

MILIK NEGARA
TIDAK DIPERDAGANGKAN

MATEMATIKA

Buku ini disusun berdasarkan Kurikulum 2013 dengan menyesuaikan kompetensi dan materi berdasarkan standar internasional seperti PISA (Program for International Student Assessment) dan TIMSS (The International Mathematics and Science Survey). Buku ini berbeda dengan buku matematika umumnya karena dalam buku ini tidak semua informasi pengetahuan disajikan secara langsung, melainkan mengajak siswa aktif menggali pengetahuan dan mengkonstruksi suatu konsep serta menumbuhkan kemampuan bernalar melalui kegiatan yang disajikan. Pembelajaran matematika dalam buku ini mengaitkan matematika dengan masalah dalam kehidupan nyata, bidang ilmu lain, dan antar materi matematika. Sehingga, siswa tidak hanya menguasai kompetensi dasar yang ditetapkan tetapi juga memahami manfaat matematika dalam kehidupan nyata dan mampu menerapkannya.

Buku ini mengajak untuk berpikir secara ilmiah, dengan cara: mengamati, menanya, mengumpulkan informasi/mencoba, menalar/mengasosiasi/menganalisa, dan mengkomunikasikan. Kegiatan dalam buku ini perlu dilakukan secara berkelompok untuk membiasakan siswa bekerjasama dalam tim. Buku ini juga menyajikan beberapa model permasalahan, antara lain: soal prosedural, soal penalaran yang menuntut siswa berfikir kreatif, serta soal terbuka yang memungkinkan beberapa jawaban benar. Selain itu, juga memuat tugas proyek untuk melatih siswa bekerjasama menghasilkan suatu model, metode, strategi, atau produk untuk dipresentasikan.

Adapun materi yang dipelajari selama kelas IX semester 1 ini mencakup 5 Bab, yaitu: (1) Perpangkatan dan Bentuk Akar; (2) Pola, Barisan dan Deret; (3) Perbandingan Bertingkat; (4) Kekongruenan dan Kesebangunan; (5) Bangun Ruang Sisi Lengkung.

ISBN :
978-602-282-095-6 (jilid lengkap)
(jilid 3a)



KEMENTERIAN PENDIDIKAN DAN KEBUDAYAAN
REPUBLIK INDONESIA
2015



MATEMATIKA

Matematika • Kelas IX SMP/MTs • Semester 1



SMP/MTs
KELAS
IX
SEMESTER 1



MATEMATIKA

SMP/MTs
KELAS
IX
SEMESTER 1

Hak Cipta © 2015 pada Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan
Dilindungi Undang-Undang.

MILIK NEGARA
TIDAK DIPERDAGANGKAN

***Disklaimer:** Buku ini merupakan buku siswa yang dipersiapkan Pemerintah dalam rangka implementasi Kurikulum 2013. Buku siswa ini disusun dan ditelaah oleh berbagai pihak di bawah koordinasi Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan, dan dipergunakan dalam tahap awal penerapan Kurikulum 2013. Buku ini merupakan “dokumen hidup” yang senantiasa diperbaiki, diperbaharui, dan dimutakhirkan sesuai dengan dinamika kebutuhan dan perubahan zaman. Masukan dari berbagai kalangan diharapkan dapat meningkatkan kualitas buku ini.*

Katalog Dalam Terbitan (KDT)

Indonesia. Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan.

Matematika / Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan.--

Jakarta : Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan, 2015.

vi, 274 hlm : illus. ; 25 cm.

Untuk SMP/MTs Kelas IX Semester 1

ISBN 978-602-282-095-6 (jilid lengkap)

ISBN (jilid 3a)

1. Matematika -- Studi dan Pengajaran

I. Judul

II. Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan

510

Kontributor Naskah : Subchan, Winarni, Lukman Hanafi, M. Syifa'ul Mufid,
Kistosil Fahim, Wawan Hafid Syaifudin, dan Sari
Cahyaningtias

Penelaah : Agung Lukito, Ali Mahmudi, Kusnadi, dan Turmudi.

Penyelia Penerbitan : Pusat Kurikulum dan Perbukuan, Balitbang, Kemdikbud.

Cetakan ke-1, 2015

Disusun dengan huruf Times New Roman, 11 pt.

Kata Pengantar

Matematika adalah bahasa universal dan karenanya kemampuan matematika siswa suatu negara sangat mudah dibandingkan dengan negara lain. Selain itu, matematika juga dipakai sebagai alat ukur untuk menentukan kemajuan pendidikan di suatu negara. Kita mengenal PISA (*Program for International Student Assessment*) dan TIMSS (*The International Mathematics and Science Survey*) yang secara berkala mengukur dan membandingkan antara lain kemajuan pendidikan matematika di beberapa negara.

Standar internasional semacam ini memberikan arahan dalam merumuskan pembelajaran Matematika di SMP/MTs. Hasil perbandingan antara yang kita ajarkan selama ini dengan yang dinilai secara internasional menunjukkan adanya perbedaan, baik terkait materi maupun kompetensi. Perbedaan ini menjadi dasar dalam merumuskan pembelajaran Matematika dalam Kurikulum 2013.

Buku *Matematika Kelas IX SMP/MTs* Kurikulum 2013 ini ditulis berdasarkan pada materi dan kompetensi yang disesuaikan dengan standar internasional tersebut. Terkait materi misalnya, sebagai tambahan, sejak kelas VII telah diajarkan antara lain tentang data dan peluang; pola dan barisan bilangan, aljabar, dan bangun; serta transformasi geometri. Keseimbangan antara matematika angka dan matematika pola dan bangun selalu dijaga. Kompetensi pengetahuan bukan hanya sampai memahami secara konseptual tetapi sampai ke penerapan melalui pengetahuan prosedural dalam pemecahan masalah matematika. Kompetensi keterampilan berfikir juga diasah untuk dapat memecahkan masalah yang membutuhkan pemikiran order tinggi seperti menalar pemecahan masalah melalui permodelan, pembuktian dan perkiraan/pendekatan.

Walaupun demikian, pembahasan materi selalu didahului dengan pengetahuan konkret yang dijumpai siswa dalam kehidupan sehari-hari. Permasalahan konkret tersebut dipergunakan sebagai jembatan untuk menuju ke dunia matematika abstrak melalui pemanfaatan simbol-simbol matematika yang sesuai melalui pemodelan. Sesampainya pada ranah abstrak, metode-metode matematika diperkenalkan untuk menyelesaikan model permasalahan yang diperoleh dan mengembalikan hasilnya pada ranah konkret.

Buku ini menjabarkan usaha minimal yang harus dilakukan siswa untuk mencapai kompetensi yang diharapkan. Sesuai dengan pendekatan yang dipergunakan dalam Kurikulum 2013, siswa diajak berani untuk mencari sumber belajar lain yang tersedia dan terbentang luas di sekitarnya. Peran guru sangat penting untuk meningkatkan dan menyesuaikan daya serap siswa dengan ketersediaan kegiatan pada buku ini. Guru dapat memperkayanya dengan kreasi dalam bentuk kegiatan-kegiatan lain yang sesuai dan relevan yang bersumber dari lingkungan sosial dan alam.

