan limas tegak disebut dengan **limas**.

1. Prisma

Prisma adalah bangun ruang bidang datar sisi tegak dengan alas berbentuk segi- n ($n = 3, 4, 5, \text{dst} \dots$) yang kongruen dengan atapnya. Pemberian nama prisma tergantung dari bentuk alasnya, jika alasnya berbentuk segitiga maka disebut prisma segitiga, jika alasnya berbentuk segiempat maka disebut prisma segiempat, begitu seterusnya (gambar 6.5).

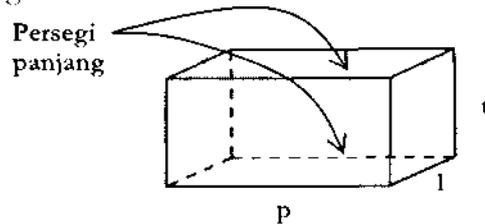


- (a) (b) (c) (d)
 Gambar 6.5 Contoh Bentuk-Bentuk Prisma
 (a) Prisma Segitiga (b) Prisma Segiempat (c) Prisma Segilima (d) Prisma Segienam

Pada gambar 6.5 tampak bahwa bentuk sisi alas kongruen dengan sisi atasnya, baik berupa segitiga atau bentuk lainnya.

a. Balok

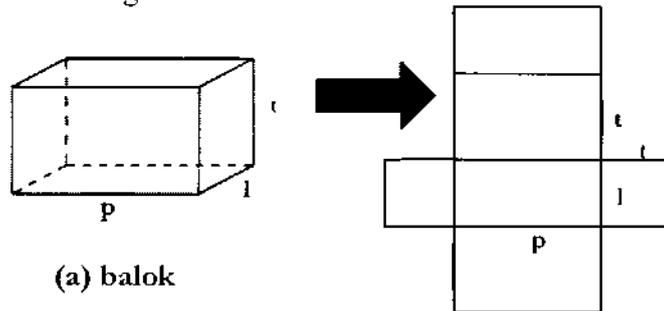
Prisma segiempat yang alasnya berbentuk **persegi panjang** disebut **balok**, ukuran rusuk-rusuk pada balok terdiri dari panjang (p), lebar (l) dan tinggi (t) sebagaimana disajikan pada gambar 6.6.



Gambar 6.6 Balok

Jaring-jaring Balok

Jaring-jaring balok adalah bangun datar yang diperoleh dari sisi balok yang direntangkan sedemikian rupa sehingga beberapa rusuknya masih berhimpitan pada dua sisi balok. Perhatikan gambar 6.7.



(b) jaring-jaring balok

Gambar 6.7 Balok dan Jaring-Jaring Balok

Luas permukaan balok

Untuk menentukan ukuran luas permukaan balok, terlebih dahulu kita buat jaring-jaring balok. Luas permukaan balok adalah jumlah seluruh luas sisi yang membatasi balok. Dengan kata lain luas permukaan balok dapat kita tentukan dari luas jaring-jaring balok.

Dengan memperhatikan gambar 6.7 (b) maka kita dapat menentukan luas jaring-jaring balok.

Jika panjang balok adalah p satuan panjang, lebar balok adalah l satuan panjang dan tinggi balok adalah t satuan panjang maka kita peroleh :

$$\begin{aligned} \text{Luas jaring-jaring balok} &= 2.p.l + 2.p.t + 2.l.t \\ &= 2(p.l + p.t + l.t) \end{aligned}$$

Sehingga, Luas Permukaan Balok yang panjangnya p satuan panjang, lebarnya l satuan panjang dan tingginya t satuan panjang adalah $2(p.l + p.t + l.t)$ satuan luas.

Kita juga dapat menentukan luas permukaan balok ini dengan cara lain, yaitu dengan memperhatikan alas balok yang berupa persegi panjang, kita akan memperoleh

$$\text{Luas alas balok} = p.l$$

$$\text{Keliling alas balok} = 2p + 2l = 2.(p + l)$$

Maka kita dapatkan

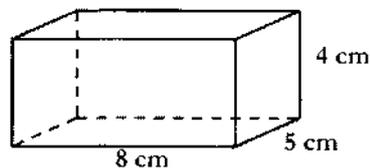
$$\begin{aligned} \text{Luas permukaan balok} &= 2.p.l + 2.p.t + 2.l.t \\ &= 2.p.l + (2.p + 2.l).t \\ &= 2.p.l + 2.(p + l).t \end{aligned}$$

Jadi,

$$\text{Luas permukaan balok} = 2(\text{luas alas balok}) + (\text{keliling alas balok}) \times (\text{tinggi balok})$$

Contoh soal 6.1

Perhatikan gambar balok di bawah ini



Tentukan luas permukaan balok pada gambar di atas !

Penyelesaian :

Diketahui

Balok dengan $p = 8$ cm, $l = 5$ cm dan $t = 4$ cm

Ditanya

Luas permukaan balok?

Jawab:

$$\text{Luas alas balok} = p \cdot l = 8 \cdot 5 = 40$$

$$\text{Keliling alas balok} = 2(p+l) = 2(8+5) = 26$$

$$\text{Luas Permukaan balok} = 2(\text{luas alas balok}) +$$

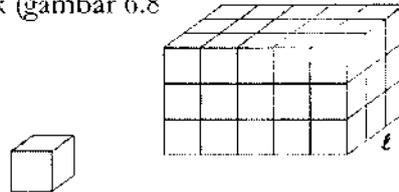
$$(\text{keliling alas balok}) \times (\text{tinggi balok})$$

$$= 2 \cdot 40 + 26 \cdot 4 = 80 + 104 = 184$$

Jadi, Luas permukaan balok pada gambar di atas adalah **184 cm²**

Volume Balok

Volume adalah penghitungan seberapa banyak ruang yang bisa ditempati. Kita bisa menggunakan 1 unit satuan volume (satuan kubik) sebagai dasar untuk menentukan volume balok. Volume balok adalah seberapa banyak satuan kubik yang bisa menempati balok (gambar 6.8)



(a) 1 unit satuan volume (satuan kubik) (b) Balok

Gambar 6.8 Balok dan 1 Unit Satuan Volume

Dengan memperhatikan gambar 6.8, kita akan dapat menentukan berapa banyak unit satuan volume atau satuan kubik (gambar 6.8 (a)) yang menyusun balok pada gambar 6.8 (b). Tampak bahwa banyak unit satuan volumenya adalah $5 \times 3 \times 3 = 45$ unit. Dengan kata lain volume dari balok (gambar 6.8 (b)) adalah 45 satuan volume.

Apabila kita jabarkan dalam bentuk **p**, **l** dan **t** sebagaimana pada gambar 6.6, maka kita peroleh volume balok = **p × l × t**.

Dengan memperhatikan bentuk alas balok kita dapatkan

$$\text{luas alas balok} = p \times l.$$

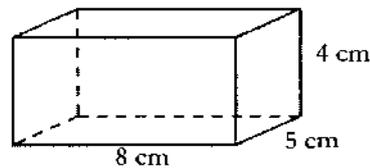
$$\text{Jadi, Volume balok} = \text{luas alas balok} \times \text{tinggi balok}$$

Contoh soal 6.2

Tentukan volume balok pada contoh soal 6.1

Penyelesaian :

Diketahui



$$\begin{aligned} p &= 8 \text{ cm} \\ l &= 5 \text{ cm} \\ t &= 4 \text{ cm} \end{aligned}$$

Ditanya volume balok

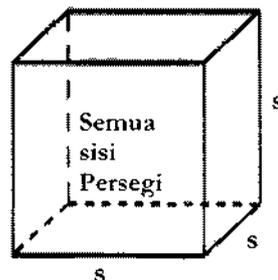
Jawab:

$$\begin{aligned} \text{Volume Balok} &= p \times l \times t \\ &= 8 \times 5 \times 4 \\ &= 160 \end{aligned}$$

Jadi, volume balok pada soal 6.1 adalah 160 cm^3

b. Kubus

Kubus adalah balok yang semua sisinya berbentuk **persegi**, dengan demikian ukuran rusuk-rusuk pada kubus memiliki besaran yang sama sebagaimana disajikan pada gambar 6.9 (kubus dengan panjang rusuknya s).



Gambar 6.9 Kubus Dengan Panjang Rusuk S

Jaring-jaring Kubus

Sebagaimana jaring-jaring balok, Jaring-jaring kubus adalah bangun datar yang diperoleh dari sisi kubus yang direntangkan sedemikian rupa sehingga beberapa rusuknya masih berhimpitan pada dua sisi kubus. Perhatikan gambar 6.10.

Tentukan luas permukaan kubus pada gambar di atas !

Penyelesaian :

Diketahui:

Kubus dengan $s = 4 \text{ cm}$

Ditanya:

Luas permukaan kubus?

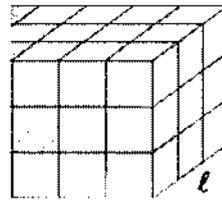
Jawab:

Luas permukaan kubus $= 6 \cdot s^2 = 6 \cdot 4^2 = 96$

Jadi, Luas permukaan kubus pada gambar di atas adalah 96 cm^2

Volume Kubus

Analog dengan Volume Balok, kita bisa menggunakan 1 unit satuan volume (satuan kubik) sebagai dasar untuk menentukan volume kubus. Volume kubus adalah seberapa banyak satuan kubik yang bisa menempati kubus (gambar 6.11).



(a) 1 unit satuan volume (satuan kubik) (b) Kubus

Gambar 6.11 Kubus dan 1 Unit Satuan Volume

Dengan memperhatikan gambar 6.11, kita akan dapat menentukan berapa banyak unit satuan volume atau satuan kubik (gambar 6.11 (a)) yang menyusun kubus pada gambar 6.11 (b). Tampak bahwa banyak unit satuan volumenya adalah $3 \times 3 \times 3 = 27$ unit. Dengan kata lain volume dari kubus (gambar 6.11 (b)) adalah 27 satuan volume.

Apabila panjang rusuk kubus adalah s sebagaimana pada gambar 6.9, maka kita peroleh

Volume kubus $= s \times s \times s = s^3$ dengan memperhatikan bentuk alas kubus kita dapatkan

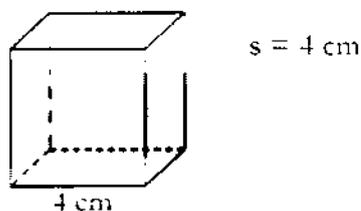
Volume kubus = **luas alas kubus** \times **tinggi kubus**

Contoh soal 6.4

Tentukan volume kubus pada contoh soal 6.3

Penyelesaian :

Diketahui



Ditanya volume kubus

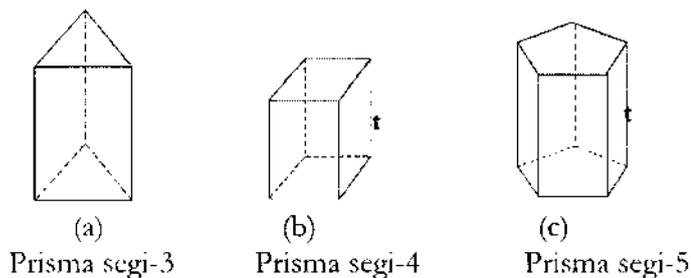
Jawab:

$$\begin{aligned} \text{Volume Kubus} &= s^3 \\ &= 4^3 = 64 \end{aligned}$$

Jadi, volume kubus pada soal 6.3 adalah 64 cm^3

c. Prisma segi-n

Prisma segi-n adalah prisma dengan alas berbentuk segi-n ($n = 3, 4, 5, \text{dst} \dots$), prisma segi-n dengan alas berbentuk segi-n dan tinggi prisma t disajikan pada gambar 6.12.



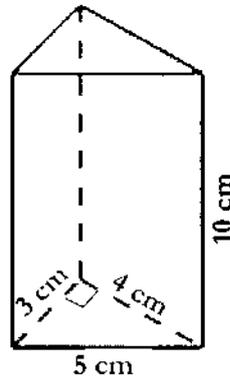
Gambar 6.12 Prisma Segi-N dengan Tinggi Prisma t

Luas permukaan prisma segi-n

Untuk menentukan ukuran luas permukaan prisma segi-n secara analog sama dengan luas permukaan balok. Dengan memperhatikan gambar 6.12, Luas permukaan prisma segi-n adalah $2(\text{luas alas prisma segi-n}) + (\text{keliling alas prisma segi-n}) \times (\text{tinggi prisma segi-n})$

Contoh soal 6.5

Diketahui prisma segi-3 siku-siku dengan ukuran sebagaimana gambar di bawah ini,



Tentukan luas permukaan prisma segi-3 pada gambar di atas !

Penyelesaian :

Diketahui

Prisma segi-3 dengan alas berbentuk segitiga siku-siku.

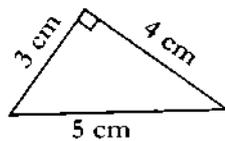
Panjang sisi tegaknya 3 cm dan 4 cm, panjang sisi miringnya 5 cm. Tinggi prisma adalah 10 cm.

Ditanya

Luas permukaan prisma segi-3?

Jawab

Alas berbentuk segitiga siku-siku



$$\text{Luas alas prisma} = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 4 = 6 \text{ cm}^2$$

$$\text{Keliling alas prisma} = 3 + 4 + 5 = 12 \text{ cm}$$

$$\text{Luas permukaan} = 2(\text{luas alas prisma}) + (\text{keliling alas prisma}) \times (\text{tinggi prisma})$$

$$= 2(6) + 12 \cdot 10 = 132$$

Jadi, Luas permukaan prisma segi-3 pada gambar di atas adalah 132 cm²

Volume Prisma segi-n

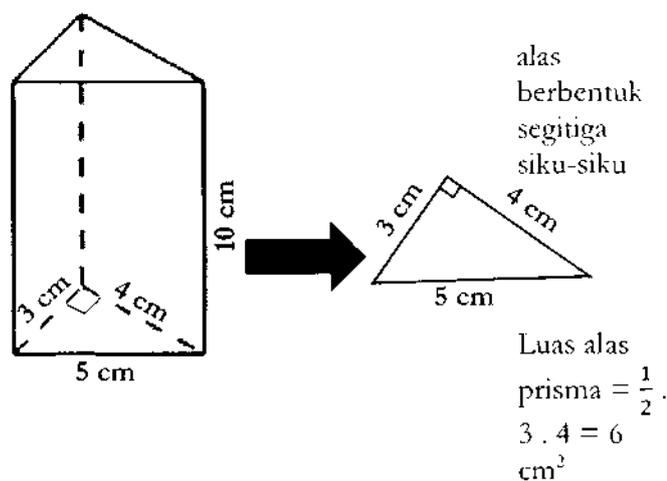
Analog dengan volume balok dan dengan memperhatikan bentuk alas prisma segi-n pada gambar 6.12 kita dapatkan Volume prisma segi-n = luas alas prisma segi-n \times tinggi prisma segi-n

Contoh soal 6.6

Tentukan volume prisma segi-3 pada contoh soal 6.5

Penyelesaian :

Diketahui



Ditanya volume prisma.

Jawab

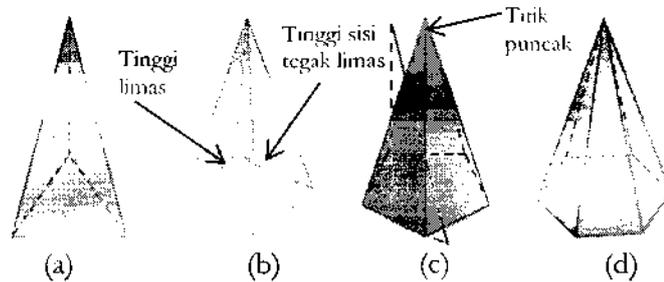
Volume Prisma segi-3 = luas alas prisma \times tinggi prisma = $6 \cdot 10 = 60$

Jadi, volume prisma segi-3 pada soal 6.5 adalah 60 cm^3

2. Limas

Limas adalah bangun ruang bidang datar sisi tegak yang dibatasi oleh segi-n ($n = 3, 4, 5, \text{dst} \dots$) sebagai alasnya dan segitiga sebagai sisi tegaknya yang berpotongan pada satu titik yang disebut titik puncak. Pemberian nama limas tergantung dari bentuk alasnya, jika alasnya

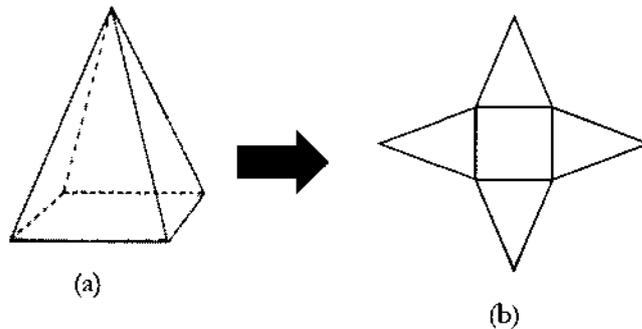
berbentuk segitiga maka disebut limas segitiga, jika alasnya berbentuk segiempat maka disebut limas segiempat, begitu seterusnya (gambar 6.13).



