

# LANDASAN MATEMATIKA

## Handout 2

(Himpunan bagian, kesamaan dua himpunan, comparable, himpunan kosong, himpunan kuasa, kardinalitas, himpunan hingga dan tak hingga)

Tatik Retno Murniasih, S.Si., M.Pd.

[tretnom@unikama.ac.id](mailto:tretnom@unikama.ac.id) / [tatikretno@gmail.com](mailto:tatikretno@gmail.com)

# Standar Kompetensi

Mahasiswa dapat mengerti dan memahami himpunan bagian, kesamaan dua himpunan, comparable, himpunan kosong, himpunan kuasa, kardinalitas, himpunan hingga dan tak hingga sehingga dapat menyelesaikan permasalahan yang ada

# Hukum-hukum Himpunan

- Disebut juga sifat-sifat (*properties*) himpunan atau aljabar himpunan

1. Hukum identitas: <ul style="list-style-type: none"><li>- <math>A \cup \emptyset = A</math></li><li>- <math>A \cap U = A</math></li></ul>	2. Hukum <i>null</i> /dominasi: <ul style="list-style-type: none"><li>- <math>A \cap \emptyset = \emptyset</math></li><li>- <math>A \cup U = U</math></li></ul>
3. Hukum komplemen: <ul style="list-style-type: none"><li>- <math>A \cup A' = U</math></li><li>- <math>A \cap A' = \emptyset</math></li></ul>	4. Hukum idempoten: <ul style="list-style-type: none"><li>- <math>A \cup A = A</math></li><li>- <math>A \cap A = A</math></li></ul>

<p>5. Hukum involusi:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- <math>(A')' = A</math></li> </ul>	<p>6. Hukum penyerapan (absorpsi):</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- <math>A \cup (A \cap B) = A</math></li> <li>- <math>A \cap (A \cup B) = A</math></li> </ul>
<p>7. Hukum komutatif:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- <math>A \cup B = B \cup A</math></li> <li>- <math>A \cap B = B \cap A</math></li> </ul>	<p>8. Hukum asosiatif:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- <math>A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C</math></li> <li>- <math>A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C</math></li> </ul>
<p>9. Hukum distributif:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- <math>A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)</math></li> <li>- <math>A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)</math></li> </ul>	<p>10. Hukum De Morgan:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- <math>(A \cap B)' = A' \cup B'</math></li> <li>- <math>(A \cup B)' = A' \cap B'</math></li> </ul>
<p>11. Hukum 0/1</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- <math>\emptyset' = U</math></li> <li>- <math>U' = \emptyset</math></li> </ul>	

# Himpunan Bagian

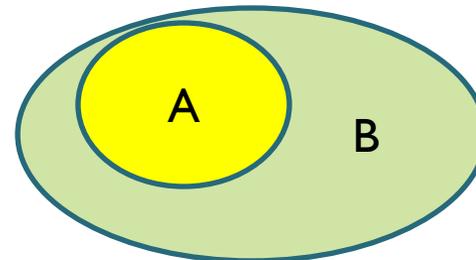
## Definisi.

Himpunan  $A$  dikatakan himpunan bagian (subset) dari himpunan  $B$ , jika setiap anggota dari  $A$  juga merupakan anggota dari  $B$ , ditulis  $A \subseteq B$ .  
Atau  $B$  merupakan himpunan superset dari  $A$ , ditulis  $B \supseteq A$ . Bila  $A \subseteq B$  tetapi  $A \neq B$ , maka  $A$  adalah proper subset dari  $B$ , ditulis  $A \subset B$ .

$$A \subseteq B \Leftrightarrow ((\forall x)x \in A \Rightarrow x \in B)$$

Dibaca, jika  $A$  dan  $B$  adalah himpunan-himpunan maka  $A$  disebut himpunan bagian (subset) dari  $B$  bila dan hanya bila setiap anggota  $A$  juga merupakan anggota  $B$ .

$$A \subset B \text{ dan } A \neq \emptyset$$



# Contoh

$A = \{ \dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots \}$ ,  $B = \{x | x \text{ bilangan bulat}\}$ , maka  $A \subseteq B$ .

$A = \{0, 2, 3\}$ ,  $Q = \{0, 4, 3, 2\}$ , maka  $A \subset B$ , karena setiap anggota dari  $A$  adalah anggota dari  $B$  tetapi  $A \neq B$ .

# Kesamaan Dua Himpunan

Definisi.

Dua himpunan  $A$  dan  $B$  dikatakan sama atau identik ( $A = B$ ) jika dan hanya jika kedua himpunan mempunyai elemen yang sama

# Contoh

$A = \{2, 1, 3\}$ ,  $B = \{3, 1, 2\}$ , maka  $A = B$

$P = \{x \mid x^2 - x = 0\}$ ,  $Q = \{1, 0\}$ ,  $R = \{1, 0, 0, 1\}$

Apakah  $P = Q = R$ ???

