



# LANDASAN MATEMATIKA

## Handout 4

### (Kuantor)

Tatik Retno Murniasih, S.Si., M.Pd.

[tretnom@unikama.ac.id](mailto:tretnom@unikama.ac.id) / [tatikretno@gmail.com](mailto:tatikretno@gmail.com)

# Standar Kompetensi

Mahasiswa dapat mengerti dan memahami kuantor sehingga dapat menyelesaikan permasalahan yang ada

# Tautologi, Ekivalen dan Kontradiksi

## a. Tautologi

Setiap pernyataan yang bernilai benar, untuk setiap nilai kebenaran dari komponen-komponennya

## b. Ekivalen

Dua buah pernyataan dikatakan ekivalen (berekivalensi logis) jika kedua pernyataan itu mempunyai nilai kebenaran yang sama.

## c. Kontradiksi

Setiap pernyataan yang selalu bernilai salah, untuk setiap nilai kebenaran dari komponen-komponen disebut kontradiksi. Karena kontradiksi selalu bernilai salah, maka kontradiksi merupakan ingkaran dari tautologi dan sebaliknya.

# Fungsi Proposisi

Semua kucing adalah hewan menyusui

Cao adalah seekor kucing

Jadi, Cao adalah hewan menyusui

Argumen di atas valid, namun apakah validitas dapat diuji dengan metode yang telah dipelajari?

# Fungsi Proposisi

## Perhatikan!

Cao adalah seekor kucing (pernyataan tunggal)

Cao = subyek

adalah seekor kucing = predikat

# Simbol untuk ciri khusus gunakan huruf balok

Cao = C

Seekor kucing = K

Hewan menyusui = H

# Notasi

Cao adalah seekor kucing =  $Kc$

Cao adalah hewan menyusui =  $Hc$

Aryanti adalah manusia ???

Bram adalah manusia ???

Cicha adalah manusia ???

Lambang untuk ketiga pernyataan tunggal di atas dapat kita ganti dengan  $Mx$  dimana  $x$  adalah variabel yang dapat diganti dengan konstanta. Pernyataan  $Ma$ ,  $Mb$  dan  $Mc$  mempunyai nilai kebenaran B atau S, sedangkan  $Mx$  bukan pernyataan, mengapa? Ungkapan  $Mx$  atau  $Hx$  disebut fungsi proposisi

# Instantiasi dari Hx

Aryanti adalah bukan manusia ???

Bram adalah bukan manusia ???

Cicha adalah bukan manusia ???

# Kuantor Universal / $\forall$

Semua manusia adalah fana

Untuk setiap obyek, obyek adalah fana

Untuk setiap  $x$ ,  $x$  adalah fana

Sesuai pemberian simbol pada pernyataan tunggal, menjadi:

Untuk setiap  $x$ ,  $Mx$

Untuk setiap (semua)  $x =$  Kuantor Universal

$(\forall x) Mx$

# Contoh

1. Misalkan  $Mx : x+2 > 0$ . Maka  $M (-1/2) = -1/2 + 2 > 0$  adalah pernyataan yang benar
2. Misalkan  $x$  adalah bilangan Real, maka  $(\forall x) [x^2 + 2 > 0]$  mempunyai nilai kebenaran B
3. Misalkan  $x$  adalah bilangan Real, maka  $(\forall x) [x^2 + 1 > 0]$  nilai kebenarannya adalah salah

# Kuantor Khusus

## Sesuatu adalah fana

Ada paling sedikit satu yang fana

Ada sekurang-kurangnya satu yang fana

Ada paling sedikit satu obyek, sedemikian rupa sehingga obyek itu adalah fana

Ada paling sedikit satu  $x$ , sedemikian rupa sehingga  $x$  adalah fana

Ada paling sedikit satu  $x$ , sedemikian rupa sehingga  $Mx$

$(\exists x) Mx$  dibaca “Ada paling sedikit satu  $x$ , sedemikian rupa sehingga  $Mx$ , atau beberapa  $x$ , sehingga berlaku  $Mx$ .”

# Contoh

1.  $(\exists x) [x^2 + 1 = 0]$  dibaca? Nilai kebenaran?
2.  $(\exists x) [2x + 5 \neq 2 + 2x]$  dibaca? Nilai kebenaran?

# Negasi Pernyataan Berkuantor

1. Beberapa mahasiswa menganggap Trigonometri sukar
2. Tak ada mahasiswa yang suka mencontek

Pernyataan di atas negasi dari apa?

# Dalam bentuk lambang, dinyatakan

$$\sim (\forall x) Mx \equiv (\exists x) \sim Mx$$

$$\sim (\exists x) Mx \equiv (\forall x) \sim Mx$$

## Tentukan negasi dari pernyataan berikut

1. Semua bilangan cacah adalah bilangan Real
2. Beberapa bilangan asli adalah bilangan Rasional
3. Tak ada bilangan prima yang genap
4. Semua mahasiswa tak suka menganggur
5. Tak ada guru yang senang jaipongan
6.  $(\exists x) (\cos x^0 + \sin x^0 = 1)$
7.  $(\forall x) [(x + 1)^2 = x^2 + 2x + 1]$



## Penulisan Notasi

Pernyataan	Notasi
Semua P adalah Q	$(\forall x) (Px \supset Qx)$
Semua P adalah Q atau R	$(\forall x) [Px \supset (Qx \vee Rx)]$
Semua P dan Q adalah R atau S	$(\forall x) [(Px \wedge Qx) \supset (Rx \vee Sx)]$
Tak ada P yang merupakan Q	$(\forall x) (Px \supset \sim Qx)$
Beberapa P adalah Q	$(\exists x) (Px \wedge Qx)$
Beberapa P tak merupakan Q	$(\exists x) (Px \wedge \sim Qx)$
a berelasi dengan b	Rab
b berelasi dengan a	Rba
a berelasi dengan semua P	$(\forall x) (Px \supset Rax)$
Semua P berelasi dengan semua Q	$(\forall x) (\forall y) [(Px \wedge Qy) \supset Rxy]$
Semua P berelasi dengan a	$(\forall x) (Px \supset Rxa)$
Semua Q berelasi dengan semua P	$(\forall x) (\forall y) [(Px \wedge Qy) \supset Ryx]$
Beberapa P berelasi dengan beberapa Q	$(\exists x) (\exists y) (Px \wedge Qy \wedge Rxy)$
Beberapa Q berelasi dengan beberapa P	$(\exists x) (\exists y) (Px \wedge Qy \wedge Ryx)$
Semua P berelasi dengan beberapa Q	$(\forall x) [(Px \supset (\exists y) (Qy \wedge Rxy))]$
Beberapa P berelasi dengan semua Q	$(\exists x) [Px \wedge (\forall y) (Qy \supset Rxy)]$

# Coba I, Bagaimana membuat lambangnya!

1. Mahmud mencintai semua gadis
2. Semua gadis mencintai Mahmud

Misalkan

$Qx$  :  $x$  adalah seorang gadis

## Coba2, Bagaimana membuat lambangnya!

- a. Semua pria mencintai semua wanita
- b. Semua wanita mencintai semua pria
- c. Beberapa pria mencintai beberapa wanita
- d. Beberapa wanita mencintai beberapa wanita

Misalkan

Rx : x adalah pria

Qy : y adalah wanita

# Sampai Jumpa