Gambar 6.13 Contoh Bentuk-Bentuk Limas
 (A) Limas Segitiga (B) Limas Segiempat (C) Limas Segilima
 (D) Limas Segienam

Jaring-jaring limas

Jaring-jaring limas adalah bangun datar yang dapat diperoleh dari sisi limas yang direntangkan sedemikian rupa sehingga beberapa rusuk berhimpitan pada dua sisi limas. Perhatikan gambar 6.14, yaitu gambar limas segiempat beraturan (alas berbentuk persegi, sisi tegaknya berbentuk segitiga sama sisi) dan jaring-jaringnya.



Gambar 6.14 Limas dan Jaring-Jaring Limas

Luas permukaan limas

Untuk menentukan ukuran luas permukaan limas, terlebih dahulu kita buat jaring-jaring limas yang dimaksud. Luas permukaan limas adalah jumlah seluruh luas sisi yang membatasi limas. Dengan kata lain luas permukaan limas dapat kita tentukan dari luas jaring-jaring limas.

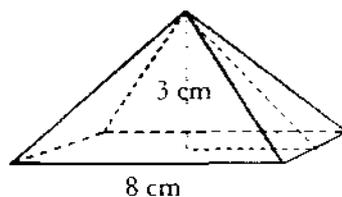
Dengan memperhatikan gambar 6.14 (b) maka kita dapat menentukan luas jaring-jaring limas, yaitu

Luas jaring-jaring limas segiempat = luas persegi + $4 \times$ luas segitiga
 Karena luas persegi adalah luas alas limas dan $4 \times$ luas segitiga adalah luas sisi tegak limas disebut sebagai luas selimut limas. Maka secara umum luas jaring-jaring limas diperoleh dari jumlah luas alas limas dengan luas sisi tegaknya (luas selimut limas).

Jadi, Luas permukaan limas = **luas alas limas + luas selimut limas**

Contoh soal 6.7

Diketahui limas segiempat beraturan dengan panjang rusuk alasnya 8 cm dan tinggi limas 3 cm sebagaimana tampak pada gambar disamping, tentukan luas permukaan limas tersebut.



Penyelesaian :

Diketahui

Limas beraturan, alas limas berbentuk persegi dan sisi tegaknya segitiga siku-siku

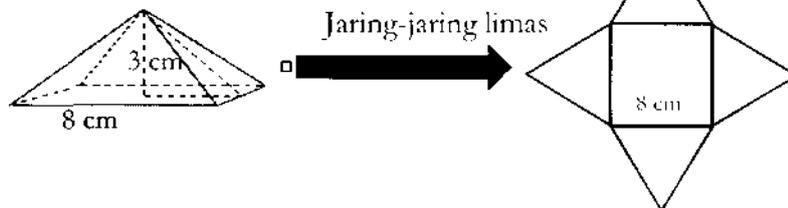
Panjang rusuk alas = 8 cm

Tinggi limas = 3 cm

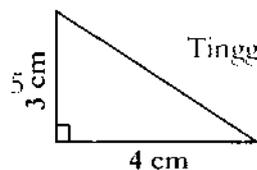
Ditanya

Tentukan Luas permukaan limas

Jawab



Perhatikan segitiga yang disusun oleh tinggi limas, setengah panjang alas dan tinggi segitiga sisi tegak limas, dengan menggunakan aturan pythagoras kita peroleh,



Tinggi segitiga sisi tegak limas = $\sqrt{3^2+4^2} = \sqrt{25} =$

$$\text{Luas segitiga sisi tegak limas} = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 5 = 20$$

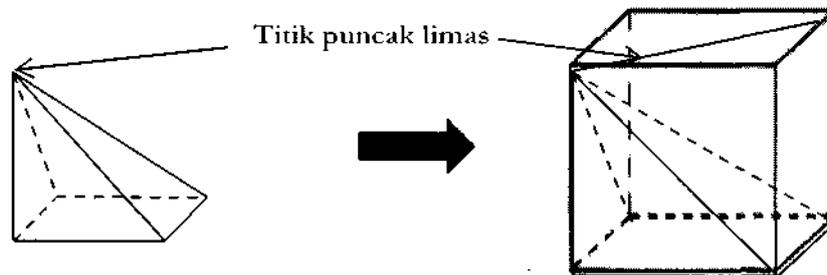
Sehingga, Luas selimut limas = $4 \times$ luas segitiga sisi tegak limas = $4 \times 20 = 80$

Sehingga, Luas Permukaan limas = luas alas + luas selimut limas = $8^2 + 80 = 144$

Jadi, Luas permukaan limas tersebut adalah 144 cm^2

Volume limas

Untuk menentukan volume limas, kita dapat menyimpulkan dari gambar 6.15, dimana terdapat tiga limas yang identik untuk menyusun kubus secara sempurna.



Gambar 6.15 Hubungan Limas dan Kubus

Dengan memperhatikan gambar 6.15, tinggi limas dan rusuk alas limas berhimpitan dengan rusuk kubus maka dapat kita simpulkan bahwa volume kubus adalah tiga kali volume limas, dengan kata lain volume limas adalah sepertiga dari volume kubus, sehingga diperoleh :

$$\text{Volume limas} = \frac{1}{3} \times \text{Volume kubus}$$

$$\text{Volume limas} = \frac{1}{3} \times \text{luas alas kubus} \times \text{tinggi}$$

kubus

Karena tinggi limas sama dengan panjang rusuk kubus demikian juga panjang alas limas sama dengan panjang rusuk kubus, maka secara umum kita peroleh :

$$\text{Volume limas} = \frac{1}{3} \times \text{luas alas limas} \times \text{tinggi limas}$$

Contoh soal 6.8

Diketahui limas segiempat beraturan dengan panjang sisi alas nya 6 cm dan tinggi limas 10 cm, tentukan volume limas tersebut.

Penyelesaian :

Diketahui

Limas beraturan, alas limas berbentuk persegi,

Panjang sisi alas = 6 cm

Tinggi limas = 10 cm

Ditanya

Tentukan Volume limas

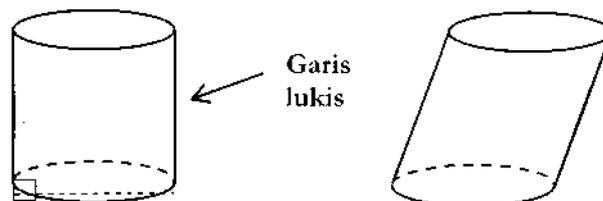
Jawab

$$\begin{aligned}\text{Volume limas} &= \frac{1}{3} \times \text{luas alas kubus} \times \text{tinggi kubus} \\ &= \frac{1}{3} \times 6^2 \times 10 = 120\end{aligned}$$

Jadi, Volume limas segiempat beraturan dengan panjang sisi alas nya 6 cm dan tinggi limas 10 cm adalah 120 cm³.

C. Bangun Ruang Bidang Lengkung

Bangun ruang bidang lengkung adalah bangun ruang yang dibatasi oleh sisi bidang lengkung sebagai sisi tegaknya dan atau sisi bidang datar sebagai alasnya. Terdapat dua jenis bangun ruang bidang lengkung ini yaitu **sisi tegak** dan **sisi miring**, perhatikan gambar 6.16.



(a) bangun ruang bidang lengkung sisi tegak (b) bangun ruang bidang lengkung sisi miring

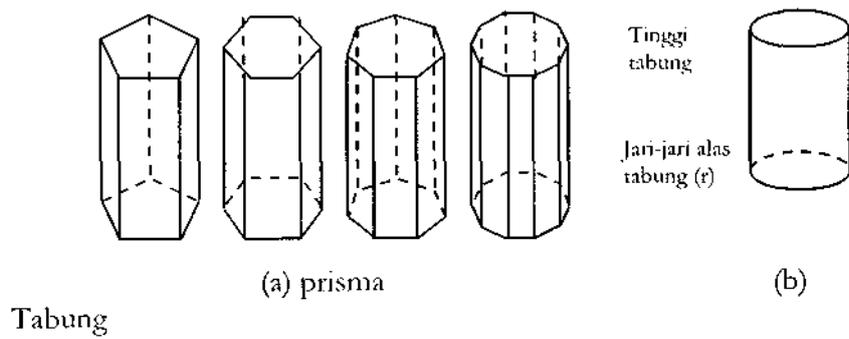
Gambar 6.16 contoh bangun ruang bidang lengkung sisi tegak dan sisi miring

Pembahasan pada sub bab ini hanya pada bangun ruang bidang lengkung sisi tegak yaitu **tabung tegak**, **kerucut tegak** dan **bola**.

Untuk selanjutnya tabung tegak cukup disebut dengan **tabung** dan kerucut tegak disebut dengan **kerucut**.

1. Tabung

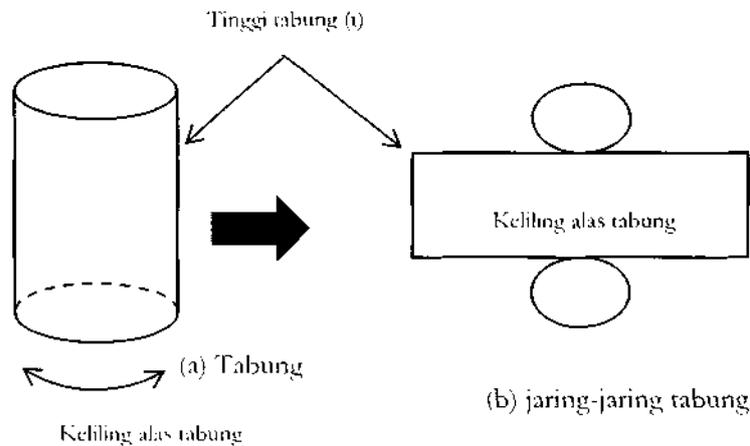
Tabung adalah bangun ruang bidang lengkung sisi tegak dengan alas berbentuk lingkaran yang kongruen dengan atapnya. **Tabung** merupakan **prisma** dengan alas berbentuk **lingkaran** (gambar 6.17).



Gambar 6.17 prisma dan tabung

Jaring-jaring Tabung

Jaring-jaring tabung adalah bangun datar yang diperoleh dari sisi tabung yang direntangkan. Perhatikan gambar 6.18.



Gambar 6.18 Tabung dan jaring-jaring tabung

Luas permukaan tabung

Dengan memperhatikan gambar 6.18 dan bentuk tabung yang merupakan prisma dengan alas berbentuk lingkaran maka kita peroleh,

$$\text{Luas alas tabung} = \pi r^2$$

$$\text{Keliling alas tabung} = 2\pi r$$

Dan secara analog dengan prisma kita peroleh,

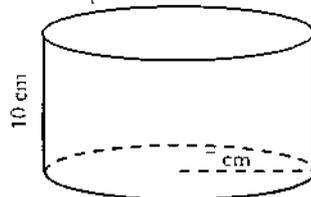
$$\begin{aligned}\text{Luas permukaan tabung} &= 2(\text{luas alas tabung}) + (\text{keliling alas tabung}) \times (\text{tinggi tabung}) \\ &= 2\pi r^2 + 2\pi r t\end{aligned}$$

$$\text{Luas permukaan tabung} = 2\pi r (r+t)$$

Jadi Luas permukaan tabung dengan jari-jari alas r dan tinggi t adalah $2\pi r (r+t)$ satuan luas.

Contoh soal 6.9

Perhatikan gambar tabung di bawah ini



Tentukan luas permukaan tabung tersebut!

Penyelesaian :

Diketahui

Tabung dengan jari-jari alas (r) = 7 cm

Tinggi tabung (t) = 10 cm

$$\pi = \frac{22}{7}$$

Ditanya

Luas permukaan tabung

Jawab

$$\text{Luas permukaan tabung} = 2\pi r (r+t) = 2 \cdot \frac{22}{7} \cdot 7 \cdot (7+10) = 748$$

Jadi, luas permukaan tabung dengan jari-jari alas 7 cm dan tinggi tabung 10 cm adalah 748 cm².

Volume tabung

Analog dengan volume prisma maka kita peroleh,

Volume tabung = luas alas tabung \times tinggi tabung

Karena alas tabung berbentuk lingkaran dengan jari-jari r dan tinggi tabung t maka Volume tabung = $\pi r^2 t$

Jadi volume tabung dengan jari-jari alas r dan tinggi t adalah $\pi r^2 t$ satuan volume.

Contoh soal 6.10

Untuk contoh soal 6.9, tentukanlah besar volume tabung tersebut

Penyelesaian :

Diketahui

Tabung dengan jari-jari alas (r) = 7 cm

Tinggi tabung (t) = 10 cm

$$\pi = \frac{22}{7}$$

Ditanya volume tabung.

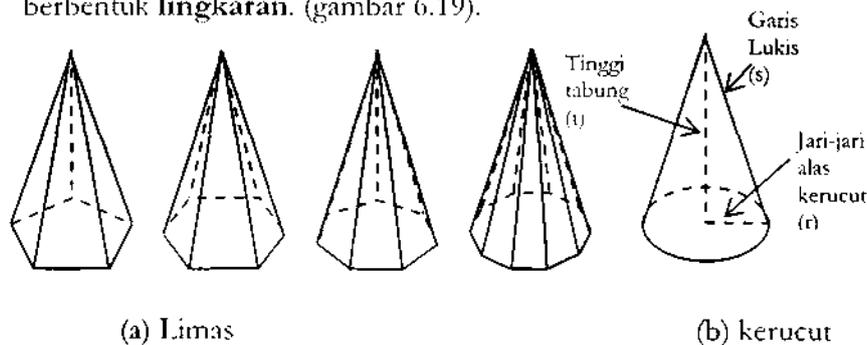
Jawab

$$\text{Volume tabung} = \pi r^2 t = \frac{22}{7} \cdot 7^2 \cdot 10 = 1.540$$

Jadi, volume tabung dengan jari-jari alas 7 cm dan tinggi tabung 10 cm adalah 1.540 cm^3 .

2. Kerucut

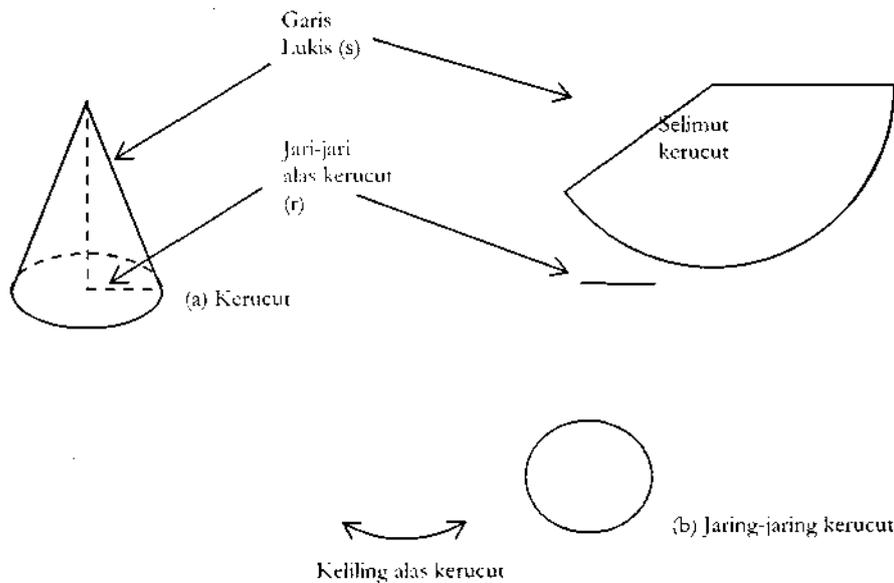
Kerucut merupakan bangun ruang bidang lengkung sisi tegak dengan alas berbentuk lingkaran. **Kerucut** adalah limas dengan alas berbentuk **lingkaran**. (gambar 6.19).



Gambar 6.19 Limas dan Kerucut

Jaring-jaring Kerucut

Jaring-jaring kerucut adalah bangun datar yang diperoleh dari sisi kerucut yang direntangkan. Perhatikan gambar 6.20.



Gambar 6.20 Kerucut dan jaring-jaring kerucut

Luas permukaan kerucut

Dengan memperhatikan gambar 6.20 (b) kita dapatkan bahwa selimut kerucut adalah juring lingkaran dengan panjang jari-jarinya adalah garis lukis (s), sehingga dapat kita gunakan perbandingan luas juring dan luas lingkaran berjari-jari s untuk menentukan luas selimut kerucut.

$$\text{Luas selimut kerucut} = \frac{\text{Keliling alas kerucut}}{\text{Keliling lingkaran berjari-jari } s} \times$$

Luas lingkaran berjari – jari s

$$\text{Luas selimut kerucut} = \frac{2\pi r}{2\pi s} \times \pi s^2 = \pi rs$$

Sehingga, Luas permukaan kerucut = Luas alas kerucut + Luas selimut kerucut

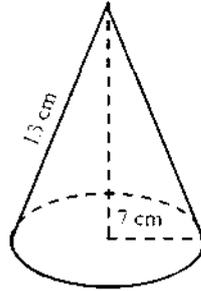
$$= \pi r^2 + \pi rs$$

$$\text{Luas permukaan kerucut} = \pi r (r+s)$$

Jadi luas permukaan kerucut dengan jari-jari alas r dan garis lukisnya s adalah $\pi r (r+s)$ satuan luas.