Sebagai edisi pertama, buku ini sangat terbuka terhadap masukan dan akan terus diperbaiki dan disempurnakan. Untuk itu, kami mengundang para pembaca untuk memberikan kritik, saran dan masukan guna perbaikan dan penyempurnaan edisi berikutnya. Atas kontribusi tersebut, kami ucapkan terima kasih. Mudah-mudahan kita dapat memberikan yang terbaik bagi kemajuan dunia pendidikan dalam rangka mempersiapkan generasi seratus tahun Indonesia Merdeka (2045).

Jakarta, Januari 2015

Menteri Pendidikan dan Kebudayaan



DAFTAR ISI

Kata Pengantar	iii
Daftar Isi	iv
Bab I Perpangkatan dan Bentuk Akar	1
Mengenal Tokoh	3
A. Bilangan Berpangkat.....	4
Latihan 1.1 Bilangan Berpangkat.....	10
B. Perkalian pada Perpangkatan	12
Latihan 1.2 Perkalian pada Perpangkatan.....	20
C. Pembagian pada Perpangkatan.....	21
Latihan 1.3 Pembagian pada Perpangkatan	27
D. Notasi Ilmiah (Bentuk Baku)	29
Latihan 1.4 Membaca dan Menulis Notasi Ilmiah	32
E. Pangkat Bilangan Pecahan	34
Latihan 1.5 Pangkat Bilangan Pecahan.....	37
Proyek 1	39
Uji Kompetensi 1	40
Bab II Pola, Barisan, dan Deret	43
Mengenal Tokoh.....	45
A. Pola Bilangan	46
Materi Esensi.....	54
Latihan 2.1 Pola Bilangan	58
B. Barisan Bilangan	60
Materi Esensi.....	70
Latihan 2.2 Barisan Bilangan.....	76
C. Deret Bilangan	78
Materi Esensi.....	88
Latihan 2.3 Deret Bilangan	93
Proyek 2	95
Uji Kompetensi 2	96

Bab III Perbandingan Bertingkat	101
Menenal Tokoh.....	103
A. Perbandingan Bertingkat.....	104
Materi Esensi.....	108
Latihan 3 Perbandingan Bertingkat.....	110
Proyek 3	112
Uji Kompetensi 3	113
 Bab IV Kekongruenan dan Kesebangunan	117
Menenal Tokoh.....	119
A. Kekongruenan Bangun Datar.....	120
Materi Esensi.....	125
Latihan 4.1 Bangun-bangun yang Kongruen	129
B. Kekongruenan Dua Segitiga	133
Materi Esensi.....	139
Latihan 4.2 Kekongruenan Dua Segitiga	142
C. Kesebangunan Bangun Datar.....	144
Materi Esensi.....	147
Latihan 4.3 Kesebangunan Bangun Datar.....	153
D. Kesebangunan Dua Segitiga	157
Materi Esensi.....	163
Latihan 4.4 Kesebangunan Dua Segitiga	169
Proyek 4	173
Uji Kompetensi 4	175
 Bab V Bangun Ruang Sisi Lengkung	183
Menenal Tokoh.....	185
A. Tabung.....	186
Materi Esensi.....	191
Latihan 5.1 Tabung.....	194
B. Kerucut.....	197
Latihan 5.2 Kerucut.....	205
C. Bola	208
Latihan 5.3 Bola	212
Proyek 5	215
Uji Kompetensi 5	216

Bab VI	Statistika	223
	Mengenal Tokoh	225
A.	Penyajian Data	226
	Materi Esensi	236
	Latihan 6.1 Penyajian Data	239
B.	Mean, Median, dan Modus	242
	Materi Esensi	247
	Latihan 6.2 Mean, Median, Modus	251
	Proyek 6	254
	Uji Kompetensi 6	255
	Contoh Penilaian Sikap	259
	Rubrik Penilaian Sikap	261
	Contoh Penilaian Diri	262
	Contoh Penilaian Partisipasi Siswa	263
	LembarPartisipasi	264
	Contoh Pengolahan Laporan Pencapaian Kompetensi Matematika	265
	Daftar Pustaka	269
	Glosarium	272

- Sifat-sifat Pangkat
- Pangkat Negatif
- Pangkat Pecahan
- Bentuk Baku



- 1.1 Menghargai dan menghayati ajaran agama yang dianutnya.
- 2.1 Menunjukkan sikap logis, kritis, analitik dan kreatif, konsisten dan teliti, bertanggung jawab, responsif, dan tidak mudah menyerah dalam memecahkan masalah sehari-hari, yang merupakan pencerminan sikap positif dalam bermatematika.
- 3.1 Memahami sifat-sifat bilangan berpangkat dan bentuk akar dalam suatu permasalahan.
- 3.2 Memahami operasi aljabar yang melibatkan bilangan berpangkat bulat dan bentuk akar.
- 4.3 Menyelesaikan permasalahan dengan menaksir besaran yang tidak diketahui menggunakan berbagai teknik manipulasi aljabar dan aritmatika.



1. Mengidentifikasi, mendeskripsikan, menjelaskan sifat bentuk pangkat berdasarkan hasil pengamatan.
2. Menyelesaikan permasalahan nyata yang berhubungan dengan perpangkatan dan operasi matematika.
3. Menggunakan bentuk baku untuk menuliskan bilangan yang sangat besar dan bilangan yang sangat kecil.



Sumber: Dokumen Kemdikbud

Tahukah kamu berapakah jarak planet Jupiter ke matahari? Bagaimana kamu dapat menuliskan jarak tersebut dalam bentuk yang lebih sederhana?

Dapatkah kamu melihat seekor bakteri dengan mata telanjang? Mengapa kamu tidak dapat melihatnya tanpa bantuan mikroskop? Berapakah panjang bakteri tersebut? Dapatkah kamu menuliskan dalam bentuk yang lebih sederhana untuk ukuran yang sangat kecil tersebut?

Pernahkah kamu mengamati pembelahan sel pada seekor hewan bersel satu di pelajaran biologi? Bagaimana pola pembelahan yang terbentuk tiap satuan waktunya? Berapakah jumlah seluruh hewan tersebut pada satuan waktu tertentu? Bagaimanakah kamu dapat mengetahui jumlah tersebut? Bagaimana jika jumlah hewan bersel satu yang kalian amati lebih dari satu ekor? Dapatkah kamu mendapatkan jumlah seluruhnya setelah satu waktukan waktu?

Nah, masalah-masalah tersebut di atas dapat diselesaikan dengan konsep perpangkatan. Konsep ini akan kita pelajari bersama di Bab 1 ini.