## Pembuktian Kesamaan 2 Himpunan

### Pembuktian dengan menggunakan diagram Venn

**Contoh.** Misalkan  $A$ ,  $B$ , dan  $C$  adalah himpunan. Buktikan bahwa  $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$  dengan diagram Venn.

*Bukti:*

$$A \cap (B \cup C)$$

$$(A \cap B) \cup (A \cap C)$$

# Pembuktian dengan menggunakan aljabar himpunan

Misalkan  $A$  dan  $B$  himpunan.

Buktikan bahwa

$$(A \cap B) \cup (A \cap B') = A$$



Misalkan  $A$  dan  $B$  himpunan. Buktikan bahwa  $A \cup (B - A) = A \cup B$

# Himpunan yang Ekuivalen

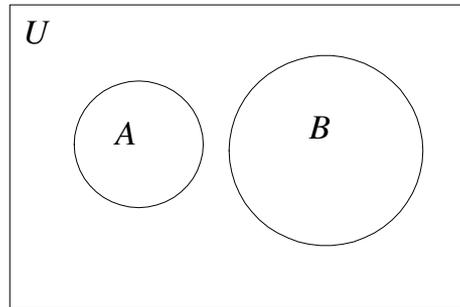
- Himpunan  $A$  dikatakan ekuivalen dengan himpunan  $B$  jika dan hanya jika kardinal dari kedua himpunan tersebut sama.
- Notasi :  $A \sim B \leftrightarrow |A| = |B|$

## Contoh.

Misalkan  $A = \{ 1, 3, 5, 7 \}$  dan  $B = \{ a, b, c, d \}$ , maka  $A \sim B$  sebab  $|A| = |B| = 4$

# Himpunan Saling Lepas

- Dua himpunan  $A$  dan  $B$  dikatakan saling lepas (*disjoint*) jika keduanya tidak memiliki elemen yang sama.
- Notasi :  $A // B$
- Diagram Venn:



## Contoh.

Jika  $A = \{ x \mid x \in P, x < 8 \}$  dan  $B = \{ 10, 20, 30, \dots \}$ , maka  $A // B$ .

# Comparable

Dua himpunan  $A$  dan  $B$  dikatakan dapat dibandingkan (comparable) bila  $A \subseteq B$  atau  $B \subseteq A$ .

Contoh:

$A = \{a,b,c,d\}$ ,  $B = \{a,b,c\}$ , maka  $A$  dapat dibandingkan dengan  $B$  karena  $B \subseteq A$ .

$P = \{2,4,6,7\}$ ,  $Q = \{2,4,6,8\}$ , maka tidak dapat diperbandingkan karena  $P \not\subseteq Q$  dan  $Q \not\subseteq P$

# Himpunan Kosong

Himpunan kosong, ditulis  $\{ \}$  atau  $\emptyset$  didefinisikan sebagai himpunan yang tidak memiliki elemen. Himpunan kosong merupakan subset dari semua himpunan.

Berikan contohnya!

Tuliskan semua himpunan bagian dari  $X = \{a,b,c\}$   
dan  $Y = \{1,2,3,4\}$

Berapa jumlah subset dari suatu himpunan?

# Himpunan Kuasa

Himpunan Kuasa (power set) dari  $A$  adalah himpunan dari seluruh subset  $A$  dan dinotasikan dengan  $P(A)$ .

Pada contoh sebelumnya

$$P(X) = ???$$

$$P(Y) = ???$$

# Kardinalitas

Apabila himpunan  $A$  memiliki  $n$  buah elemen yang berbeda maka  $A$  adalah himpunan berhingga (finite set) dan  $n$  adalah kardinalitas (cardinality) dari  $A$ , dinotasikan  $|A|$

Contoh

$A = \{1,2,2,3,4\}$ , hitunglah kardinalitas dari:

- a.  $A$
- b.  $P(A)$

# Himpunan Berhingga dan tak berhingga

- Himpunan yang banyak anggotanya berhingga , notasi:

$$A = \{x_1, x_2, x_3, \dots, x_n\}$$

- Himpunan yang banyak anggotanya tak berhingga, notasi:

$$A = \{x_1, x_2, x_3, \dots\}$$

# Prinsip Inklusi-Eksklusi

Untuk dua himpunan  $A$  dan  $B$ :

$$|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|$$

$$|A \triangle B| = |A| + |B| - 2|A \cap B|$$

Coba beri contoh dengan diagram Venn untuk membuktikan pernyataan di atas

# Soal

1. Buktikan dengan cara aljabar bahwa  
$$A \cap (A' \cup B) = A \cap B$$
2. Carilah hasil operasinya  $A \triangle U$
3. Dari 60 siswa terdapat 20 orang suka bakso, 46 orang suka siomay dan 5 orang tidak suka keduanya.
  - a. Ada berapa orang siswa yang suka bakso dan siomay?
  - b. Ada berapa orang siswa yang hanya suka bakso?
  - c. Ada berapa orang siswa yang hanya suka siomay?



# Sampai Jumpa