Contoh Soal 6.11

Perhatikan gambar kerucut di bawah ini



Tentukan luas permukaan dari kerucut di atas ini.

Penyelesaian :

Diketahui

Kerucut dengan $s = 13$ cm

$r = 7$ cm

Ditanya luas permukaan kerucut.

Jawab

$$\begin{aligned}\text{Luas permukaan kerucut} &= \pi r (r+s) \\ &= \frac{22}{7} \cdot 7 (7 + 13) = 440\end{aligned}$$

Jadi luas permukaan kerucut dengan panjang garis lukis 13 cm dan jari-jari alasnya 7 cm adalah 440 cm².

Volume kerucut

Analog dengan volume limas, maka kita peroleh :

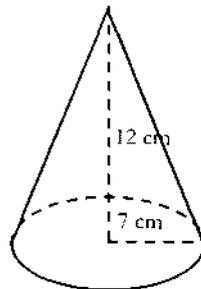
$$\text{Volume kerucut} = \frac{1}{3} \times \text{luas alas kerucut} \times \text{tinggi kerucut}$$

Perhatikan gambar 6.19 (b), untuk kerucut dengan jari-jari alasnya r dan tinggi kerucut t , maka

$$\text{Volume kerucut} = \frac{1}{3} \cdot \pi r^2 \cdot t$$

Contoh Soal 6.12

Perhatikan gambar kerucut di bawah ini



Tentukan volume kerucut di atas ini.

Penyelesaian :

Diketahui

Kerucut dengan $t = 12$ cm

$r = 7$ cm

Ditanya volume kerucut.

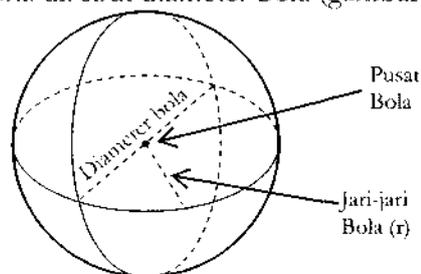
Jawab

$$\begin{aligned}\text{Volume kerucut} &= \frac{1}{3} \cdot \pi r^2 \cdot t \\ &= \frac{1}{3} \cdot \frac{22}{7} \cdot 7^2 \cdot 12 = 616\end{aligned}$$

Jadi volume kerucut yang memiliki **tinggi 12 cm dan jari-jari alasnya 7 cm** adalah 616 cm^3 .

3. Bola

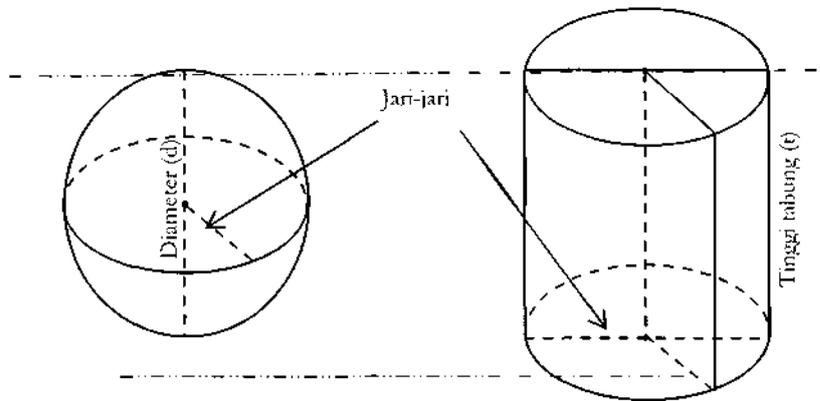
Bola adalah bangun ruang bidang lengkung yang merupakan himpunan semua titik-titik pada ruang yang dibatasi dengan himpunan titik-titik yang jaraknya tetap pada satu titik tertentu (titik pusat bola). Himpunan titik-titik yang berjarak tetap pada pusat bola disebut permukaan bola. Jarak pusat bola ke permukaan bola disebut jari-jari bola, sedangkan jarak antara permukaan bola yang melalui pusat bola disebut diameter bola (gambar 6.21).



Gambar 6.21 Bola

Luas Permukaan Bola

Luas permukaan bola kita peroleh dari percobaan Archimedes, dalam percobaan Archimedes membandingkan bola yang berdiameter d dengan tabung yang ukutan tinggi dan diameter alas tabung sama dengan d . Archimedes menyimpulkan bahwa Luas permukaan bola adalah $\frac{2}{3}$ dari luas permukaan tabung, perhatikan gambar 6.22.



Gambar 6.22 Bola dan tabung

Dengan memperhatikan gambar 6.22, tampak bahwa tinggi tabung adalah $2r$ dan jari-jari tabung adalah r , sehingga kita peroleh

$$\text{Luas permukaan tabung} = 2\pi r (r+2r) = 6\pi r^2$$

Dan dari percobaan arcimedes kita peroleh,

$$\begin{aligned} \text{Luas permukaan bola} &= \frac{2}{3} \text{ Luas permukaan tabung} \\ &= \frac{2}{3} \times 6\pi r^2 = 4\pi r^2 \end{aligned}$$

Jadi Luas permukaan bola yang berjari-jari r adalah $4\pi r^2$ satuan luas

Contoh soal 6.13

Diketahui bola dengan jari-jari 14 cm, tentukan luas permukaan bola tersebut.

Penyelesaian :

Diketahui

Bola, $r = 14$ cm

Ditanya

Luas permukaan bola.

Jawab

$$\text{Luas permukaan bola} = 4\pi r^2 = 4 \cdot \frac{22}{7} \cdot 14^2 = 2.464$$

Jadi luas permukaan bola yang memiliki jari-jari 14 cm adalah 2.464 cm^2

Volume Bola

Secara analog dengan luas permukaan bola, Volume bola peroleh dari percobaan Archimedes, dalam percobaan Archimedes membandingkan bola yang berdiameter d dengan tabung yang ukutan tinggi dan diameter alas tabung sama dengan d . Archimedes menyimpulkan bahwa Volume bola adalah $\frac{2}{3}$ dari volume tabung.

Dengan memperhatikan gambar 6.22, kita peroleh jari-jari tabung adalah r dan tinggi tabung adalah $2r$, sehingga

$$\text{Volume tabung} = \pi r^2 \cdot 2r = 2\pi r^3$$

Dan dari percobaan Archimedes kita peroleh,

$$\begin{aligned} \text{Volume bola} &= \frac{2}{3} \text{ volume tabung} \\ &= \frac{2}{3} \times 2\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi r^3 \end{aligned}$$

Jadi volume bola yang berjari-jari r adalah $\frac{4}{3}\pi r^3$ satuan volume.

Contoh Soal 6.14

Tentukan volume bola dari contoh soal 6.13

Penyelesaian :

Diketahui

Bola, $r = 14$ cm

Ditanya

Volume bola.

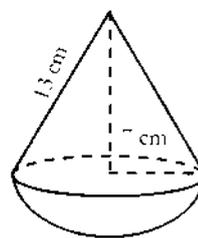
Jawab

$$\text{Volume bola} = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3} \cdot \frac{22}{7} \cdot 14^3 = 11.498,7$$

Jadi volume bola yang memiliki jari-jari 14 cm adalah 11.498,7 cm³

Latihan Soal

1. Gambar disamping menunjukkan suatu bandul pejal yang terdiri dari belahan bola dan kerucut. Jika alas kerucut berimpit dengan belahan bola, tentukan luas permukaan bandul tersebut!



2. Perhatikan gambar pot meja yang berbentuk tabung di samping ini. Jika akan diisi tanah $\frac{2}{3}$ tingginya, tentukan volume tanah yang akan dimasukkan ke dalam pot tersebut!



Daftar Pustaka

- Burger, dkk. 1991. *Mathematics for Elementary Teachers*. New York: Macmillan
- French, Doug. 2004. *Teaching And Learning Geometry*. Great Britain.
- Lewis, Harry, 1968, *Geometry : a Contemporary Course*. D. Van Nostrand Company (Canada) Ltd. Canada.
- Musser, dkk. 2008. *College Geometry : a problem solving approach with applications 2nd*. Printed in the United States of America.
- Suharjana, Agus. 2008. *Mengenal Bangun Ruang dan Sifat-Sifatnya di Sekolah Dasar*. Dicitak oleh Pusat Pengembangan dan Pemberdayaan Pendidik dan Tenaga Kependidikan Matematika (P4TK Matematika). Yogyakarta.

BAB VII SATUAN PENGUKURAN

Mariamah, M.Pd

Dalam kehidupan sehari-hari sering dijumpai penggunaan matematika khususnya tentang pengukuran. Tanpa disadari bahwa matematika sudah diaplikasikan dalam kehidupan. Harapan besar nantinya para calon guru dalam melaksanakan pembelajaran dapat memulai pembelajaran dengan memperhatikan pengalaman yang sudah diperoleh siswa dalam kehidupan sehari-harinya sehingga materi yang diajarkan dapat diserap dengan baik dan pembelajaran menjadi menyenangkan. Pada bagian ini akan dibahas tentang satuan pengukuran dengan tujuan agar pembaca dapat mentransferkan ilmu pengetahuannya terutama untuk mengajarkan siswa sekolah dasar. Adapun bagian-bagian materi yang akan di bahas tentang konsep satuan panjang, sudut, satuan luas, volume, berat dan debit, satuan waktu,

A. Satuan Pengukuran Panjang

Sebelum membahas tentang pengukuran, terlebih dahulu didefinisikan tentang satuan dimana satuan merupakan lambang yang menyatakan hasil dari pengukuran. Sedangkan besaran merupakan segala sesuatu yang dapat diukur dan hasilnya dapat dinyatakan dengan angka. Pengukuran merupakan perbandingan nilai suatu besaran dengan satuannya

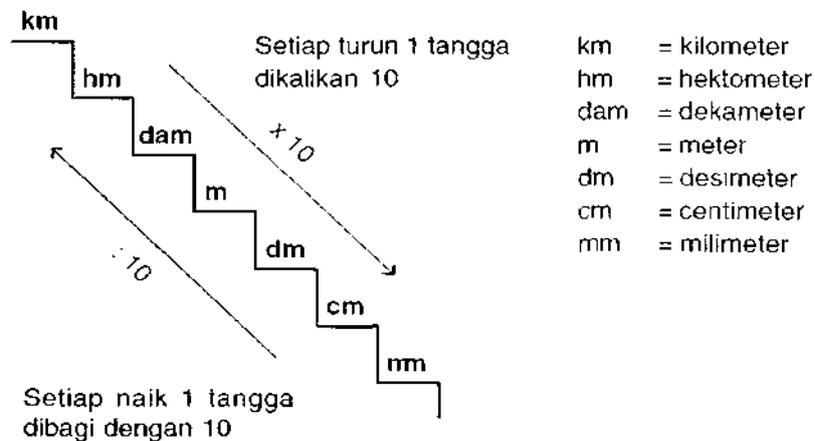
Pengenalan konsep pengukuran ini kepada siswa sekolah dasar dapat dilakukan dengan menyuruh siswa untuk mengukur panjang meja di hadapannya menggunakan jengkal tangan dengan satuan jengkal atau bisa mengukur panjang ruang kelas dengan menggunakan tali. Hal ini mengajarkan kepada siswa bahwa satuan pengukuran ada banyak macamnya. Ada yang satuan baku dan ada yang satuan tidak baku.

Dalam melakukan pengukuran diperlukan satuan panjang. Satuan panjang yang baku dalam satuan internasional (SI) adalah meter. Dalam dunia penerbangan, satuan panjang atau tinggi yang sering digunakan adalah kaki. Satu meter diartikan sebagai 1.650.763,73 kali panjang dari gelombang sinar merah-oranye unsur krypton-86 dalam ruangan hampa. Berikut ini konversi satuan meter (Karim, 2018)

Tabel 1. Konversi Satuan Meter

Satuan	Singkatan	Padanan dengan meter
1 milimeter	mm	0,001 m
1 Sentimeter	cm	0,01 m
1 Desimeter	dm	0,1 m
1 Meter	m	1 m
1 Dekameter	dam	10 m
1 Hektometer	hm	100 m
1 Kilometer	km	1000 m

Perhatikan tangga satuan panjang di bawah ini!



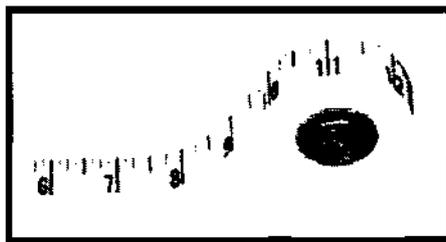
Dalam pengukuran panjang, terdapat alat-alat yang biasa digunakan dan sering dijumpai dalam kehidupan sehari-hari seperti penggaris, roll meter, jangka sorong dan lain-lainnya. Berikut akan diuraikan satu persatu terkait alat untuk pengukuran panjang



Gambar. 1 Penggaris

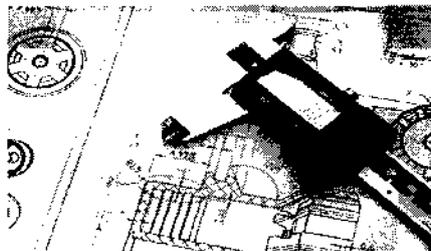
Penggaris merupakan alat ukur panjang sekaligus dapat digunakan untuk menggaris atau membuat suatu garis. Penggaris ini secara umum ada yang

berukuran 100 cm, 50 cm, 30 cm dan 20 cm. Penggaris ini digunakan terbatas dalam mengukur panjang karena ukurannya yang terbatas dibandingkan roll meter/meteran



Gambar 2. Meteran/ Rol meter

Roll meter memiliki fungsi yang sama dengan penggaris yaitu alat untuk mengukur panjang. Roll meter ada yang berukuran 5 m, 10 m, dan 50 m. penggunaan roll meter ini tidak terbatas seperti penggunaan penggaris karena ukurannya yang lebih panjang. Penggunaan roll meter ini seperti untuk mengukur panjang satu petak tanah, panjang kamar, panjang lemari dan lain-lainnya



Gambar 3. Jangka Sorong

Jangka sorong merupakan alat ukur panjang dengan ketelitian hingga 0,01 mm. Dalam kehidupan sehari-hari jangka sorong sering digunakan untuk mengukur diameter luar dan dalam suatu material, mengukur panjang dan lebar serta untuk mengukur kedalaman suatu lubang. Penggunaan jangka sorong ini sering diaplikasikan dalam bidang pengelasan, otomotif dan permesinan

Dalam dunia penerbangan, istilah yang digunakan adalah sistem Inggris. Sering dijumpai ketika menggunakan transportasi udara seperti pesawat terbang, pramugari memberikan informasi bahwa akan terbang dengan ketinggian jelajah 30.000 feet (kaki) di atas permukaan laut. Istilah feet merupakan sistem Inggris dalam satuan panjang. Dimana satu kaki didefinisikan dalam sistem metrik sebagai 1 foot = 30,48 cm. Berikut konversi satuan panjang Foot dan kesepadanan sistem Inggris dengan sistem metrik.

Tabel 2. Konversi Satuan Foot

Satuan	Singkatan	Padanan dengan Foot
1 mile	me	5280
1 furlong	fg	660
1 rod	rd	16,5
1 yard	yd	3
1 foot	ft	1
1 inch	in	1:12

Tabel 3. Kesepadanan antara sistem Inggris dengan sistem Numerik

Sistem Inggris	Sistem Numerik
1 mile	1,609344 km
1 furlong	201,168 m
1 rod	502,92cm
1 yard	91,44cm
1 foot	30,48cm
1 inch	2,54 cm

Contoh: Sebuah pesawat terbang berangkat dari Kupang menuju Pulau Lombok dengan ketinggian 20.000 kaki di atas permukaan laut. Berapakan



ketinggian tersebut dalam satuan sistem Metrik

Gambar 4. Pesawat Terbang

Jawab:

$$1 \text{ kaki} = 1 \text{ foot} = 30,48 \text{ cm}$$

$$20.000 \text{ kaki} = 20.000 \times 30,48 \text{ cm} =$$

$$609,600 \text{ cm} = 6,096 \text{ kilometer}$$

Berikut beberapa contoh penggunaan satuan panjang dalam kehidupan sehari-hari.