Sumber: www.stanford.edu

Julius Wilhelm Richard Dedekind

Dedekind merupakan Professor di Polytechnic School di Zurich, Jerman. Selama hidupnya, Dedekind banyak menerima penghargaan dalam bidang matematika diantaranya Göttingen Academy (1862), The Berlin Academy (1880), Academy of Rome, The Leopoldino-California Naturae Curiosorum Academia, and the Académie des Sciences in Paris (1900). Penghargaan dalam bidang doktoral diberikan kepadanya oleh The Universities of Kristiania (Oslo), Zurich and Brunswick. Pada tahun 1879 Dedekind menerbitkan buku berjudul *Über die Theorie der ganzen algebraischen Zahlen* yang memberikan pengaruh sangat besar terhadap dasar-dasar Matematika.

Sumber: www.stanford.edu

Hikmah yang bisa diambil

1. Semangat Dedekind untuk merumuskan suatu teori bilangan yang lebih sederhana dan dapat dipahami sekaligus sebagai dasar metodologi konsep-konsep modern pada usia yang relatif muda.
2. Dedekind tetap rendah hati sehingga dia selalu memiliki semangat belajar yang tinggi sekalipun telah menjadi seorang pengajar.
3. Dedekind tidak mudah puas dengan segala penghargaan yang telah dianugerahkan kepadanya, hal ini terbukti dengan keaktifannya dalam hal penelitian khususnya teori aljabar.

A. Bilangan Berpangkat



Pertanyaan Penting

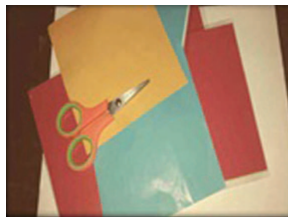
Bagaimana kamu dapat menggunakan bentuk pangkat untuk menyederhanakan penulisan sebuah bilangan?

Kegiatan 1.1

Memahami Konsep Bilangan Berpangkat

Lakukan kegiatan ini dengan langkah-langkah sebagai berikut:

1. Buatlah kelompok yang terdiri atas 5 siswa dan sediakan satu karton berwarna serta sebuah gunting kertas.
2. Lipatlah kertas itu menjadi dua bagian sama besar (yaitu pada sumbu simetri lipatnya).
3. Guntinglah kertas pada sumbu simetri lipatnya.
4. Tumpuklah hasil guntingan kertas sehingga tepat menutupi satu dengan yang lain.
5. Berikan kertas tersebut kepada siswa berikutnya, lalu lakukan Langkah 2 sampai 4 secara berulang sampai seluruh siswa di kelompokmu mendapat giliran.
6. Banyak kertas hasil guntingan pada tiap-tiap pengguntingan selanjutnya disebut dengan banyak kertas. Tuliskan banyak kertas pada tabel berikut:



Sumber: Dokumen Kemdikbud

Gambar 1.1 Karton, gunting, dan kertas

Pengguntingan ke-	Banyak kertas
1	2
2	...
3	...
4	...
5	...

Dari Kegiatan 1.1, diperoleh bahwa banyak kertas hasil pengguntingan ke-2 adalah 2 kali lipat dari banyak kertas hasil pengguntingan ke-1. Banyak kertas hasil pengguntingan ke-3 adalah 2 kali lipat dari banyak kertas hasil pengguntingan ke-2, dan seterusnya. Jika kamu melakukan pengguntingan kertas sebanyak n kali maka banyak kertas hasil pengguntingan adalah

$$\underbrace{2 \times 2 \times 2 \times \dots \times 2}_{2 \text{ sebanyak } n} = 2^n$$

Bentuk di atas merupakan perkalian berulang bilangan 2 yang disebut dengan perpangkatan 2. Secara umum, perkalian berulang dari suatu bilangan x disebut dengan perpangkatan x .



Ayo Kita Berbagi

Lakukan kembali Kegiatan 1.1 namun kertas dilipat menjadi 4 bagian yang sama besar berdasarkan sumbu simetri lipatnya (vertikal dan horisontal). Kemudian tuliskan jawabanmu seperti tabel di atas. Apakah banyak kertas hasil guntingan pada tiap-tiap pengguntingan jumlahnya sama dengan yang telah kamu lakukan sebelumnya? Mengapa hal tersebut bisa terjadi? Jelaskan secara singkat. Paparkan jawabanmu di depan teman sekelasmu.

Kegiatan 1.2

Menggunakan Notasi Pangkat

Setelah memahami konsep perpangkatan pada Kegiatan 1.1, selanjutnya pada kegiatan ini kamu akan menyatakan perpangkatan dalam bentuk perkalian berulang.



Ayo Kita Amati

Amatilah tabel berikut ini.

Perpangkatan	Bentuk Perkalian	Hasil Perkalian
5^1	5	5
5^2	5×5	25
5^3	$5 \times 5 \times 5$	125

5^3 merupakan perpangkatan dari 5. Bilangan 5 merupakan **basis** atau bilangan pokok sedangkan 3 merupakan **eksponen** atau pangkat.



**Ayo Kita
Menanya**

Buatlah pertanyaan yang berhubungan dengan kata “basis” dan “eksponen”.



**Ayo Kita
Mencoba**

Setelah mengamati tabel di atas, lengkapilah tabel di bawah ini.

Perpangkatan	Bentuk Perkalian	Nilai
2^4		
3^3		
6^5		
7^4		
10^7		



**Ayo Kita
Menalar**

Coba jelaskan dengan kata-katamu sendiri apakah yang dimaksud dengan bentuk 8^n untuk n bilangan bulat positif.



**Ayo Kita
Simpulkan**

Setelah melakukan rangkaian Kegiatan 1.2, apa yang dapat kamu simpulkan berkaitan dengan perpangkatan?

Perpangkatan adalah perkalian berulang dari suatu bilangan yang sama. Bilangan pokok dalam suatu perpangkatan disebut ... dan banyaknya bilangan pokok yang digunakan dalam perkalian berulang disebut ...

Sehingga bentuk umum dari perpangkatan adalah

$$x^n = \underbrace{x \times x \times x \times \dots \times x}_{x \text{ sebanyak } n} \quad (n \text{ bilangan bulat positif})$$

Kegiatan 1.3**Menyatakan Perpangkatan dalam Bentuk Bilangan Biasa**

*Ayo Kita
Mencoba*

Berikut ini diberikan suatu besaran yang dituliskan dalam perpangkatan. Untuk masing-masing objek tuliskan kembali dalam bentuk biasa (tidak dalam perpangkatan).