Contoh: Sebuah rumah adat *Lengge* yang ada di Suku Bima NTB dengan panjang tangga rumah 0,2 dekameter (dam).

Tentukan panjang tangga tersebut dalam satuan meter

Jawab: sesuai dengan konversi pada tabel 1 di atas, dimana:

$$1 \text{ dam} = 10 \text{ m} \text{ maka}$$

$$0,2 \text{ dam} = 0,2 \times 10 \text{ m}$$

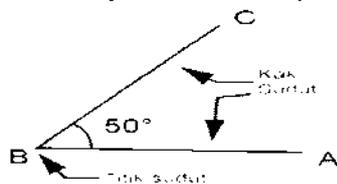
$$0,2 \text{ dam} = 2 \text{ m}$$



Gambar. 5 Rumah Adat *Lengge*

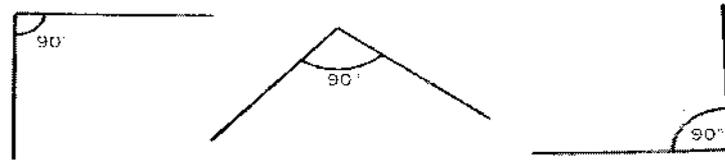
B. Sudut

Sudut merupakan daerah yang dibatasi oleh segmen garis dengan salah satu ujungnya berimpit. Misalnya ada segmen garis A dan segmen garis C. masing-masing salah satu ujung dari kedua segmen garis A dan C berimpit. Perhatikan gambar berikut ini



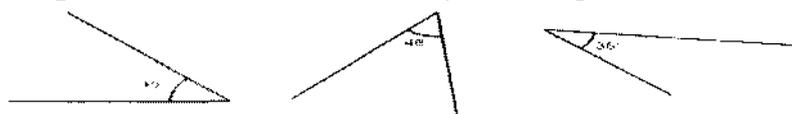
Gambar 6. dua Segmen garis yang berimpit

Pengenalan jenis sudut kepada siswa sekolah dasar dapat dimulai dengan menyuruh siswa untuk memperhatikan pojok kertas isi buku masing-masing, pojok meja dihadapan mereka atau pojok keramik pada lantai kelas. Bentuk pojok-pojok tersebut dengan jenis sudut siku-siku berukuran 90° . berikut gambar sudut yang berbentuk siku-siku



Gambar 7. sudut siku-siku

Untuk mengenalkan jenis sudut lain seperti sudut yang kurang dari 90° dan yang lebih dari 90° dapat dilanjutkan dengan melipat dua bagian dari pojok kertas dengan sama besar. Sudut yang kurang dari 90° ini disebut sudut lancip. Berikut gambar sudut lancip



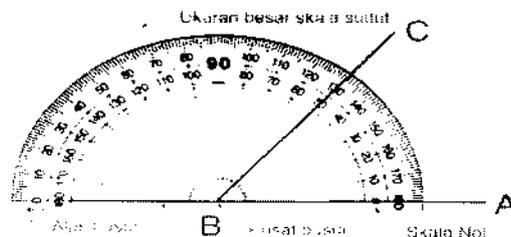
Gambar 8. sudut Lancip

Sudut Tumpul dapat diperkenalkan kepada siswa dengan menghimpitkan sudut siku-siku dengan sudut lancip. Sudut tumpul memiliki ukuran lebih besar dari 90° perhatikan gambar sudut tumpul berikut ini.



Gambar 9. Sudut Tumpul

Sudut lurus berukuran 180° , cara memperkenalkan sudut ini kepada siswa dengan cara menyuruh siswa untuk menggabungkan dua sudut siku-siku. Sudut yang besarnya 360° dapat diperoleh dengan menggabungkan 4 buah sudut siku-siku. Sehingga siswa mengetahui bahwa empat buah sudut siku-siku membentuk satu putaran dengan besar 360° . Untuk mengukur besar sudut dapat digunakan alat yang disebut busur derajat. Perhatikan gambar berikut ini



Gambar 10. Busur Derajat

C. Satuan luas

Untuk memperkenalkan satuan luas kepada siswa, dapat dilakukan dengan meminta para siswa untuk menghitung luas ruangan kelas yang berkeramik dengan satuan yang digunakan adalah satuan keramik. Dalam sistem metrik bahwa satuan luas yang baku adalah 1 m persegi atau 1 m^2

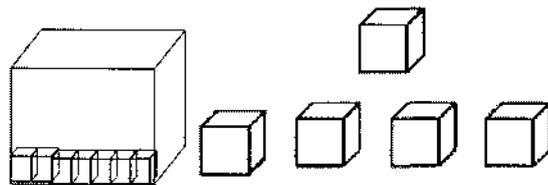
$$1 \text{ m}^2 = 100 \text{ cm}^2$$

Tabel 4. Hubungan antara beberapa satuan luas

Satuan	Singkatan	Padanan dengan meter
1 milimeter persegi	1 mm^2	$0,000001 \text{ m}^2$
1 Sentimeter persegi	1 cm^2	$0,0001 \text{ m}^2$
1 Desimeter persegi	1 dm^2	$0,01 \text{ m}^2$
1 Meter persegi	1 m^2	1 m^2
1 Dekameter persegi	1 a	100 m^2
1 Hektometer persegi	1 ha	10.000 m^2
1 Kilometer persegi	1 km^2	$1.000.000 \text{ m}^2$

D. Volume

Untuk memperkenalkan kepada siswa tentang pengukuran volume dapat dilakukan dengan mengukur volume kotak atau balok satuan. Untuk menemukan definisi volume kubus, dapat dilakukan peragaan dengan menunjukkan kepada siswa satu buah kubus transparan dengan panjang rusuk 5 satuan dan menyiapkan kubus satuan dengan panjang rusuk satu satuan. Kemudian menyuruh para siswa untuk mengisi kubus transparan tersebut dengan kubus satuan sampai penuh. Jika seluruh bagian kubus transparan sudah terisi sampai penuh, maka mintalah siswa untuk menghitung semua kubus satuan yang sudah dimasukkan dalam kubus transparan tadi. Dengan peragaan ini siswa dapat diminta untuk mendeskripsikan apa itu volume. Jadi volume kubus merupakan keseluruhan kubus satuan yang mengisi penuh kubus tanpa ada celah. Menurut KBBI volume adalah isi atau besarnya benda dalam ruang



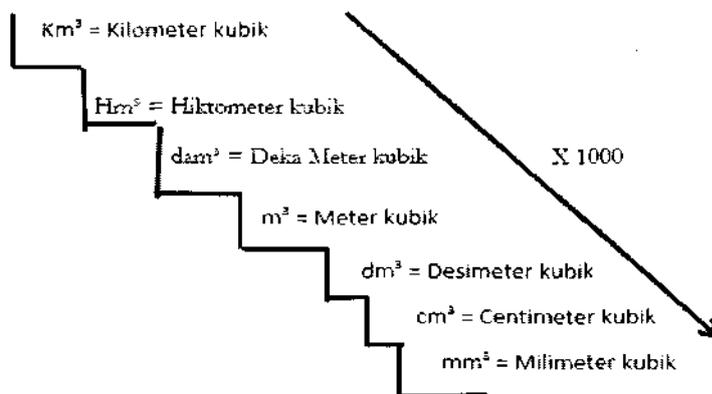
Gambar 11. Kubus

Dalam kehidupan sehari-hari juga siswa sering melihat kemasan minuman seperti teh kotak, air mineral, teh botol dan lain-lainnya dengan menulis satuan volume pada kemasannya. Dalam kehidupan sehari-hari bahwa *sentimeter kubik* sering di singkat “cc”

$$1 \text{ dm}^3 = 1000 \text{ cm}^3$$

$$1 \text{ liter} = 1 \text{ dm}^3$$

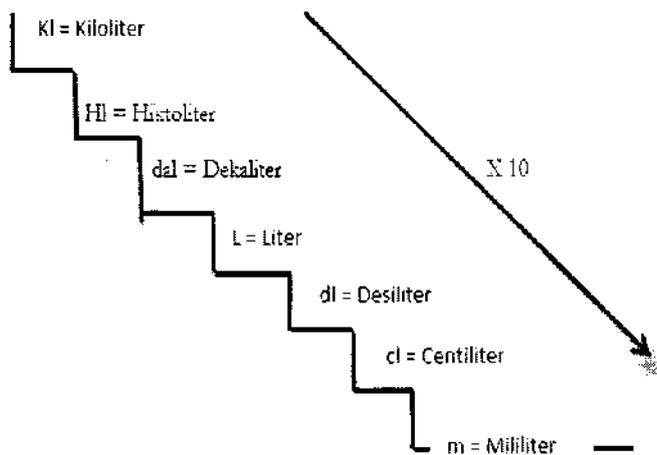
a. Meter Kubik (m^3)



Keterangan:

- Setiap turun satu tangga dikalikan 1000
- Setiap naik satu tangga dibagi 1000

b. Liter

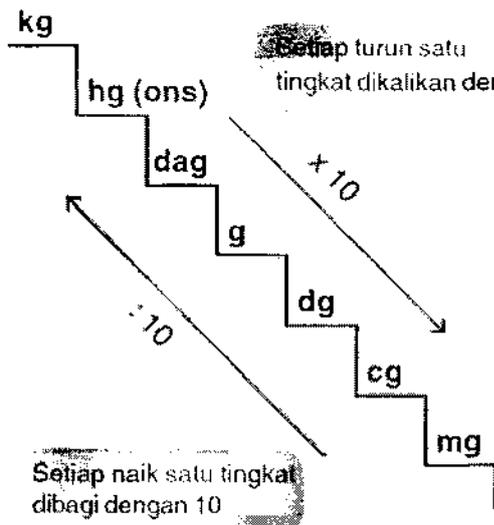


Keterangan:

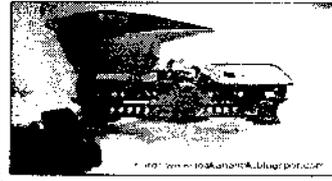
- Setiap turun satu tangga dikalikan 10
- Setiap naik satu tangga dibagi 10 (Arief, 2011)

E. Berat

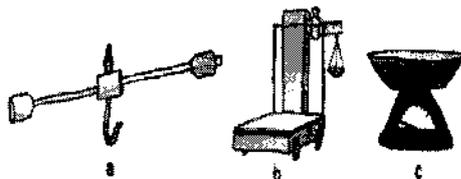
Dalam kehidupan sehari-hari sering dijumpai pengaplikasian konsep berat. Misalnya dalam kemasan karung beras tertulis 10 kilogram (kg), tertulis juga pada kemasan gula, sabun cuci daian, selain itu juga sering kita melakukan penimbangan berat badan. Hal-hal seperti itu merupakan kegiatan yang menggunakan konsep berat (Anam et al., 2009) Berikut berbagai jenis alat yang digunakan untuk mengukur berat:



- kg = kilogram
- hg(ons) = hektogram
- dag = dekagram
- g = gram
- dg = desigram
- cg = sentigram
- mg = miligram



Alat timbang berat yang ini sering digunakan untuk menimbang barang yang beratnya maksimal 5 kg



Alat timbang yang A & B biasa digunakan untuk menimbang barang yang lebih besar beratnya hingga melebihi 100 kg. Ada alat timbang C hanya terbatas pada timbangan barang yang beratnya maksimal 5 kg



Alat ini digunakan untuk menimbang berat perhiasan



Alat timbang ini biasanya digunakan untuk menimbang berat badan manusia



Alat timbang ini untuk mengukur berat benda yang lebih kecil seperti emas berupa cinci, gelang, kalung atau anting

(Fauzi et al., 2017)

1 kg	10 ons
1 kg	1000 gram
1 ons	100 gram
1 kg	10 ons
1hg	1 ons
1 kwintal	100 kg
1 kg	2 pon
1 ton	10 kuintal
1 pon	5 ons
1 kg	10 ons
1 ton	1000 kg

(Verawati, 2020)

F. Satuan Waktu



Siswa dan siswa sekolah dasar tidak asing lagi dengan satuan waktu misalnya mereka sudah terbiasa dengan hari dan jam. Dalam urai konsep waktu, guru dapat memulai dengan menyuruh untuk memperhatikan jam dinding yang ada diruangan kelas menanyakan hari ini hari apa. Dengan siswa memperhatikan jam dinding tersebut, akan terlihat angka-angka yang ada dalam jam yaitu angka 1 sampai angka 12 yang menandakan waktu setengah hari (mulai terbit sampai terbenam matahari). Sehingga 1 hari = 2 x 12 jam = 24 jam (Purwanti, 2015)

Dengan menyuruh siswa untuk memperhatikan jarum jam, disana terdapat tiga jarum dimana jarum pendek menunjukkan jam

dan jarum panjang menunjukkan **menit**, sedangkan jarum panjang tipis yang berputar dengan bunyi tik...tik...tik menunjukkan **detik**

1 menit	60 detik
1 jam	60 menit
1 hari	24 jam
1 minggu	7 hari
1 bulan	30 hari
1 tahun	12 bulan
1 abad	5 tahun

Daftar Pustaka

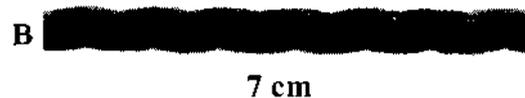
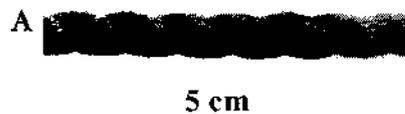
- Anam, F., Tj, M. P., & Suryono. (2009). *Matematika 2 untuk Sekolah Dasar/Madrasah Ibtidaiyah Kelas 2*: Jakarta. CV. Media Ilmu
- Arief, U. M. (2011). Pengujian Sensor Ultrasonik PING untuk Pengukuran Level Ketinggian dan Volume Air. *Jurnal Ilmiah "Elektrikal Enjiniring" UNHLAS*, 09(02), 1–6.
- Fauzi, H., Rahman, F., Azhar, T. N., Ayudina, N., & Dwiatmaja, R. (2017). Analisa Metode Pengukuran Berat Badan Manusia Dengan Pengolahan Citra. *Teknik*, 38(1), 35. <https://doi.org/10.14710/teknik.v38i1.12663>
- Karim, A. (2018). *Pembelajaran Materi Pengukuran Di Kelas Rendah*. 90–103.
- Purwanti, S. (2015). Meningkatkan Kemampuan Komunikasi dan Berpikir Kritis Matematis Siswa Sekolah Dasar Dengan Model Missouri Mathematics Project (MMP). *TERAMPIL Jurnal Pendidikan Dan Pembelajaran Dasar*, 2(2), 253–266.
- Verawati. (2020). PENERAPAN METODE DRILL DALAM MATAPELAJARAN MATEMATIKA MATERI SATUAN BERAT. PENERAPAN METODE DRILL DALAM MATAPELAJARAN MATEMATIKA MATERI SATUAN BERAT. 97–107.

BAB VIII
PERBANDINGAN DAN SKALA

Tri Astari, S.Pd.,M.Pd.

A. Perbandingan

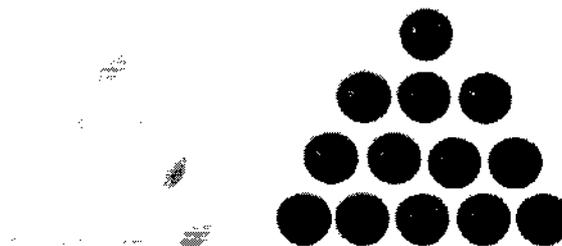
Perbandingan sering muncul dalam kehidupan sehari-hari. Misalnya, Joko adalah siswa yang paling tinggi di kelasnya. Artinya Joko adalah siswa paling tinggi dibanding dengan teman-temannya. Jumlah siswa perempuan di dalam satu kelas lebih banyak. Artinya jumlah siswa perempuan lebih banyak dibanding dengan jumlah siswa laki-laki. Untuk menjelaskan perbandingan kepada siswa SD, kita dapat menggunakan alat-alat peraga sederhana, seperti tali atau kelereng. Sebagai ilustrasi, perhatikan dua buah gambar tali berikut ini.



Panjang kedua tali pada gambar di atas, dapat dinyatakan dalam perbandingan sebagai berikut:

1. Panjang tali B adalah 2 cm lebih panjang dari tali A.
2. Panjang tali A adalah 2 cm lebih pendek dari tali B.
3. Panjang tali B banding panjang tali A adalah 7 banding 5.
4. Panjang tali A banding panjang tali B adalah 5 banding 7.

Selanjutnya, perhatikan gambar kelereng-kelereng berikut ini.



Kelereng-kelereng di atas dapat dinyatakan dalam bentuk perbandingan sebagai berikut:

1. Perbandingan banyak kelereng putih dengan kelereng hitam adalah 10 banding 13.
2. Perbandingan banyak kelereng hitam dengan kelereng putih adalah 13 banding 10.
3. Perbandingan banyak kelereng putih dengan semua kelereng adalah 10 banding 23.
4. Perbandingan banyak kelereng hitam dengan semua kelereng adalah 13 banding 23.

Berdasarkan analogi di atas, ajak siswa menyimpulkan apa yang dimaksud dengan perbandingan?

Perbandingan adalah membandingkan dua besaran atau lebih yang sejenis dan dinyatakan dengan cara sederhana.

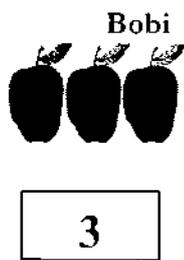
Meskipun siswa sudah mulai mengerti maksud perbandingan, tetapi bagaimana penulisan perbandingan? Perlu disampaikan kepada siswa cara menuliskan sebuah perbandingan. Berikan siswa soal sederhana tentang perbandingan. Contoh soalnya adalah sebagai berikut.

Contoh:

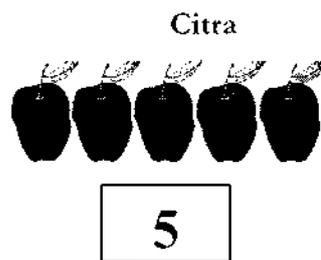
Ibu Susi menjual beraneka ragam buah-buahan di pasar, seperti apel, jeruk, mangga, pepaya, pisang, semangka, dan lainnya. Kemudian, Bobi dan Citra bersama ibunya masing-masing membeli apel di warung Ibu Susi sebanyak 3 dan 5 buah. Berapa perbandingan apel Bobi dan Citra?



Sumber: [Please Don't sell My Artwork AS IS](#) dari [Pixabay](#)



Berapa
perbandingan
apel Bobi dan
Citra?



Maka, perbandingan apel Bobi dan Citra adalah 3 banding 5. Bagaimana menuliskan perbandingannya?

Misalkan, banyaknya apel Bobi dilambangkan dengan B, dan banyaknya apel Citra dilambangkan dengan C. Jika perbandingan banyaknya apel Bobi dan Citra adalah 3 dan 5, maka dapat ditulis

$$B : C = 3 : 5 \text{ atau } \frac{B}{C} = \frac{3}{5}.$$

Selanjutnya, jika mereka membeli jeruk sebanyak 40 dan 70 buah untuk membuat jus di rumah. Berapa perbandingan jeruk Bobi dan Citra?

Bobi



Berapa
perbandingan
jeruk Bobi dan
Citra?

Citra



Misalkan, banyaknya jeruk Bobi dilambangkan dengan P, dan banyaknya jeruk Citra dilambangkan dengan Q. Jika perbandingan banyaknya jeruk Bobi dan Citra adalah 40 dan 70, maka dapat ditulis

$$P : Q = 40 : 70 \text{ atau } \frac{P}{Q} = \frac{40}{70}.$$

Apakah bentuk perbandingannya sudah sederhana? Ingat, kesimpulan kita tentang perbandingan.

$$\frac{P}{Q} = \frac{40}{70} : \frac{10}{10} = \frac{4}{7}$$

Maka, perbandingan jeruk Bobi dan Citra adalah 4 : 7.

Mintalah siswa mengerjakan soal sebagai bentuk latihan. Adapun soalnya sebagai berikut

Soal:

Nikmati Nikmat Rasa	
Menu Aneka Minuman	
Jus Alpukat	15.000
Jus Jambu Biji	15.000
Jus Jeruk Peras	12.000
Jus Buah Naga	15.000
Milkshake Oreo Choco	17.000
Milkshake Green Tea	17.000
Kopi Hitam Tubruk	5.000
Kopi Tubruk + Susu	7.000
Teh Manis (Hot/Cold)	5.000
Teh Tarik (Hot/Cold)	7.000
Teh Tawar (Hot/Cold)	2.000

Sumber: www.tokopedia.com

- Perhatikan gambar di samping.
- Nyatakan harga teh tawar dan teh manis sebagai sebuah perbandingan.
 - Nyatakan harga teh tarik dan kopi hitam tubruk sebagai sebuah perbandingan.
 - Nyatakan harga jus alpukat dan jus jeruk peras sebagai sebuah perbandingan.
 - Nyatakan harga jus buah naga dan milkshake oreo choco sebagai sebuah perbandingan.

Berikut ini merupakan bentuk-bentuk perbandingan, yaitu:

a. **Perbandingan Senilai**

Perhatikan Tabel harga buku tulis di bawah ini.

	Banyaknya Buku Tulis	Harga Buku Tulis (Satuan)	
Jika semakin sedikit buku tulis maka semakin kecil harga.	1	4.000	Jika semakin banyak buku tulis maka semakin besar harga.
	2	8.000	
	3	12.000	
	4	16.000	
	5	20.000	

Berdasarkan uraian di atas, ajak siswa menyimpulkan apa yang dimaksud dengan perbandingan senilai?

Perbandingan senilai merupakan perbandingan dua besaran, dimana jika satu besaran semakin besar maka besaran yang lain semakin besar, dan sebaliknya.

Agar menambah pemahaman siswa tentang perbandingan senilai, perhatikan contoh berikut ini.

Contoh:

Sebuah bus menempuh jarak 140 km menggunakan 2 liter bensin. Berapa bensin yang dibutuhkan jika menempuh jarak 420 km?

Jarak (km)	Bensin (Liter)
140	2
420	?

1) Perhitungan berdasarkan nilai satuan

$$2 \text{ liter bensin} = 140 \text{ km}$$

$$1 \text{ liter bensin} = \frac{140}{2} = 70 \text{ km}$$

$$\text{Banyak bensin yang dibutuhkan} = \frac{420}{70} = 6 \text{ liter.}$$

Maka, bensin yang dibutuhkan jika menempuh jarak 420 km adalah 6 liter.

2) Perhitungan berdasarkan perbandingan

$$\text{Jika besaran jarak dan bensin senilai, berlaku } \frac{140}{420} = \frac{2}{?}$$

Misalkan, banyak bensin yang dibutuhkan adalah a.

$$\frac{140}{420} = \frac{2}{a}$$

$$140 a = 2 \times 420$$

$$a = \frac{840}{140} = 6$$

Maka, bensin yang dibutuhkan jika menempuh jarak 420 km adalah 6 liter.

Soal:

Ibu membeli tomat sebanyak 12 kg dengan harga Rp.84.000,00. Tetapi masih kurang untuk membuat saos tomat, sehingga Ibu membeli kembali sebanyak 8 kg. Berapa kembalian Ibu, jika membayar dengan dua lembar uang lima puluh ribuan.

b. Perbandingan Berbalik Nilai

Perhatikan Tabel berikut yang menyatakan hubungan antara banyaknya pekerja dan hari yang diperlukan untuk menyelesaikan pekerjaan.

	Banyaknya Pekerja	Banyaknya Hari	
Jika semakin sedikit pekerja maka semakin banyak waktu yang diperlukan.	4	20	Jika semakin banyak pekerja maka semakin singkat waktu yang diperlukan.
	6	30	
	8	40	
	10	50	
	12	60	

Berdasarkan uraian di atas, ajak siswa menyimpulkan apa yang dimaksud dengan perbandingan berbalik nilai?

Perbandingan berbalik nilai merupakan perbandingan dua besaran, dimana apabila satu besaran semakin besar maka besaran yang lain semakin kecil, dan sebaliknya.

Agar menambah pemahaman siswa tentang perbandingan berbalik nilai, perhatikan contoh berikut ini.

Contoh:

Pak Samsul memiliki persediaan makanan untuk 240 ekor ayam selama 8 minggu. Jika ia menjual ayam 80 ekor, berapa lama makanan itu akan habis?

Banyak Ayam	Waktu (Hari)
240	8 x 7 hari = 56
240 - 80 = 160	?

a. Perhitungan berdasarkan nilai satuan

Misalkan, lama makanan akan habis adalah t.

$$240 \times 56 = 160 \times t$$

$$t = \frac{240 \times 56}{160}$$

$$t = \frac{13440}{160} = 84$$

Lama makanan akan habis adalah 84 hari = $\frac{84}{7} = 12$ minggu.

Maka, lama makanan akan habis adalah 12 minggu.

b. Perhitungan berdasarkan perbandingan

Jika besaran jarak dan bensin senilai, berlaku $\frac{240}{160} = \frac{56}{?}$.

$$\frac{240}{160} = \frac{t}{56} \left(\frac{56}{t} \text{ dibalik menjadi } \frac{t}{56} \right)$$

$$\frac{3}{2} t = \frac{t}{56}$$

$$t = \frac{3 \times 56}{2}$$

$$t = \frac{168}{2} = 84$$

Lama makanan akan habis adalah 84 hari = $\frac{84}{7} = 12$ minggu.

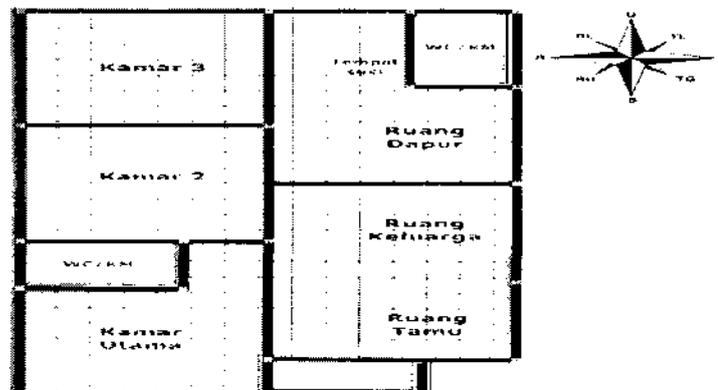
Maka, lama makanan akan habis adalah 12 minggu.

Soal:

Sebuah pabrik tekstil direncanakan selesai selama 22 hari oleh 50 pekerja. Setelah dikerjakan 10 hari, pekerjaan dihentikan selama 2 hari. Jika kemampuan bekerja setiap orang sama dan agar waktu pembangunan pabrik selesai tepat waktu, berapa banyak pekerja tambahan yang diperlukan?

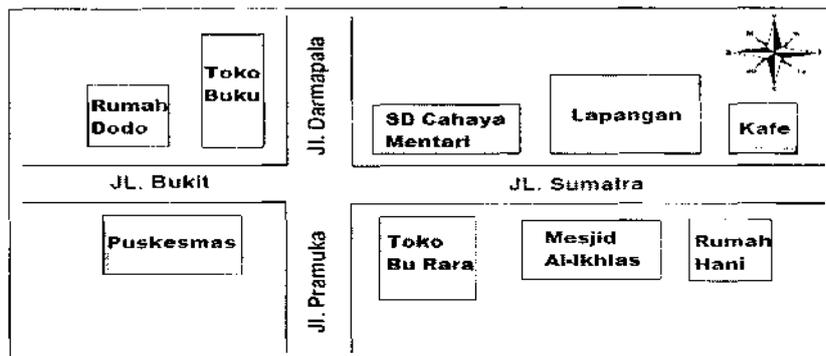
B. Skala

Dalam membangun pemahaman siswa tentang skala, pertama-tama berikan mereka sebuah soal yang berkenaan dengan membuat denah. Misalkan, meminta siswa membuat denah sederhana rumahnya masing-masing. Ingat, setiap denah yang dibuat membutuhkan arah mata angin. Sebagai contoh, ini adalah denah rumah Pak Fajar, seorang guru di SD Cahaya Mentari.



Sumber: <https://www.pinterest.com>

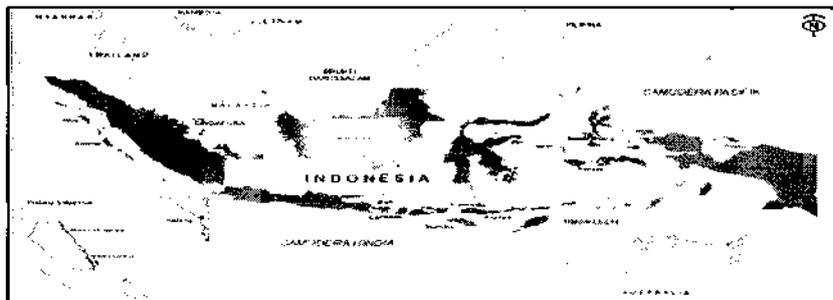
Siswa sudah mampu membuat denah di rumah masing-masing. Sekarang, mintalah mereka membuat denah dari rumah ke sekolah. Misalkan, bagilah siswa menjadi beberapa kelompok (5-6 kelompok), dan siswa membuat denah dari rumahnya ke sekolah. Selanjutnya, mintalah siswa perwakilan kelompok menceritakan denahnya sesuai dengan arah mata angin, dan siswa yang lain menanggapi. Berikut ini rute perjalanan Dodo dari rumah ke SD Cahaya Mentari.



Berdasarkan denah yang telah dibuat tanyakan ke siswa, “*jika ingin menemukan letak suatu tempat agar lebih mudah dapat menggunakan?*” Selanjutnya, ajaklah siswa menyimpulkan apa yang dimaksud dengan denah?

Denah adalah gambar yang menunjukkan letak bangunan, kota, jalan, dan data lokasi lain.

Jika sudah memahami makna dari denah, selanjutnya apakah yang dimaksud dengan peta? Peta biasanya digunakan untuk melihat posisi suatu daerah atau Negara dengan batasan per wilayah. Coba perhatikan, berikut ini merupakan peta Indonesia dengan skala 1: 5.000.000.



Sumber: <https://p3ta-indonesia.blogspot.com>

Berdasarkan uraian di atas, ajak siswa menyimpulkan apa yang dimaksud dengan perbandingan berbalik nilai?

Peta adalah gambaran permukaan bumi pada bidang datar dengan skala tertentu melalui sistem proteksi.

Pada peta tertulis skala 1: 5.000.000, apa artinya? Berapa luas seluruh Indonesia sebenarnya? Dapatkah kita menghitung jarak Pulau Sumatera dengan Pulau Jawa?

Perhatikan Tabel berikut ini.

No.	Jarak Peta	Jarak Sebenarnya	Skala
1	2 cm	8 km = 800.000 cm	1:400.000
2	3 cm	9 m = 900.000 cm	1: 300
3	5 cm	150 km = 15.000.000 cm	1:3.000.000
4	10 cm	20 km = 2.000.000 cm	1:200.000

Dari Tabel di atas, apa hubungan dari jarak peta, jarak sebenarnya, dan skala?

Skala adalah perbandingan ukuran pada gambar dengan ukuran sebenarnya.

Pada peta di atas, tertulis skala 1: 5.000.000, artinya 1 cm pada peta mewakili 5.000.000 cm ukuran sebenarnya. Skala dapat dirumuskan dalam bagan segitiga berikut ini.



$$\begin{aligned} \text{Jarak pada peta} &= \text{Skala} \times \text{Jarak Sebenarnya} \\ \text{Skala} &= \frac{\text{Jarak pada peta}}{\text{Jarak Sebenarnya}} \\ \text{Jarak Sebenarnya} &= \frac{\text{Jarak pada peta}}{\text{Skala}} \end{aligned}$$

Untuk menambah pemahaman siswa tentang skala, perhatikan contoh berikut ini.

Contoh:

Jarak antara Kota A dan B 250 km. Jika dalam sebuah peta jarak antara kedua kota adalah 50 cm. Berapa skala pada peta?

Penyelesaian:

Diketahui : Jarak sebenarnya = 250 km = 250 x 100.000 cm = 25.000.000 cm

Jarak pada peta = 50 cm

Ditanya : Berapa skala pada peta?

Jawab :

$$\text{Skala} = \frac{\text{Jarak pada peta}}{\text{Jarak Sebenarnya}}$$

$$\text{Skala} = \frac{50 \text{ cm}}{25.000.000 \text{ cm}} = \frac{1}{500.000}$$

Maka, skala pada peta adalah 1: 500.000.

Soal:

Pada denah berskala 1: 500, tergambar sebuah taman yang berbentuk persegi panjang dengan ukuran panjang 12,5 cm dan lebar 9 cm. Berapa m² luas taman tersebut?

C. Latihan Soal

1. Suatu larutan kimia akan dibuat dari campuran X dan Y, dengan komposisi 5 : 7. Jika akan dibuat larutan 60 ml, berapa selisih kedua campuran tersebut?
2. Tujuh tahun yang lalu umur Toni sama dengan tiga kali umur Putri. Sekarang umur Toni dua kali umur Putri. Berapa jumlah umur mereka?
3. Sebuah rumah dijadwalkan akan selesai dalam waktu 30 hari jika dikerjakan oleh 65 pekerja. Memasuki hari ke-21, ada 5 orang pekerja yang sakit dan baru bekerja lagi setelah 3 hari setelahnya. Agar rumah selesai tepat waktu, berapa jumlah minimal pekerja yang harus ditambah?
4. Seorang peternak ikan membuat kolam pada denah berturut-turut 15 cm dan 10 cm. Jika skala dengan 1: 60, berapa luas tanah yang dibangun kolam ikan?