- a. Kisaran luas total daratan Indonesia adalah $1,8 \times 10^{12} \text{ m}^2 = 1.800.000.000.000 \text{ m}^2$



Sumber: <http://www.biakkab.go.id>

Gambar 1.2 Daratan Indonesia

- b. Kisaran panjang tembok besar (*great wall*) di Tiongkok adalah $2 \times 10^7 \text{ m} = \dots$



Sumber: <http://inedwi.blogspot.com>

Gambar 1.3 Tembok besar di Tiongkok

- c. Kisaran diameter bumi adalah $10^8 \text{ m} = \dots$



Sumber: <http://hanifweb.wordpress.com>

Gambar 1.4 Bumi

d. Kisaran luas samudera pasifik adalah $10^{13} \text{ m}^2 = \dots$



Sumber: <http://banyakilmunya.blogspot.com>

Gambar 1.5 Samudera Pasifik

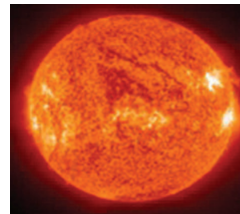
e. Diameter galaksi bima sakti (*milky way*) adalah $9,5 \times 10^{17} = \dots$



Sumber: <http://www.jpnn.com>

Gambar 1.6 Galaksi Bima Sakti

f. Kisaran diameter matahari adalah $10^8 \text{ km} = \dots$



Sumber: <https://trividodo.wordpress.com>

Gambar 1.7 Matahari



**Ayo Kita
Simpulkan**

Setelah melakukan kegiatan di atas, dapatkah kamu menjelaskan manfaat dari perpangkatan?

Contoh 1.1

Menuliskan Perpangkatan

Nyatakan perkalian berikut dalam perpangkatan.

a. $(-2) \times (-2) \times (-2)$

Karena (-2) dikalikan berulang sebanyak tiga kali maka $(-2) \times (-2) \times (-2)$ merupakan perpangkatan dengan basis (-2) dan pangkat 3.

Jadi $(-2) \times (-2) \times (-2) = (-2)^3$

b. $y \times y \times y \times y \times y \times y$

Karena y dikalikan berulang sebanyak enam kali maka $y \times y \times y \times y \times y \times y$ merupakan perpangkatan dengan basis y dan pangkat 6.

Jadi $y \times y \times y \times y \times y \times y = y^6$

Contoh 1.2

Menghitung Nilai Perpangkatan

1. Nyatakan perpangkatan $(-0,3)^2$ dan $(0,3)^2$ dalam bentuk bilangan biasa.

Alternatif Penyelesaian:

$$\begin{aligned} (-0,3)^2 &= (-0,3) \times (-0,3) \\ &= 0,09 \end{aligned}$$

Tulis kembali dalam bentuk perkalian berulang
Sederhanakan

$$\begin{aligned} (0,3)^2 &= (0,3) \times (0,3) \\ &= 0,09 \end{aligned}$$

Tulis kembali dalam bentuk perkalian berulang
Sederhanakan

2. Nyatakan perpangkatan $(-0,3)^3$ dan $(0,3)^3$ dalam bentuk bilangan biasa.

Alternatif Penyelesaian:

$$\begin{aligned} (-0,3)^3 &= (-0,3) \times (-0,3) \times (-0,3) \\ &= -0,027 \end{aligned}$$

Tulis dalam bentuk perkalian berulang
Sederhanakan

$$\begin{aligned} (0,3)^3 &= (0,3) \times (0,3) \times (0,3) \\ &= 0,027 \end{aligned}$$

Tulis dalam bentuk perkalian berulang
Sederhanakan

3. Nyatakan perpangkatan $(-2)^3$ dan $(-2)^4$ dalam bentuk bilangan biasa.

Alternatif Penyelesaian:

$$\begin{aligned} (-2)^3 &= (-2) \times (-2) \times (-2) \\ &= -8 \end{aligned}$$

Tulis dalam bentuk perkalian berulang
Sederhanakan

$$\begin{aligned} (-2)^4 &= (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) \\ &= 16 \end{aligned}$$

Tulis dalam bentuk perkalian berulang
Sederhanakan



**Ayo Kita
Menalar**

Berdasarkan Contoh 1.2, tentukan perbedaan:

1. Perpangkatan dengan basis bilangan positif dan negatif.
2. Perpangkatan dengan eksponen bilangan ganjil dan genap.

Jelaskan jawabanmu.

Contoh 1.3**Operasi yang Melibatkan Perpangkatan**

Hitung nilai pada operasi perpangkatan berikut:

a. $3 + 2 \times 5^2$

$$3 + 2 \times 5^2 = 3 + 2 \times 25$$

Lakukan operasi perkalian

$$= 3 + 50$$

Lakukan operasi penjumlahan

$$= 53$$

Sederhanakan

b. $4^3 : 8 + 3^2$

$$4^3 : 8 + 3^2 = 64 : 8 + 9$$

Lakukan operasi pembagian

$$= 8 + 9$$

Lakukan operasi penjumlahan

$$= 17$$

Sederhanakan



**Ayo Kita
Tinjau Ulang**

Selesaikan soal-soal di bawah ini.

1. Tentukan hasil dari:

a. $9 : 3 \times 4^3$

b. $\left(\frac{1}{8}\right)^3 \times 4^2 + \frac{1}{2}$

c. -6^6

2. Tuliskan ke dalam bentuk perpangkatan.

a. $\left(-\frac{2}{3}\right) \times \left(-\frac{2}{3}\right) \times \left(-\frac{2}{3}\right) \times \left(-\frac{2}{3}\right)$

b. $t \times t \times 2 \times 2 \times 2$

3. Tentukan nilai dari:

a. $pn + (-p)^n$ untuk p bilangan bulat dan n bilangan asli genap.

b. $pn + (-p)^n$ untuk p bilangan bulat dan n bilangan asli ganjil.

Latihan 1.1**Bilangan Berpangkat**

1. Nyatakan perkalian berulang berikut dalam perpangkatan

a. $(-2) \times (-2) \times (-2)$

b. $\left(-\frac{2}{3}\right) \times \left(-\frac{2}{3}\right) \times \left(-\frac{2}{3}\right) \times \left(-\frac{2}{3}\right)$

c. $t \times t \times t \times 2 \times 2 \times 2$

d. $t \times y \times t \times y \times t$

e. $\frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{4}$

2. Nyatakan perpangkatan berikut dalam bentuk perkalian berulang

a. 3^8 d. $\left(-\frac{1}{4}\right)^4$

b. $(0,83)^4$ e. $-\left(\frac{1}{4}\right)^4$

c. t^3 f. $\left(\frac{1}{2}\right)^5$

3. Tentukan hasil dari perpangkatan berikut.

a. 5^4 d. $(0,02)^2$

b. 6^5 e. $\left(\frac{1}{3}\right)^3$

c. 2^8 f. $-\left(\frac{1}{4}\right)^4$

4. Nyatakan bilangan berikut dalam perpangkatan dengan basis 10

a. 1.000 c. 1.000.000

b. 100.000 d. 10.000.000

5. Nyatakan bilangan berikut dalam perpangkatan dengan basis 2

a. 256 c. 512

b. 64 d. 1.048.576

6. Tuliskan sebagai bentuk perpangkatan dengan basis 5

a. 5 c. 15.625

b. 625 d. 125

7. Tentukan hasil dari operasi berikut ini.

a. $5 + 3 \times 2^4$ d. $(6^4 - 4^4) : 2$

b. $\frac{1}{2}(6^3 - 4^2)$ e. $\left(\frac{1}{4}\right)^4 \times \left(-\frac{1}{3}\right)^2$

c. $8 + 3 \times (-3)^4$ f. $\left(\frac{1}{4}\right)^4 : -\left(\frac{1}{3}\right)^2$



**Ayo Kita
Mencoba**

Lengkapilah tabel di bawah ini.