5. Ibu Lidya merenovasi kamar tidur anaknya, pada gambar panjangnya 12 cm. Jika panjang kamar yang sebenarnya 3,6 m, berapa skala gambar rancangan?

Daftar Pustaka

- Kusumawardani, Risa. (2015). *Super Book Matematika SD*. Jakarta: Wahyumedia.
- Maulana, Hafizh. (2012). *Star Book matematika*. Jakarta: Wahyumedia.
- Pratiwi, Tsurayya Zahra. (2018). *Cantiknya Rumahku: Matematika Paket A Setara SD/MI Kelas I*. Jakarta: Kemendikbud.

BAB IX. STATISTIKA

Abdul Wahab

Junardi

A. Pendahuluan

Pembelajaran Statistika perlu dikenalkan pada siswa sejak usia sekolah dasar. Anak-anak usia sekolah dasar belum dapat berpikir secara mendalam, maka statistika yang diajarkan masih bersifat pengenalan serta diberikan di kelas tinggi. Hal ini disebabkan karena banyak digunakan perhitungan-perhitungan, dengan demikian diharapkan dalam belajar statistika anak tidak merasa terbebani. Untuk itu dalam pembelajaran statistika hendaknya dikaitkan dengan kegiatan bermain yang digemari siswa ataupun hal-hal yang dialami siswa langsung. Kegiatan pembelajaran untuk materi statistika dapat dilakukan didalam ataupun diluar kelas dengan pantauan guru. Kegiatan pembelajaran yang dipilih diusahakan yang dapat dibayangkan siswa sesuai dengan lingkungan kehidupan nyata dari alam pikiran siswa.

B. Pengertian Statistik dan Statistika

Dalam pembahasan ini, kita akan melihat betapa statistik merupakan ilmu yang bermanfaat, yang aplikasinya dalam bidang pendidikan dan bidang-bidang lainnya. Banyak persoalan, apakah itu hasil penelitian, riset ataupun pengamatan, baik yang dilakukan khusus ataupun berbentuk laporan, dinyatakan dalam bentuk bilangan. Kumpulan bilangan-bilangan itu sering disusun, diatur atau disajikan dalam bentuk daftar atau tabel. Sering pula disertai dengan gambar yang biasa disebut diagram atau grafik.

Kata statistik dapat diartikan sebagai kumpulan angka-angka, bilangan maupun non-bilangan yang disusun dalam tabel dan atau diagram, yang menggambarkan suatu persoalan. Statistik juga diartikan sebagai suatu ukuran yang dihitung dari sekumpulan data dan merupakan wakil dari data itu.

Selanjutnya statistika adalah metode ilmiah yang mempelajari pengumpulan, penyusunan, penyajian, penganalisan dan interpretasi data (penarikan kesimpulan). Dengan demikian seorang ahli statistik bukan hanya seseorang yang menghitung rata-rata atau mentabulasikan hasil pengumpulan pendapat. Mereka dididik untuk mengumpulkan informasi numerik dalam bentuk data, mengevaluasinya, dan menarik kesimpulan berdasarkan data yang diperoleh.

C. Kegunaan Statistika

Dalam cakrawala yang luas ataupun yang sempit, statistika ternyata di samping sebagai alat perangkuman pengalaman, juga dapat memberikan dasar yang rasional bila harus membuat pilihan di antara berbagai alternatif. Salah satu peranan statistika yang penting ialah merupakan alat untuk pengembangan pengetahuan bagi berbagai disiplin ilmu.

Pertama kali belajar statistika bereaksi dan melihatnya sebagai sesuatu yang menakutkan menghadang di depannya, dan ia bertanya: *Apa gunanya belajar statistika?* Secara filosofis, belajar sesuatu karena keharusan tidak benar, yang benar kalau kita belajar sesuatu karena menikmatinya. *Bagaimana supaya kita dapat merasakan bahwa belajar statistika itu suatu kenikmatan?*

Secara terinci fungsi-fungsi statistika dapat dijelaskan sebagai berikut:

a. Statistika menggambarkan data dalam bentuk tertentu

Tanpa adanya statistika, maka data akan menjadi kabur dan tidak jelas, misalnya beberapa mahasiswa dari 100 orang mahasiswa yang menempuh ujian statistika dinyatakan lulus, pernyataan ini tidak jelas dan akan menjadi jelas apabila dirubah menjadi 60 orang dari 100 orang yang menempuh ujian statistika dinyatakan lulus.

b. Statistika dapat menyederhanakan data yang kompleks menjadi data yang mudah dimengerti

Data statistika yang kompleks dapat disederhanakan dalam bentuk tabel, grafik maupun diagram-diagram. Disamping itu dapat pula dinyatakan dalam bentuk rata-rata, persentase maupun koefisien-koefisien sehingga mudah dimengerti.

c. Statistika merupakan teknik untuk membuat perbandingan

Dengan penyederhanaan data kedalam bentuk rata-rata, persentase maka akan mudah membandingkan suatu kelompok data dengan kelompok data yang lain.

d. Statistika dapat memperluas pengalaman individual

Pengalaman individu sangat terbatas kepada apa yang dapat dilihat dan apa yang dapat diteliti. Pengetahuan individual dapat diperluas dengan cara mempelajari kesimpulan-kesimpulan berdasarkan data penelitian.

e. Statistika dapat membantu menentukan hubungan sebab akibat

Statistika dapat menentukan sebab-sebab pokok suatu gejala yang selanjutnya dapat dipergunakan untuk mengadakan prediksi atau ramalan.

Perlu dijelaskan bahwa seseorang belajar tanpa memperoleh pemahaman mendalam, dan penghargaan dari sifat-sifat dalam sesuatu adalah belajar tanpa motivasi dan antusias penuh dan tidak memuaskan. Seorang mahasiswa yang siaga harus memasuki sebanyak mungkin arti dan kenyataan dalam caranya sendiri sebanyak yang ia dapat lakukan.

1.4. Ukuran Tendensi Sentral

a. Mean (Rata-rata)

Rata-rata hitung adalah ukuran pemusatan lokasi yang banyak digunakan dalam statistika. Ukuran ini mudah dihitung dengan memanfaatkan semua data yang dimiliki. Jika ada sekelompok data, maka untuk menyebut ukuran numerik sebagai wakil dari data sering dipakai nilai rata-rata (hitung) baik terhadap populasi maupun terhadap sampel. Rata-rata hitung (sering disebut rata-rata saja) dapat ditentukan dengan cara membagi jumlah nilai data oleh banyaknya data.

Bila sekelompok data X_1, X_2, \dots, X_n merupakan sebuah sampel berukuran n , maka rata-rata sampelnya adalah:

$$\bar{x} = \frac{X_1 + X_2 + \dots + X_n}{n}$$

Contoh 1.

Hitunglah rata-rata nilai siswa kelas VI untuk mata pelajaran matematika di SD "X" dengan nilai-nilai siswa berikut:

63, 67, 70, 73, 74, 77, 78, 81, 82, 84, dan 88.

$$\begin{aligned}\bar{x} &= \frac{63 + 67 + 70 + 73 + 74 + 77 + 78 + 81 + 82 + 84 + 88}{11} \\ &= \frac{837}{11} = 76,1\end{aligned}$$

Jadi nilai rata-rata siswa kelas VI untuk pelajaran matematika di SD "X" adalah 76,1.

b. Median

Bila sekumpulan data statistik sebanyak N telah diurutkan dari yang terkecil sampai yang terbesar atau sebaliknya, maka data statistik yang berada ditengah-tengahnya disebut median (Me). Bila banyak pengamatan data ganjil, data yang di tengah-tengahnya adalah medianya atau bila banyak pengamatan genap, rata-rata kedua pengamatan yang ditengahnya adalah medianya. Median ditentukan dengan membagi kumpulan data menjadi dua bagian yang sama.

Contoh 2.

Diberikan data nilai siswa kelas VI untuk mata pelajaran matematika di SD "X" sebagai berikut: 63, 65, 67, 70, 73, 74, 77, 78, 81, 81, 81, 82, dan 88. Tentukan median nilai siswa tersebut

$$\text{Letak Me} = \frac{n + 1}{2} = \frac{13 + 1}{2} = 7$$

Jadi median nilai siswa terletak pada data ke 7 yaitu 77

Contoh 3.

Apabila diberikan data nilai siswa kelas VI untuk mata pelajaran matematika di SD "X" sebagai berikut: 63, 65, 67, 70, 73, 74, 77, 78, 81, 81, 81, 82, 85, dan 88. maka median nilai siswa tersebut

$$\text{Letak Me} = \frac{77 + 78}{2} = \frac{155}{2} \approx 77,5$$

Jadi median nilai siswa tersebut adalah 77,5

c. Modus

Sekumpulan pengamatan data yang nilai terjadinya sering muncul atau yang mempunyai frekuensi paling tinggi disebut modus (M_0) atau nilai yang paling banyak di dalam satu kelompok nilai. Suatu distribusi mungkin tidak mempunyai modus, dengan kata lain modus tidak selalu ada. Hal ini bila semua pengamatan hanya

mempunyai satu frekuensi saja. Untuk data–data tertentu kemungkinan muncul beberapa nilai dengan frekuensi yang sama dan dalam hal ini dimungkinkan kumpulan data mempunyai lebih dari satu modus. Untuk kumpulan data yang berukuran cukup kecil modus ini tidak mantap sehingga hanya bermanfaat untuk dijadikan penciri kumpulan data yang berukuran besar.

Contoh 4.

Diberikan data nilai siswa kelas VI untuk mata pelajaran matematika di SD “X” sebagai berikut: 65, 65, 67, 70, 73, 74, 77, 78, 81, 81, 81, 82, dan 88. Tentukan modus nilai siswa tersebut,

Karena nilai yang sering muncul adalah 81, maka modus data nilai siswa kelas VI untuk mata pelajaran matematika di SD “X” adalah 81.

Soal latihan

1. Jelaskan perbedaan statistik dan statistika
2. Jelaskan kegunaan statistik
3. Jelaskan arti istilah berikut
 - a. Mean
 - b. Median
 - c. Modus
4. Diberikan data tentang nilai ujian siswa suatu materi pelajaran di SD berikut
72, 65, 70, 81, 92, 87, 76, 86, 90, dan 87, tentukan mean, median dan modus data tersebut

Daftar Pustaka

- Sudijono, A. 2018. *Pengantar Statistik Pendidikan*. Depok: Rajagrafindo Persada
- Sudjana. 1996. *Metode Statistika*. Edisi ke-6. Bandung: Tarsito.
- Tiro, M.A. 2007. *Dasar-dasar Statistika*. Edisi Revisi. Makassar: State University of Makassar Press.
- Wibisono, Y. 2005. *Metode Statistika*. Yogyakarta: Gadjah Mada University Press.

BAB X. PENYAJIAN DATA
Kunti Dian Ayu Afiani, S.Si., S.Pd., M.Pd.
Endrayana Putut L.E., S.Si., M.Si.

A. Pengertian Data dan Penyajian Data

Data merupakan kumpulan datum yang diperoleh dari hasil pengamatan atau percobaan, disajikan dalam bentuk grafik/tabel/diagram. Menurut sifatnya, data dibedakan menjadi dua, yaitu kuantitatif dan kualitatif. Data kuantitatif ditinjau dari nilainya dibagi menjadi 2 yaitu, data diskrit dan data kontinu. Data diskrit adalah data hasil pencacahan dan berupa bilangan bulat, contohnya data jumlah siswa kelas 4A, data jumlah buku di Perpustakaan Daerah Surabaya, data jumlah anak yang peringkat 10 besar di SD Sumberjaya. Data kontinu adalah data dari hasil pengukuran dan berupa bilangan real, contohnya data ukuran sepatu seluruh siswa kelas 6A, data berat badan siswa kelas 6A, data tinggi badan siswa kelas 6A, data curah hujan di kota Surabaya, data debit air di bendungan Selorejo. Data yang telah dikumpulkan dengan baik, perlu disusun dan disajikan secara sistematis, rapi dan menarik sehingga jelas dan mudah dipahami. Penyajian data pada prinsipnya adalah komunikatif dan lengkap, artinya data yang disajikan menarik perhatian serta mudah dipahami pembaca.

B. Jenis Penyajian Data

Secara garis besar ada dua acara penyajian data yang sering dipakai, yaitu dengan diagram (grafik) dan tabel (daftar).

1. Penyajian Data dengan Diagram (Grafik)

Cara menyajikan data yang telah kita kumpulkan dapat disajikan dalam bentuk diagram (grafik). Penyajian data yang disajikan melalui diagram akan lebih menjelaskan secara visual dan dapat menarik perhatian. Beberapa cara untuk menyajikan data dengan diagram (grafik) yang digunakan dalam laporan penelitian ilmiah, sebagai berikut:

a. Diagram batang

Diagram batang adalah diagram yang menyajikan data yang berbentuk atribut atau kategori. Misalkan untuk menyajikan profesi orang tua siswa, jumlah siswa di sekolah beberapa periode tertentu. Diagram batang diperlukan dua sumbu yaitu, sumbu tegak untuk menuliskan frekuensi/nilai/persentase dan sumbu

mendatar untuk menunjukkan kategorinya. Perhatikan kasus berikut ini: di SD Suka Cita diadakan survey terhadap siswa kelas 6A terhadap pekerjaan orang tua mereka. Diperoleh data bahwa ada empat macam pekerjaan orang tua siswa, yaitu PNS, TNI/POLRI, guru, dan wiraswasta, berturut-turut sebanyak 8 siswa, 5 siswa, 3 siswa, dan 4 siswa. Berdasarkan data tersebut akan dibuat diagram batangnya. Contoh diagram batang dapat dilihat pada gambar di bawah ini.

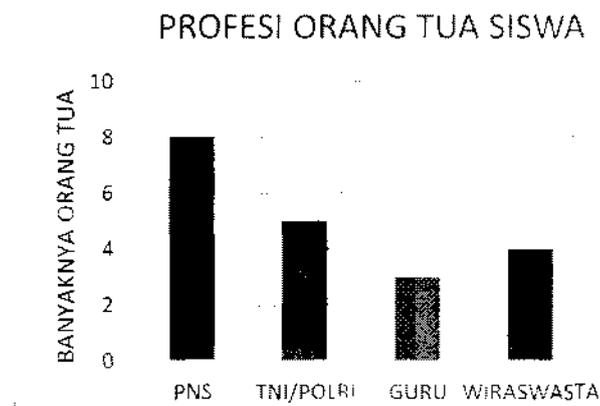


Diagram 10.1

Diagram Batang Profesi Orang Tua Siswa SD Suka Cita

b. Diagram garis

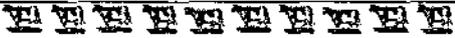
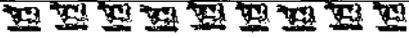
Diagram garis merupakan bentuk penyajian data berupa garis atau kurva dengan data yang berkesinambungan. Biasanya data yang digunakan pada diagram garis ini menggunakan data kontinu. Misalnya data pertumbuhan saham pada suatu PT, pertumbuhan berat badan balita, banyaknya siswa SD yang diterima di sekolah setiap tahunnya. Membuat diagram garis diperlukan dua sumbu, yaitu sumbu tegak untuk frekuensi/nilai/persentase dan sumbu mendatar menunjukkan waktu. Misalkan diberikan data perkembangan berat badan seorang bayi "A" selama 10 bulan, mulai bulan ke-1 hingga bulan ke-10, berturut-turut sebagai berikut: 3 kg, 3.2 kg, 4 kg, 5.5 kg, 6.6 kg, 7.8 kg, 7.9kg, 8 kg, 8.9 kg, 8.5 kg. Berikut contoh diagram garis dapat dilihat pada diagram 10.2 berdasarkan data berat badan bayi yang diketahui.



Diagram 10.2
Diagram Garis Berat Badan Bayi "A"

c. Diagram lambang

Diagram lambang adalah diagram yang penyajian data dalam bentuk lambang-lambang. Diagram lambang ini disajikan sebagai alat visual bagi orang awam. Lambang-lambang tersebut mewakili sejumlah benda dari objek yang diteliti. Misalakan data jumlah penduduk maka dibuatkan lambang orang yang menyatakan jumlahnya. Kelemahan dari diagram lambang jika yang disajikan datanya tidak penuh maka lambangnyapun tidak utuh. Misalnya data jumlah sapi yang diperoleh dari peternakan sapi di Malang, berturut-turut adalah sebagai berikut: tahun 2007 jumlahnya 7000 ekor sapi, tahun 2008 sejumlah 10.000 ekor sapi, tahun 2009 sejumlah 9.000 ekor sapi, dan tahun 2010 sejumlah 12.000 ekor sapi. Berdasarkan data tersebut dapat disajikan menggunakan diagram lambang. Diagram lambang pada data ini menggunakan lambang sapi karena data tersebut menjelaskan jumlah sapi pada tahun 2007 – 2010. Berikut contoh diagram lambang dapat dilihat pada diagram 10.3.

Tahun	Lambang	Jumlah (ekor)
2007		7.000
2008		10.000
2009		9.000
2010		12.000

Keterangan:  = 1.000

d. Diagram lingkaran

Diagram lingkaran adalah diagram yang menyajikan data dalam bentuk lingkaran, dengan di dalamnya dibagi menjadi beberapa bagian sesuai dengan klasifikasi datanya. Diagram lingkaran ini berfungsi untuk melihat perbandingan dalam persentase atau proporsi dari suatu data. Misalkan data tentang umur siswa di suatu sekolah atau hasil panen di sebuah desa. Sebagai contoh, di desa Suka Makmur yang tanahnya subur, selama setahun diperoleh data hasil panen petani meliputi padi, jagung, kopi, dan kelapa. Selama setahun padi berhasil dipanen sebanyak 20 ton, jagung 12 ton, kopi 5 ton, dan kelapa 13 ton, sehingga total keseluruhan panen 50 ton. Berdasarkan data tersebut Pak Lurah akan mempresentasikan ke dinas pertanian dalam bentuk diagram lingkaran. Sebelum menyajikan data ke diagram lingkaran, data tersebut diubah ke dalam persentase. Besar persentase yang muncul pada diagram lingkaran dapat ditentukan menggunakan rumus sebagai berikut.

$$\text{persen A} = \frac{\text{banyaknya A}}{\text{jumlah data}} \times 100\%$$

Sebagai contoh data di atas, maka perhitungan persentase hasil panen adalah:

- Padi = $\frac{20}{50} \times 100\% = 40\%$
- Jagung = $\frac{12}{50} \times 100\% = 24\%$
- Kopi = $\frac{5}{50} \times 100\% = 10\%$
- Kelapa = $\frac{13}{50} \times 100\% = 26\%$

Setelah data tersebut diubah dalam persentase, maka dapat disajikan dalam diagram lingkaran seperti pada Diagram 10.4 di bawah ini.



Diagram 10.4
Diagram Lingkaran Hasil Panen Desa Suka Makmur

2. Penyajian Data dengan Tabel (Daftar)

Data yang belum tersusun dengan teratur, maka data tersebut harus disusun dengan rapi menggunakan tabel untuk mudah menganalisis datanya. Menyajikan data dalam tabel ini lebih cocok dengan data yang terdiri atas beberapa variabel dengan beberapa kategori. Tabel yang baik dan efisien harus bersifat sistematis, sederhana dan jelas. Sebuah tabel mempunyai beberapa bagian seperti judul tabel, judul kolom, judul baris, badan daftar, catatan dan sumber data. Contoh bagian-bagian tabel, seperti berikut.

Tabel 10.1
Bagian-Bagian Tabel

JUDUL TABEL			
	Judul Kolom		
Judul Baris			
			Badan Daftar
Catatan/Sumber Data			

Berikut contoh tabel untuk menyajikan jumlah penduduk sepuluh negara di dunia yang dikuti dari *World Population Data Sheet 2003*.

Tabel 10.2
Tabel Jumlah Penduduk Sepuluh Negara di Dunia

Jumlah Penduduk Sepuluh Negara di Dunia

No.	Negara	jumlah (jutaan)			
		1997	2000	2003	2025
1.	Cina	1.236,7	1.255	1.265,7	1.471
2.	India	969,7	1.016	1.068,6	1.370
3.	Amerika Serikat	267,7	276	291,5	323
4.	Indonesia	244,3	206	220,5	265
5.	Brasil	160,3	172	176,5	224
6.	Rusia	147,3	150	145,5	136
7.	Pakistan	137,8	148	149,1	243
8.	Jepang	126,1	127	127,5	134
9.	Bangladesh	122,2	132	146,7	182
10.	Nigeria	107,1	128	133,9	217

Sumber : World Population Data Sheet 2003.

Selain hal-hal di atas, perlu diperhatikan adalah nama-nama sebaiknya disusun berdasarkan abjad, jika waktu diurutkan secara kronologis misalnya tahun 2000, 2001, 2002, ... dan seterusnya, Januari, Februari, Maret, ... dan seterusnya, jika berupa kategori disusun menurut kebiasaan seperti dari terendah kemudian tertinggi, laki-laki dahulu baru perempuan. Catatan di bawah kiri tabel digunakan jika tabel mempunyai keterangan untuk memperjelas tabel. Sedangkan sumber data digunakan untuk mengetahui dari mana data tersebut dikutip.

C. Penyajian Data Berkelompok dalam Tabel Distribusi *Frekuensi*

Data yang mempunyai rentang cukup besar dan variasi nilainya cukup banyak, maka kita akan kesulitan untuk mengetahui rata-rata, median, ataupun modus dengan cepat. Kumpulan data yang banyak dapat dianalisis dengan baik, maka data tersebut harus disusun ke dalam bentuk yang mudah dipahami dan mudah dalam proses analisis. Oleh karena itu, kita dapat menyusun data tersebut ke dalam sebuah tabel yang dinamakan tabel distribusi frekuensi.

Tabel distribusi frekuensi adalah data yang disajikan dalam bentuk kelas-kelas interval, dimana setiap kelas mempunyai panjang

interval yang sama dengan mempunyai frekuensinya. Sekumpulan data yang akan disusun dalam tabel distribusi frekuensi harus diurutkan terlebih dahulu dari terendah sampai tertinggi. Tabel distribusi frekuensi secara umum dapat disajikan seperti tabel di bawah ini.

Tabel 10.3
Tabel Distribusi Frekuensi Secara Umum

No	Nilai	Frekuensi
1	a-b	f_1
2	c-d	f_2
3	e-f	f_3
4	g-h	f_4
5	i-j	f_5
Jumlah		$f_1 + f_2 + f_3 + f_4 + f_5$

Berikut istilah-istilah yang digunakan dalam tabel distribusi frekuensi.

1. Interval Kelas

Interval Kelas adalah interval yang diberikan untuk menetapkan kelas-kelas dalam distribusi. Pada tabel 10.3 interval kelas pertama adalah

a-b, interval kelas kedua adalah c-d, interval kelas ketiga adalah e-f, dan seterusnya.

2. Batas Kelas

Batas kelas adalah nilai terkecil dan terbesar yang terletak pada tiap interval kelas. Batas kelas terdapat 2 batasan yaitu batas bawah kelas dan batas atas kelas. Pada kelas pertama batas bawah kelasnya adalah a dan batas bawah kelas pertama adalah b. Tabel 10.3 yang merupakan batas bawah pada masing-masing kelas adalah (a, c, e, g, i), sedangkan batas atas pada masing-masing kelas adalah (b, d, f, h, j).

3. Tepi Kelas

Tepi kelas adalah nilai dari batas kelas ditambah atau dikurang dengan ketelitian data. Ketelitian data diperoleh dari setengah dikalikan satuan ukuran terkecil(SUT) data yang digunakan pada kelas. Satuan ukuran terkecil dapat dilihat dari tabel berikut ini:

Tabel 10.4
Tabel Satuan Ukuran Terkecil (SUT)

Contoh Kelas	Satuan Ukuran Terkecil (SUT)	Ketelitian data
1 – 10	1	0,5
20 – 90	10	5
0,2 – 0,9	0,1	0,05
0,05 – 0,10	0,01	0,005

Tepi kelas terbagi menjadi dua, yaitu tepi bawah kelas dan tepi atas kelas. Tepi bawah kelas adalah batas bawah dikurangi dengan ketelitian datanya. Tepi atas kelas adalah batas atas ditambah dengan ketelitian datanya. Pada tabel 10.3 apabila datanya berupa bilangan bulat maka tepi bawah kelas pertama adalah $a-0,5$ dan tepi atas kelas pertama adalah $b + 0,5$ begitu juga untuk mencari tepi bawah dan tepi atas kelas kedua, ketiga, dan seterusnya. Perhatikan contoh menentukan tepi bawah dan tepi atas dari kelas yang diberikan.

Tabel 10.5
Tabel Contoh Perhitungan Tepi Bawah dan Tepi Atas

Contoh Kelas	Batas Bawah	Batas Atas	SUT	Ketelitian Data	Tepi Bawah	Tepi Atas
2 – 8	2	8	1	0,5	$2 - 0,5 = 1,5$	$8 + 0,5 = 8,5$
30 – 80	30	80	10	5
1,5 – 2,1	1,5	2,1	0,1	0,05
300 – 900	300	900	100	50

Isilah titik-titik sebagai latihan

4. Titik Tengah (Tanda Kelas)

Titik tengah adalah nilai tengah pada interval kelas atau rata-rata hitung dari kedua batas pada masing-masing kelas. Titik tengah dapat diperoleh dengan membagi jumlahan dari batas bawah dan batas atas pada masing-masing kelas. Misalkan pada tabel 10.3 titik tengah pada kelas pertama adalah $\frac{1}{2}(a + b)$, sehingga secara umum untuk mencari titik tengah pada interval kelas adalah:

$$\frac{1}{2}(\text{batas bawah kelas} + \text{batas atas kelas})$$

5. Panjang Kelas

Panjang kelas adalah selisih antara tepi atas dan tepi bawah pada setiap kelasnya. Panjang kelas *nilainya* selalu sama pada masing-masing kelas. Misalkan pada tabel 10.3 panjang kelasnya adalah

$$\begin{aligned} [(b + 0,5) - (a - 0,5)] &= [(d + 0,5) - (c - 0,5)] = \dots \\ &= [(j + 0,5) - (i - 0,5)] \end{aligned}$$

Setelah mengetahui istilah-istilah yang ada pada distribusi frekuensi, maka selanjutnya kita mempelajari cara menyusun data ke dalam tabel distribusi frekuensi. Berikut langkah-langkah menyusun data ke dalam tabel distribusi frekuensi:

1. Mengurutkan data dari yang terendah sampai tertinggi
2. Menentukan nilai data tertinggi dan nilai data terendah dari data tersebut
3. Menentukan *Jangkauan (R)* dari data tersebut dengan rumus

$$\text{Jangkauan (R)} = \text{data terbesar} - \text{data terkecil}$$

6. Menentukan Jumlah Kelas

Jumlah kelas pada umumnya ditentukan dengan metode statistik dan tidak memberikan aturan yang mutlak, akan tetapi dalam menentukan jumlah kelas tidak boleh terlalu banyak atau terlalu sedikit. Sturges menentukan rumus untuk menentukan jumlah kelas dalam mengelompokkan data, yaitu:

$$k = 1 + 3,32 \log n$$

dimana:

k = jumlah/banyak kelas
n = banyaknya data yang digunakan

Hasil perhitungan dari jumlah kelas tersebut dibulatkan ke satuan terdekat dan harus bilangan bulat.

7. Menentukan Panjang Kelas

Panjang kelas dapat ditentukan dengan rumus sebagai berikut:

$$p = \frac{R}{k}$$

dimana: p = panjang kelas

R = jangkauan

k = jumlah kelas

Hasil perhitungan dari panjang kelas tersebut dibulatkan ke satuan terdekat. Apabila data yang digunakan bilangan bulat maka panjang kelasnya bilangan bulat, jika datanya berupa desimal maka Panjang kelasnya juga harus dalam bentuk desimal.

8. Menentukan batas kelas pada setiap interval kelas

Batas kelas ditentukan dengan mengambil data terendah dan data tertinggi. Kemudian batas bawah kelas dan batas atas kelas ditentukan pada masing-masing kelas.

9. Memasukkan data pada setiap interval kelas pada tabel distribusi frekuensi

Setelah semua batas kelasnya ditentukan, Langkah selanjutnya memasukkan data pada setiap interval kelas dengan menggunakan turus/*tally* agar mempermudah kita memasukkan data dan lebih teliti sehingga data tidak terlewat dimasukkan pada tabel. Selanjutnya menuliskan frekuensinya pada tabel distribusi frekuensi sesuai dengan jumlah data tersebut.

D. Contoh Penyajian Data ke dalam Tabel Distribusi Frekuensi

Terdapat data nilai ujian akhir mata pelajaran Matematika di SD Sentosa tahun 2020 yang diikuti 70 siswa dengan data sebagai berikut:

70 71 70 80 63 60 74 81 81 74 77 66 77 66 67 68 77 67
 77 67 89 87 83 78 84 74 74 89 94 87 84 78 73 74 84 75 84
 75 82 82 77 80 80 73 80 80 71 72 72 75 75 78 78 85 85
 72 75 72 75 75 75 83 81 94 79 93 79 78 87 90

Buatlah tabel distribusi frekuensi dari data di atas!

Jawab:

1. Mengurutkan data dari yang terendah sampai tertinggi,
 60 63 66 66 67 67 67 67 70 70 71 71 72 72 72 72
 73 73 74 74 74 74 74 75 75 75 75 75 75 75 75 77
 77 77 77 77 78 78 78 78 78 79 79 80 80 80 80 80
 81 81 81 82 82 83 83 84 84 84 84 85 85 87 87 87
 89 89 90 93 94 94
2. Menentukan nilai data tertinggi dan nilai data terendah dari data tersebut
 Data terendah sebesar 60 dan tertinggi sebesar 94
3. Menentukan *Jangkauan (R)* dari data tersebut dengan rumus

$\begin{aligned} \text{Jangkauan (R)} \\ &= \text{data terbesar} - \text{data terkecil} \end{aligned}$
--

$$\begin{aligned} R &= 94 - 60 \\ &= 34 \end{aligned}$$
4. Menentukan Jumlah Kelas

$$\begin{aligned} k &= 1 + 3,32 \log n \\ &= 1 + (3,32 \times \log 70) \\ &= 1 + (3,32 \times 1,845) \\ &= 1 + 6,125 \\ &= 7,125 \cong 7 \end{aligned}$$
 Sehingga didapatkan jumlah kelas sebesar 7
5. Menentukan Panjang Kelas

$$\begin{aligned} p &= \frac{R}{k} \\ &= \frac{34}{7} \\ &= 4,857 \cong 5 \end{aligned}$$
 Sehingga didapatkan panjang kelas sebesar
6. Menentukan batas-batas kelas pada setiap interval kelas

Tabel 10.4
Tabel Penentuan Batas-Batas Kelas

Batas Bawah	Batas Atas
60	64
65	69
70	74
75	79
80	84
85	89
90	94

7. Memasukkan semua data pada tabel distribusi frekuensi

Tabel 10.5
Tabel Distribusi Frekuensi

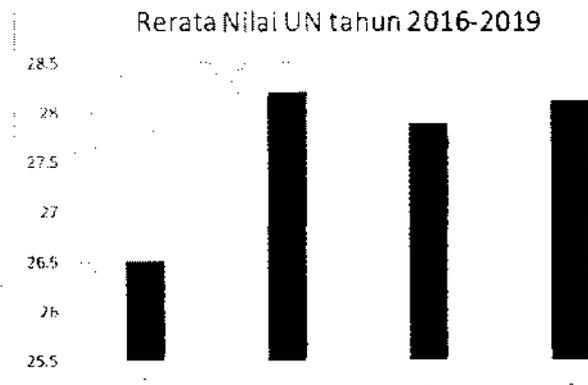
No	Nilai	Frekuensi (f_i)
1	60 – 64	2
2	65 – 69	6
3	70 – 74	15
4	75 – 79	20
5	80 – 84	16
6	85 – 89	7
7	90 – 94	4
Jumlah		70

Sehingga dapat diperoleh dari 70 siswa jika disusun ke dalam tabel distribusi frekuensi terlihat hasilnya seperti pada tabel 10.5.

E. Latihan

- Pada hari Senin, di kelas 6A SD Bahagia dilakukan survey oleh Ibu Kepala sekolah tentang pekerjaan orang tua siswa. Sebanyak 30 siswa telah ditanyai dan diperoleh data pekerjaan orang tua yaitu 10 orang PNS, 4 orang TNI/POLRI, 8 Dosen, 6 Wiraswasta, 2 Buruh Pabrik. Buatlah diagram batang tentang pekerjaan orang tua siswa kelas 6A SD Bahagia!

2. Diberikan diagram batang tentang rerata nilai Ujian Nasional (UN) siswa mulai tahun 2016 sampai 2019 sebagai berikut.



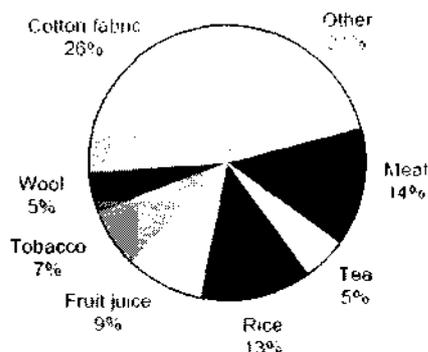
Berdasarkan data diatas, berapakah dicapai rerata nilai UN terendah dan berapakah nilai rerata UN yang tertinggi?