Operasi Perkalian pada Perpangkatan	Operasi Perkalian	Perpangkatan
$6^3 \times 6^2$		
$4,2^2 \times 4,2^3$		
$7^4 \times 7^4$		
$\left(\frac{1}{3}\right)^2 \times \left(\frac{1}{3}\right)^5$		
$\left(-\frac{1}{3}\right)^3 \times \left(-\frac{1}{3}\right)^4$		
$5^3 \times 5^3$		

Setelah melengkapi tabel di atas, informasi apakah yang kamu dapatkan mengenai operasi perkalian pada perpangkatan?



**Ayo Kita
Menalar**

Sederhanakan operasi perkalian pada perpangkatan dengan basis a di bawah ini.

$$a^m \times a^n = a^{\dots + \dots}$$

Apakah aturan yang kamu dapatkan berlaku untuk operasi perkalian pada perpangkatan dengan basis yang berbeda? Sebagai contoh, $5^4 \times 2^3$. Jelaskan jawabanmu.



**Ayo Kita
Simpulkan**

Bagaimana cara untuk mendapatkan hasil operasi perkalian pada perpangkatan dengan basis yang sama?

Kegiatan 1.5**Memangkatkan Suatu Perpangkatan**

Amati tabel berikut ini. Hasil memangkatkan pada suatu perpangkatan selanjutnya ditulis dalam perpangkatan.

Pemangkatkan Suatu Perpangkatan	Bentuk Perkalian Berulang	Perpangkatan
$(4^2)^3$	$4^2 \times 4^2 \times 4^2 = (4 \times 4) \times (4 \times 4) \times (4 \times 4)$ $= 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4$	4^6
$(4^3)^2$	$4^3 \times 4^3 = (4 \times 4 \times 4) \times (4 \times 4 \times 4)$ $= 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4$	4^6
$(s^4)^2$	$s^4 \times s^4 = (s \times s \times s \times s) \times (s \times s \times s \times s)$ $= s \times s \times s \times s \times s \times s \times s \times s$	s^8
$(s^2)^4$	$s^2 \times s^2 \times s^2 \times s^2 = (s \times s) \times (s \times s) \times (s \times s) \times (s \times s)$ $= s \times s \times s \times s \times s \times s \times s \times s$	s^8

Dari tabel di atas, perhatikan kembali kolom pertama dan ketiga. Apa yang dapat kamu simpulkan?



**Ayo Kita
Menanya**

Setelah mengamati tabel di atas, buatlah pertanyaan yang berhubungan dengan “memangkatkan suatu perpangkatan”.



Ayo Kita Mencoba

Setelah mengamati tabel di atas, salin dan lengkapi tabel di bawah ini.

Pemangkatan Suatu Perpangkatan	Bentuk Perkalian Berulang	Perpangkatan
$(7^4)^3$		
$(7^3)^4$		
$(t^4)^3$		
$(t^3)^4$		

Secara umum bentuk $(a^m)^n$ dapat diubah menjadi

$$(a^m)^n = (a^n)^m = a^{m \times n}$$



Ayo Kita Simpulkan

Setelah melakukan rangkaian Kegiatan 1.5 tersebut. Apa yang dapat kamu simpulkan berkaitan dengan memangkatkan bentuk perpangkatan?

Bagaimana cara untuk mendapatkan hasil dari perpangkatan yang dipangkatkan?

Kegiatan 1.6

Memangkatkan Suatu Perkalian Bilangan



Ayo Kita Amati

Amati tabel di bawah ini. Hasil pemangkatan pada perkalian bilangan selanjutnya ditulis dalam perpangkatan

Pemangkatan Pada Perkalian Bilangan	Bentuk Perkalian Berulang	Perpangkatan
$(2 \times 3)^3$	$(2 \times 3) \times (2 \times 3) \times (2 \times 3)$ $= 2 \times 3 \times 2 \times 3 \times 2 \times 3$ $= 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3$	$2^3 \times 3^3$
$(2 \times 5)^4$	$(2 \times 5) \times (2 \times 5) \times (2 \times 5) \times (2 \times 5)$ $= 2 \times 5 \times 2 \times 5 \times 2 \times 5 \times 2 \times 5$ $= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5$	$2^5 \times 5^5$
$(b \times y)^2$	$(b \times y) \times (b \times y)$ $= b \times y \times b \times y$ $= b \times b \times y \times y$	$b^2 \times y^2$



**Ayo Kita
Mencoba**

Lengkapi tabel di bawah ini.

Pemangkatan Pada Perkalian Bilangan	Bentuk Perkalian Berulang	Perpangkatan
$(7 \times 11)^3$		
$(13 \times 7)^5$		
$(n \times y)^2$		
$(6 \times t)^3$		
$(2 \times 7)^4$		

Secara umum bentuk $(a \times b)^m$ dapat diubah menjadi

$$(a \times b)^m = a^m \times b^m$$



**Ayo Kita
Simpulkan**

Setelah melakukan rangkaian Kegiatan 1.6 tersebut, kesimpulan apakah yang kamu dapatkan?

Bagaimana cara untuk mendapatkan hasil pemangkatan pada perkalian bilangan?

Kegiatan 1.7

Permainan Menuliskan Perpangkatan

Lakukan kegiatan ini secara berkelompok yang terdiri atas 4 - 5 siswa, kemudian lakukan langkah-langkah berikut ini.



**Ayo Kita
Mencoba**

1. Siapkan 1 lembar kertas karton, penggaris, pensil, serta uang koin
2. Buatlah tabel seperti gambar di bawah ini

1			
2			
3			
	1	2	3

3. Tumpuklah koin pada tiap-tiap kotak dengan ketentuan berikut:

Banyaknya koin pada kotak dengan posisi (x, y) adalah $2^x \times 2^y$

Contoh : pada kotak dengan posisi $(1, 2)$ banyaknya koin adalah $2^1 \times 2^2 = 2^3 = 8$ koin

Dari percobaan di atas, jawablah pertanyaan di bawah ini.

- Berapa banyak koin pada posisi (3, 2)?
- Pada posisi mana terdapat koin sebanyak 32?
- Pada posisi mana terdapat koin paling banyak, dan berapa banyaknya?