3. Budi memiliki data nilai ulangan harian Matematika sebagai berikut: 9.1 ; 9.5 ; 10 ; 9.4 ; 9.6 . Buadlah diagram garis yang menggambarkan data tersebut!
4. Seorang wanita yang sedang sakit membutuhkan suntikan penisilin. Setelah disuntik penisilin, satu jam kemudian hanya tersisa 60% penisilin di dalam tubuh wanita itu. Satu jam berikutnya, hanya tersisa 60% penisilin dari sebelumnya. Hal ini berulang terus. Apabila pada jam 8 pagi, wanita itu disuntik dengan 300 miligram penisilin, maka buatlah diagram garis untuk penisilin yang tersisa dalam tubuh wanita itu hingga pukul 11!
5. Hasil survey tentang warna kesukaan siswa kelas 6A SD Suka Ria sebagai berikut:

Warna	Banyak Siswa
Merah	6
Biru	14
Hijau	5
Kuning	4
Ungu	1

Buatlah diagram lingkaran dari data diatas!

6. Berikut ini diperoleh data ekspor di suatu negara.



Apabila total ekspor negara tersebut adalah 300 ton, maka berapa ton daging yang diekspor oleh negara itu?

7. Diberikan data nilai ulangan harian siswa kelas 6A sebagai berikut:

89	78	90	86	97	91	93	97
	90	92					
93	94	94	96	90	90	90	92
	91	90					
80	92	90	93	93	97	98	90
	94	87					

Buatlah tabel distribusi frekuensi dari data diatas!

Daftar Pustaka

- Harrhyanto, N., (1992). *Statistika Dasar*. Jakarta: Karunika
- OECD, (2006). *PISA Released Items – Mathematics*. Westat: Project Consortium ACER,CITO,NIER
- Spiegel, M.R., (1972). *Statistic*. New York: Mc. Graw-hill Book Co.
- Sudjana, (2005). *Metode Statistika*. Bandung: Tarsito
- Sundayana, Rostina, (2015). *Statistika Penelitian Pendidikan*. Bandung: Alfabera
- Walpole, Ronald E., (1995). *Pengantar Statistika Edisi Ke-3*. Jakarta: PT Gramedia Pustaka Utama.

BIOGRAFI PENULIS

Wiputra Cendana, B.Sc., M.Pd., Lahir di Bandar Lampung, 25 Desember dan menetap di Tangerang sejak tahun 2018, merupakan Dosen Pendidikan Guru Sekolah Dasar Fakultas Ilmu Pendidikan Universitas Pelita Harapan yang mengampu mata kuliah Matematika Dasar dan PSAP Matematika pada program studi PGSD. Untuk kontak dapat menghubungi email: wiputra.cendana@uph.edu hp 085739919999

Hamna, S.Pd., M.Pd., lahir pada tanggal 15 Januari 1993 di Jauh Pandang Kabupaten Wajo Provinsi Sulawesi Selatan. Pada tahun 2017, berhasil memperoleh gelar sarjana pada Program Studi Pendidikan Guru Sekolah Dasar (PGSD) Fakultas Ilmu Pendidikan Universitas Negeri Makassar dan Alumni Program Studi Administrasi Pendidikan Kekhususan Pendidikan Dasar Program Pascasarjana Universitas Negeri Makassar tahun 2019. Saat ini menjadi dosen tetap Yayasan Pendidikan Tolitoli yang menaungi Universitas Madako Tolitoli Provinsi Sulawesi Tengah dengan penempatan pada Program Studi Pendidikan Guru Sekolah Dasar Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan. Aktif berkarya melalui kegiatan kolaborasi penulisan buku ajar perkuliahan (*bookchapter*) dengan melibatkan dosen PGSD/PGMI lintas PTN/PTS Indonesia dengan menghasilkan dua buku di tahun 2020.

1. Pengembangan dan Penilaian Karakter dalam Pembelajaran Tematik SD diterbitkan melalui penerbit Nuta Media Yogyakarta.
2. Metodologi Penelitian PGSD/PGMI diterbitkan melalui penerbit Nuta Media Yogyakarta.

Sukiyanto, S.Pd., M.Pd., lahir di Lamongan pada tanggal 18 Desember 1984. Penulis telah menamatkan Pendidikan Sarjana di Universitas PGRI Kanjuruhan Malang tahun 2008, Kemudian pada tahun 2013 penulis melanjutkan pendidikan Magister di Universitas Muhammadiyah Malang dan menyelesaikan pendidikan pada tahun

2015. Pada tahun 2018 penulis sedang melanjutkan studi Doktor di Universitas Negeri Malang mengambil program studi Doktor Pendidikan Matematika. Mulai bulan Maret tahun 2021 hingga saat ini penulis mengabdikan diri sebagai dosen tetap di Universitas Sarjanawiyata Tamansiswa tepatnya pada program studi Pendidikan Matematika Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan, juga Dosen tidak tetap di Universitas Billfath sejak tahun 2017 pada program studi Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam. Penulis dapat dihubungi melalui kontak email: cakyanto.math@gmail.com.

Firmansyah, lahir di Sungguminasa pada tanggal 7 Januari 1993. Penulis telah menamatkan Pendidikan Sarjana di PGSD Universitas Negeri Makassar tahun 2014, Kemudian pada tahun yang sama penulis melanjutkan pendidikan Magister Pendidikan Dasar Konstentrasi Matematika di Universitas Negeri Semarang dan menyelesaikan pendidikan pada tahun 2017. Pada tahun 2017 penulis menjadi dosen tetap di Universitas Hein Namotemo di Maluku Utara dan pada tahun 2019 penulis berstatus dosen tetap di Universitas Papua di manokwari. Penulis dapat dihubungi melalui kontak email f.firmansyah@unipa.ac.id

Wuli Oktiningrum, lahir di Malang pada tanggal 30 Oktober 1988. Penulis telah menamatkan Pendidikan Sa-1 di Universitas Negeri Malang pada tahun 2010. Kemudian, penulis mendapatkan beasiswa IMPoME untuk melanjutkan pendidikan S-2 di Universitas Sriwijaya, dan tamat pada tahun 2015. Sejak tahun 2015 hingga saat ini, penulis sudah diangkat menjadi dosen tetap di Program Studi Pendidikan Guru Sekolah Dasar (PGSD) Universitas Islam Raden Rahmat Malang. Penulis dapat dihubungi melalui kontak wulie.okti@uniramalang.ac.id

Muh. Khaerul Ummah BK, S.Pd., M.Pd., lahir pada tanggal 27 September 1992 di Rappang Kabupaten Sidenreng Rappang Provinsi Sulawesi Selatan. Alumni tahun 2014 pada Program Studi Strata Satu (S-1) Pendidikan Guru Sekolah Dasar (PGSD) *Bilingual Class* Fakultas Ilmu Pendidikan Universitas Negeri Makassar dan alumni Program Strata dua (S-2) pada Program Studi Administrasi Pendidikan kekhurusan Pendidikan Dasar Kampus Pascasarjana Universitas Negeri Makassar pada tahun 2017. Berkarir sebagai dosen di Institut Agama Islam Negeri (IAIN) Palopo dengan

penempatan pada Program Studi Pendidikan Guru Madrasah Ibtidaiyah (PGMI) pada tahun 2014-2019 dan Kampus Universitas Muhammadiyah Palopo tahun 2017-2019. Saat ini menjadi dosen tetap Program Studi Pendidikan Guru Sekolah Dasar (PGSD) pada Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Kampus Universitas Madako Tolitoli. Selama meniti karir sebagai dosen pernah mengampu mata kuliah matematika dasar di Program Studi PGMI Kampus STAIN Palopo (kini IAIN Palopo).

Jusmawati, S.Pd., M.Pd., lahir di Tanete Harapan, Kabupaten Bone, Sulawesi Selatan, pada 03 April 1990. sebagai anak kedua dari tiga bersaudara. **Buah hati dari pasangan Mashudi dan Muliati.** Penulis menyelesaikan pendidikan program sarjana pada tahun 2008-2012 di jurusan Pendidikan Matematika Fakultas Tarbiyah Universitas Islam Negeri Makassar lulus dengan gelar S.Pd. Penulis kemudian melanjutkan pendidikan program pascasarjana di Universitas Negeri Makassar Program Studi Pendidikan Matematika kekhususan Pendidikan Matematika Sekolah dengan gelar M.Pd. Penulis memulai karir sebagai dosen pada Program Studi PGSD STKIP Mega Rezky Makassar (Universitas Megarezky).

Nyamik Rahayu Sesanti, S.Pd., M.Pd dilahirkan di Malang pada tanggal 15 maret 1977, pendidikan S1 dan S2 diselesaikan di Universitas Negeri Malang. Saat ini menjadi dosen tetap pada Program Studi Pendidikan Guru Sekolah Dasar Universitas Kanjuruhan Malang. Rumpun Bidang Pendidikan Matematika Dasar. NIDN: 0715037702. No Telepon 085648494847.

Mariamah, M.Pd. lahir di Teke-Bima NTB pada tanggal 16 November 1985. Menyelesaikan Sekolah Dasar di SDN 02 Teke lulus pada tahun 1997, sekolah menengah pertama di SMPN1 Belo lulus tahun 2000, sekolah menengah atas di MAN 1 Bima tahun 2003. Kemudian menempuh S1 di IAIN Mataram Pada Program Studi Pendidikan Matematika (Tahun 2003- 2007), S2 di Universitas Negeri Yogyakarta (UNY) program studi pendidikan matematika (Tahun 2010- 2012). Sejak September 2007 menjadi dosen tetap pada Yayasan STKIP Taman Siswa Bima sampai sekarang. Mengajar pada Program Studi Pendidikan Matematika dan Program Studi Pendidikan Guru Sekolah Dasar pada mata kuliah Analisa Kompleks, matematika dasar, dan Metodologi Penelitian.

Tri Astari, S.P.d, M.Pd., dilahirkan di Medan pada tanggal 28 Januari 1988. Menyelesaikan studi S1 Pendidikan Matematika di Universitas Muhammadiyah Sumatera Utara (UMSU) dan studi S2 Pendidikan Dasar di Universitas Negeri Medan (UNIMED). Penulis mengawali karir sebagai Guru di SD Swasta Amalia Medan (2010-2016). Penulis pernah menjabat sebagai Ketua Prodi Pendidikan Matematika (2016-2017) dan Prodi Pendidikan Guru Sekolah Dasar (2017-2019) di STKIP Citra Bangsa Aceh Utara. Selain itu, pernah menjabat sebagai Sekretaris dan Ketua Prodi Pendidikan Guru Sekolah Dasar di Universitas Nahdlatul Ulama Sumatera Utara (2019-2020). Pada saat ini menjadi dosen di Prodi Pendidikan Guru Sekolah Dasar di Universitas Nahdlatul Ulama Sumatera Utara, dan Pengajar Pratik Baik Guru Penggerak Kemendikbud, Angkatan I Sumatera Utara. Penulis merupakan fasilitator dalam pengembangan profesi guru, dan pemerhati pendidikan dasar, serta seorang blogger di situs www.jurnalastari.com.

Kunti Dian Ayu Afiani, S.Si., S.Pd., M.Pd., adalah anak pertama dari tiga bersaudara yang terlahir di Surabaya dari rahim seorang guru SD. Penulis merupakan seorang Dosen PGSD konsentrasi Matematika di Universitas Muhammadiyah Surabaya mulai tahun 2016 sampai sekarang. Pada tahun 2011 penulis menyelesaikan studi Sarjana Matematika di Universitas Airlangga Surabaya. Kemudian tahun 2015 penulis menyelesaikan studi Magister Pendidikan Dasar di Universitas Negeri Surabaya dan Sarjana PGSD di Universitas Wijaya Kusuma Surabaya secara bersamaan. Penulis sering menjadi narasumber pada pelatihan guru-guru sekolah dasar serta telah menerbitkan beberapa artikel di jurnal nasional dan menulis monograf yang telah ber-isbn dan ber-HKI.

Endrayana Putut L.E.,S.Si.,M.Si., adalah dosen pendidikan Matematika Universitas Wijaya Kusuma Surabaya. Setelah lulus Sarjana Matematika tahun 2001 dari Universitas Negeri Malang, penulis mengajar di beberapa sekolah sebagai guru Matematika. Pada tahun 2009, berhasil lolos seleksi untuk mengikuti Training yang diselenggarakan oleh SEAMEO RECSAM, Penang, Malaysia. Di tahun yang sama, penulis mengawali studi Magister Matematika di Institut Teknologi Sepuluh Nopember Surabaya. Kecintaannya pada dunia pendidikan membuat penulis mengajar di beberapa sekolah dan universitas. Pada tahun 2019 mengawali pendidikan Doktorat di Universitas Negeri Malang program studi Pendidikan Matematika.

Beberapa buku dan karya ilmiah sudah dihasilkan oleh penulis baik untuk sekolah menengah maupun perguruan tinggi.

Dr. Abdul Wahab, S.Si.,M.Si., Lahir di Majene Sulawesi Barat. Penulis menempuh pendidikan dasar pada SD tamat tahun 1991, SLTP tamat tahun 1994, dan SMU tamat tahun 1997 di Majene. Pada tahun yang sama (1997) penulis melanjutkan pendidikan ke Universitas Negeri Makassar dengan mengambil jurusan matematika dan selesai Januari 2003, selanjutnya Program Magister Statistika di Institut Teknologi Sepuluh Nopember Surabaya dan selesai Agustus 2006, kemudian Program Doktor Ilmu Pendidikan dan selesai Nopember 2017. Pada bulan Juli s.d. Nopember tahun 2018 penulis mengikuti Program Magang Dosen di Universitas Gadjah Mada Yogyakarta bidang pengelolaan PT, Pengajaran, Penelitian dan Pengabdian Kepada Masyarakat, serta Kerjasama, yang dilaksanakan oleh Direktorat Jenderal Sumber Daya IPTEK dan PT Kemenristekdikti. Pada Bulan Januari tahun 2020, penulis diterima menjadi dosen tetap pada Prodi Pendidikan Guru Madrasah Ibtidaiyah (PGMI) Fakultas Agama Islam (FAI) Universitas Muslim Indonesia (UMI) Makassar. Email aktif iwahabumi@gmail.com dan abdulwahab79@umi.ac.id

Junaedi, lahir di Pamboang pada tanggal 14 Agustus 1987. Anak ke 6 (enam) dari 8 (delapan) bersaudara dan merupakan buah dari cinta pasangan H. Abdul Latif dan Hj. Nurbacii. Penulis memulai pendidikan sekolah dasar dari tahun 1994 sampai tahun 2000 di SD Negeri 3 Tinambung. Pada tahun yang sama penulis melanjutkan pendidikan ke jenjang Sekolah Menengah Pertama (SLTP) di SMP Negeri 1 Pamboang dan tamat pada tahun 2003. Kemudian penulis melanjutkan pendidikan ke jenjang Sekolah Menengah Atas Umum (SMU) di SMU Negeri 3 Majene dari 2003 saai tahun 2006. Penulis diterima di Jurusan Pendidikan Matematika Program Sarjana (S1) Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam STKIP Cokroaminoto Pinrang dari tahun 2006 sampai 2010. Pada tahun 2012 penulis melanjutkan pendidikan di Program Studi Pendidikan Matematika, Program Pascasarjana Universitas Negeri Makassar (PPs UNM). Pada 2016, ia menikah dengan Megawati Dahib dan dikaruniai seorang putra. Beberapa pengalaman mengajar yaitu Dosen di Amik Tomakaka Majene (2009-2020), Dosen di Universitas Sulawesi Barat (2011-2013), Tutor Pendidikan

Matematika dan Statistika Pendidikan di UT UPBJJ Majene (2014 - sekarang), Dosen Magang Universitas Gadjah Mada (2018), dan Dosen di Institut Islam Darul Dakwah Wal Irsyad Polewali Mandar (2021). Email aktif adalah junaedi.latif@gmail.com dan junaedi@ddipolman.ac.id.

Sutan Syahrir, S.Pd., M.Pd. lahir di Bantaeng pada tanggal 4 Agustus 1981. Menyelesaikan Sekolah Dasar di SDN 27 Pundingin tahun 1993, SMPN 1 Bissappu tahun 1996, Sekolah Menengah Atas di SMAN 1 Bissappu tahun 1999. Kemudian menempuh kuliah DII di Unismuh Makassar Prodi PGSD (1999-2001), S1 beasiswa Dikti di Universitas Negeri Makassar Pada Program Studi PGSD (Tahun 2007- 2010), S2 beasiswa LPDP di Universitas Negeri Makassar (UNM) program studi Penelitian dan Evaluasi Pendidikan (Tahun 2016- 2018). Tahun 2018 menjadi pemakalah pada Konferensi Internasional Educational and Social Science di Tokyo Jepang kerjasama LPDP Kemenkeu. Sejak April 2006 menjadi guru SD di Kabupaten Bantaeng dan Dosen Program Studi Pendidikan Bahasa dan Sastra Indonesia pada STKIP YAPTI Kabupaten Jeneponto Propinsi Sulawesi Selatan.