*Ayo Kita
Menalar*

- Jika tabel yang kamu buat diperluas menjadi berukuran 5×5 , berapa banyak koin pada posisi (5,3)?
- Berapa tinggi tumpukan koin pada posisi (4, 4), jika sebuah koin memiliki tebal 0,2 cm?

Contoh 1.5

Menyederhanakan Operasi Perkalian Pada Perpangkatan

Sederhanakan operasi perkalian pada perpangkatan berikut ini.

- $$4^3 \times 4^2 = 4^{3+2}$$

$$= 4^5$$

Jumlahkan pangkatnya
Sederhanakan
- $$16 \times (-4)^3 = (-4)^2 \times (-4)^3$$

$$= (-4)^{2+3}$$

$$= (-4)^5$$

Samakan bentuk basis menjadi (-4)
Jumlahkan pangkat dari basis (-4)
Sederhanakan
- $$m^3 \times m^5 = m^{3+5}$$

$$= m^8$$

Jumlahkan pangkat dari basis m
Sederhanakan

Contoh 1.6

Memangkatkan Suatu Perpangkatan

Sederhanakan operasi pemangkatan pada perpangkatan berikut ini

- $$(4^3)^2 = 4^3 \times 4^3$$

$$= 4^{3+3}$$

$$= 4^6$$

Ubah menjadi bentuk perkalian berulang
Jumlahkan pangkatnya
Sederhanakan
- $$(x^3)^4 = x^3 \times x^3 \times x^3 \times x^3$$

$$= x^{3+3+3+3}$$

$$= x^{12}$$

Ubah menjadi bentuk perkalian berulang
Jumlahkan pangkatnya
Sederhanakan

Contoh 1.7**Mendapatkan Hasil Perpangkatan dari Hasil Kali**

Sederhanakan perpangkatan pada perkalian bilangan berikut ini

a. $(4y)^2 = 4y \times 4y$

Ubah menjadi bentuk perkalian berulang

$$= (4 \times 4) \times (y \times y)$$

Kelompokkan basis yang sama

$$= 4^2 \times y^2$$

Jumlahkan tiap-tiap pangkatnya

$$= 16y^2$$

Sederhanakan

b. $(wy)^3 = wy \times wy \times wy$

Ubah menjadi bentuk pengulangan perkalian

$$= (w \times w \times w) \times (y \times y \times y)$$

Kelompokkan yang sama

$$= w^3y^3$$

Sederhanakan



**Ayo Kita
Tinjau Ulang**

1. Sederhanakan bentuk perkalian bilangan berpangkat berikut:

a. $7^3 \times 7^2$

b. $\left(\frac{1}{3}\right)^6 \times \left(\frac{1}{9}\right)^4$

c. $t \times t^{-1}$

2. Sederhanakan bentuk perkalian bilangan berpangkat berikut:

a. $(9^4)^3$

b. $(z^3)^6$

c. $\left(\left(\frac{2}{3}\right)^3\right)^2$

3. Sederhanakan operasi berikut ini.

a. $7^2 \times 7^3$

b. $(9^3)^4$

Bandingkan jawaban soal nomor 3 (a) dengan soal nomor 1 (a) dan soal nomor 3 (b) dengan soal nomor 2 (a). Apakah jawaban yang kamu dapat bernilai sama? Mengapa demikian? Jelaskan.

Latihan 1.2**Perkalian pada Perpangkatan**

1. **Berpikir Kritis.** Nyatakan hasil kali perpangkatan berikut dalam satu bentuk pangkat. Jelaskan. Gunakan cara yang lebih mudah

$$4^3 \times 5^6$$

2. Sederhanakan perpangkatan berikut ini.

a. $4^6 \times 4^3$

d. $(5^2)^3$

b. $(-7)^3 \times (-7)^2$

e. $5^2 \times \left(\frac{2}{5}\right)^3 \times \left(\frac{2}{5}\right)^5$

c. $4(-2,5)^4 \times (-2,5)^3$

3. Sederhanakan operasi aljabar berikut ini.

a. $y^3 \times 2y^7 \times (3y)^2$

b. $b \times 2y^7 \times b^3 \times y^2$

c. $3m^3 \times (mn)^4$

d. $(tn^3)^4 \times 4t^3$

e. $(2x^3) \times 3(x^2y^2)^3 \times 5y^4$

4. Tentukan nilai dari perpangkatan berikut ini.

a. $3^3 \times 2 \times 3^7$

c. $\frac{1}{2}^3 \times \left(\left(-\frac{1}{2}\right)^3\right)^4$

b. $(2^2 \times 1^6) + 50$

d. $2^4 \times 4 \times 2^3$

5. Nyatakan perpangkatan berikut dalam bentuk paling sederhana:

a. $4^3 \times 2^6$

c. $4 \times 3^4 + 5 \times 3^4$

b. $(3^2)^5 \times 3^5$

d. $(-125) \times (-5)^6$

6. Nyatakan bilangan di bawah ini dalam bentuk yang memuat perpangkatan dengan basis 2.

a. 64

c. 100

b. 20

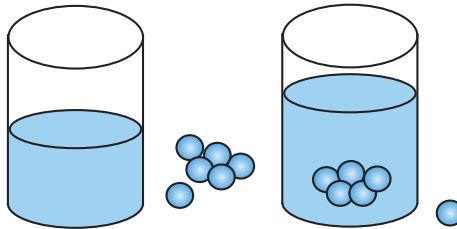
d. $\frac{128}{3}$

7. Tentukan nilai x yang memenuhi persamaan berikut ini.

a. $(3^x)^x = 81$

b. $\frac{1}{64} \times 4^x \times 2^x = 64$

8. **Analisis Kesalahan.** Jelaskan dan perbaiki kesalahan dalam menyederhanakan hasil perkalian bentuk pangkat berikut ini.
- $3^6 \times 3^4 = (3 \times 3)^{6+4} = 9^{10}$
 - $(t^3)^6 = t^{3+6} = t^9$
9. **Tantangan.** Pada sebuah pasar tradisional perputaran uang yang terjadi setiap menitnya adalah Rp81.000.000,00. Pada hari Senin-Jumat proses perdagangan terjadi rata-rata 12 jam tiap hari. Sedangkan untuk Sabtu-Minggu proses jual-beli terjadi rata-rata 18 jam tiap hari. Berapa jumlah perputaran uang di pasar tradisional tersebut selama 1 minggu (nyatakan jawabanmu dalam bentuk perpangkatan).
10. **Tantangan.** Sebuah bola karet dengan diameter 7 cm direndam dalam sebuah bejana berisi minyak tanah selama 3 jam. Jika pertambahan diameter bola karet tersebut 0,002 mm/detik. Berapakah volume bola karet setelah proses perendaman.



Sumber: Dokumen Kemdikbud

Gambar 1.8 Bejana berisi minyak tanah dan bola karet

C. Pembagian pada Perpangkatan



**Pertanyaan
Penting**

Bagaimana hasil pembagian dari dua perpangkatan yang memiliki basis sama?

Kegiatan 1.8

Membagi Dua Bentuk Perpangkatan



Ayo Kita Amati

Amati tabel di bawah ini. Hasil pembagian pada suatu perpangkatan selanjutnya ditulis dalam perpangkatan.

Pembagian Bentuk Perpangkatan	Pengulangan Bentuk Perkalian	Bentuk Perpangkatan
$\frac{3^9}{3^4}$	$\frac{3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3}{3 \times 3 \times 3 \times 3}$	3^5
$\frac{(-2)^6}{(-2)^3}$	$\frac{(-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2)}{(-2) \times (-2) \times (-2)}$	$(-2)^3$
$\frac{6^8}{6^4}$	$\frac{6 \times 6 \times 6 \times 6 \times 6 \times 6 \times 6 \times 6}{6 \times 6 \times 6 \times 6}$	6^4



**Ayo Kita
Menanya**

Buatlah pertanyaan yang berkaitan dengan “pembagian pada perpangkatan”.



**Ayo Kita
Mencoba**

Setelah kamu mengamati tabel di atas, lengkapi tabel di bawah ini.

Pembagian pada Perpangkatan	Bentuk Perkalian Berulang	Perpangkatan
$\frac{4,2^{10}}{4,2^5}$		
$\frac{(-7)^7}{(-7)^5}$		
$\frac{2^7}{2^1}$		

Pembagian pada Perpangkatan	Bentuk Perkalian Berulang	Perpangkatan
$\frac{(-2,5)^4}{(-2,5)^2}$		
$\frac{10^9}{10^3}$		

Secara umum bentuk $\frac{a^m}{a^n}$ dapat diubah menjadi

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$



**Ayo Kita
Simpulkan**

Bagaimana cara untuk mendapatkan hasil pemangkatan pada perkalian bilangan?

Kegiatan 1.9

Membandingkan Volume

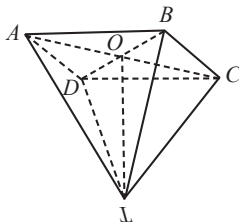
Bentuklah kelompok dan bandingkan volume dari objek yang diberikan di bawah ini.



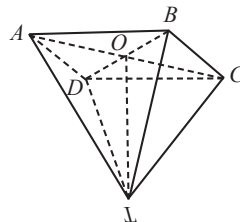
**Ayo Kita
Mencoba**

Pada gambar di bawah ini, diberikan berbagai ukuran wadah dengan bentuk limas yang diputar 180° terhadap sumbu-y. Hitung volume tiap-tiap limas. Bandingkan volume limas besar terhadap volume limas kecil dengan ukuran panjang alas limas (s) dan tinggi limas (h) diberikan sebagai berikut. Catat hasil yang kamu peroleh dalam tabel.

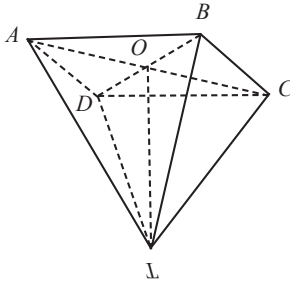
a. limas kecil $s = 3$, $h = 9$



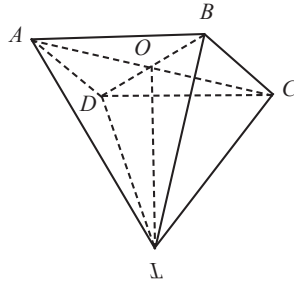
b. limas kecil $s = 4$, $h = 8$



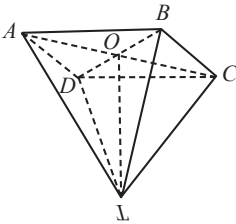
limas besar $s = 3^2$, $h = 18$



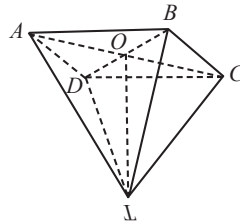
limas besar $s = 4^2$, $h = 12$



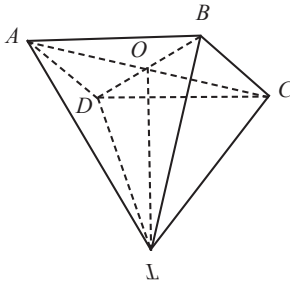
c. limas kecil $s = 2$, $h = 5$



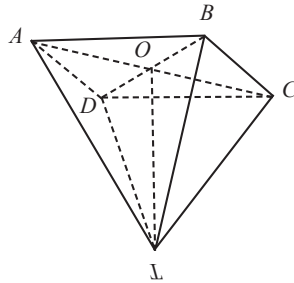
d. limas kecil $s = 10$, $h = 15$



limas besar $s = 2^3$, $h = 5^3$



limas besar $s = 10^2$, $h = 200$



	Volume limas kecil	Volume limas besar	$\frac{\text{Volume limas besar}}{\text{Volume limas kecil}}$
a.	$\frac{1}{3} \times 3^2 \times 9$	$\frac{1}{3} (3^2)^2 \times 18$	$\frac{(3^2)^2 \times 2 \times 3^2}{3^2 \times 3^2} = 2 \times 3^2$

	Volume limas kecil	Volume limas besar	$\frac{\text{Volume limas besar}}{\text{Volume limas kecil}}$
b.			
c.			
d.			



Diskusi

1. Bagaimana kamu dapat membagi dua perpangkatan dengan basis yang sama?
2. Berikan dua contoh sebagai pendukung jawabanmu!

Contoh 1.8

Pembagian pada Perpangkatan

1. $\frac{4^3}{4^2} = 4^{3-2}$
 $= 4$
 Kurangkan pangkat dari basis 4
 Sederhanakan
2. $\frac{(-4)^7}{(-4)^2} = (-4)^{7-2}$
 $= (-4)^5$
 Kurangkan pangkat dari basis (-4)
 Sederhanakan
3. $\frac{x^5}{x^2} = x^{5-2}$
 $= x^3$
 Kurangkan pangkat dari basis x
 Sederhanakan

Contoh 1.9

Menyederhanakan Operasi pada Perpangkatan

Sederhanakan bentuk $\frac{4^3 \times 4^8}{4^5}$. Tuliskan jawaban dalam bentuk bilangan berpangkat

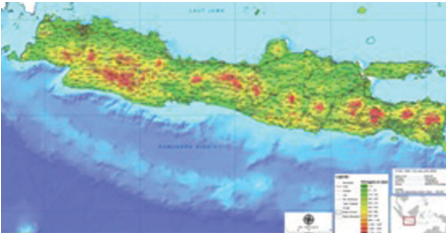
$$\begin{aligned}
 \frac{4^3 \times 4^8}{4^5} &= \frac{4^{3+8}}{4^5} && \text{Jumlahkan pangkat dari pembilang} \\
 &= \frac{4^{11}}{4^5} && \text{Sederhanakan} \\
 &= 4^{11-5} && \text{Kurangkan pangkat dari basis 4} \\
 &= 4^6 && \text{Sederhanakan}
 \end{aligned}$$

Contoh 1.10**Operasi Perkalian dan Pembagian pada Perpangkatan**

Sederhanakan bentuk $\frac{b^4}{b^2} \times \frac{b^6}{b^3}$. Tuliskan jawaban dalam bentuk bilangan berpangkat

Alternatif Penyelesaian:

$$\begin{aligned}\frac{b^4}{b^2} \times \frac{b^6}{b^3} &= b^{4-2} \times b^{6-3} && \text{Kurangkan pangkat} \\ &= b^2 \times b^3 && \text{Sederhanakan} \\ &= b^{2+3} && \text{Jumlahkan pangkat} \\ &= b^5 && \text{Sederhanakan}\end{aligned}$$

Contoh 1.11**Penerapan Pembagian pada Perpangkatan dalam Kehidupan Nyata**

Sumber: [www. http://geospasial.bnpb.go.id](http://geospasial.bnpb.go.id)

Gambar 1.9 Kepadatan penduduk Jawa

Berdasarkan data BPS tahun 2010 (www.bps.go.id) jumlah penduduk pulau Jawa mencapai 130 juta jiwa (melalui proses pembulatan). Sedangkan luas pulau Jawa $130 \times 10^3 \text{ km}^2$. Berapakah kepadatan penduduk pulau Jawa tahun 2010?

Jawaban:

$$\text{Luas area} = 1,3 \times 10^5 \text{ km}^2$$

$$\begin{aligned}\text{Kepadatan penduduk} &= \frac{\text{Jumlah penduduk}}{\text{Luas area}} \\ &= \frac{1,3 \times 10^8}{1,3 \times 10^5} && \text{Subtitusikan populasi penduduk dan luas area} \\ &= \frac{1,3 \times 10^8}{1,3 \times 10^5} && \text{Tulis kembali dalam bentuk pembagian terpisah} \\ &= 1 \times 10^{8-5} && \text{Kurangkan pangkat} \\ &= 1 \times 10^3 && \text{Sederhanakan}\end{aligned}$$

Jadi kepadatan penduduk Pulau Jawa tahun 2010 adalah 1.000 jiwa/km²



**Ayo Kita
Tinjau Ulang**

1. Sederhanakan bentuk pembagian bilangan berpangkat berikut:

a. $\frac{8^4}{8^1}$

b. $\frac{2,3^7}{2,3^3}$

c. $\frac{(-8)^9}{(-8)^3}$

2. Sederhanakan bentuk pembagian bilangan berpangkat berikut:

a. $\frac{8^4 \times 8^2}{8^3}$

b. $\frac{(-2,3)^{10}}{(-2,3)^3 \times (-2,3)^2}$

c. $\frac{b^9}{b^3} \times \frac{b^7}{b^4}$

3. Pada Contoh 1.11, jika populasi penduduk pulau Jawa bertambah 1% setiap 10 tahun, hitung kepadatan penduduk pulau Jawa pada tahun 2020 dan 2030.

Latihan 1.3

Pembagian pada Perpangkatan

1. **Berpikir Kritis.** Diberikan persamaan $\frac{5^m}{5^n} = 5^4$

- Tentukan dua bilangan m dan n yang bernilai antara 1 sampai dengan 9 sehingga dapat memenuhi persamaan di atas.
- Tentukan banyaknya penyelesaian dari persamaan tersebut. Jelaskan jawabanmu.

2. Sederhanakan pembagian pada perpangkatan berikut ini. Tuliskan jawabanmu dalam bentuk bilangan berpangkat

a. $\frac{(-4)^5}{(-4)^2}$

c. $\frac{0,3^7}{0,3^3}$

b. $\frac{(-4)^6}{(-4)^2}$

d. $\frac{\left(\frac{2}{5}\right)^9}{\left(\frac{2}{5}\right)^5}$

3. Sederhanakan ekspresi bentuk aljabar berikut ini.

a. $\frac{-y^5}{-y^2}$

c. $\frac{3m^7}{m^3}$

b. $\frac{\left(\frac{1}{t}\right)^7}{\left(\frac{1}{t}\right)^3}$

d. $\frac{42y^8}{12y^5}$

4. Sederhanakan operasi berikut ini. Tuliskan jawabanmu dalam pangkat.

a. $\frac{3^7 \times 3^2}{3^3}$

c. $\frac{\left(\frac{1}{t}\right)^7}{\left(\frac{1}{t}\right)^3} \times \frac{\left(\frac{1}{t}\right)^3}{\left(\frac{1}{t}\right)^2}$

b. $\frac{5^5}{5^2 \times 5^3}$

d. $\frac{3w^4}{w^2} \times 5w^3$

5. Sederhanakan bentuk di bawah ini.

a. $\frac{0,2^4 \times 0,2^2}{0,2^5}$

d. $\frac{3 \times 5^4}{5^3} - 15$

b. $\frac{-5^5}{(-5)^2 \times (-5)^2}$

e. $\frac{4^5}{4^4} - \frac{2^4}{2^3} \times 6$

c. $12 + \frac{4^7}{4^6}$

6. Sederhanakan bentuk di bawah ini.

a. $\frac{5}{8}$

b. $\frac{32}{20}$

c. $\frac{45}{6}$

d. $\frac{50}{625}$

e. $\frac{49}{686}$

7. Tuliskan kembali dalam 3 bentuk pembagian perpangkatan:

a. 2^5

b. p^3

8. Dapatkan nilai n dari pembagian bilangan berpangkat di bawah ini:

a. $\frac{s^2}{s^4} \times \frac{s^9}{s^3} = s^n$

b. $\frac{3^6}{3^2} = n \times 9$

9. **Analisa Kesalahan.** Jelaskan dan perbaiki kesalahan dalam menyederhanakan ekspresi berikut

$$\frac{7^{13}}{7^5} = 7^{\frac{13}{5}} = 7^8$$

10.



Sumber: Dokumen Kemdikbud
Gambar 1.10

Tantangan. Intensitas bunyi percakapan manusia adalah 10^6 lebih besar dari intensitas suara manusia berbisik. Sedangkan intensitas bunyi pesawat lepas landas adalah 10^{14} lebih besar dari pada suara bisikan manusia yang dapat terdengar. Berapa kali intensitas bunyi pesawat lepas landas dibandingkan dengan bunyi percakapan manusia?

D Notasi Ilmiah (Bentuk Baku)



**Pertanyaan
Penting**

Bagaimana membaca dan menuliskan notasi ilmiah?

Kegiatan 1.10

Menggunakan Kalkulator



Ayo Kita Amati

Pada kegiatan ini, kamu diminta melakukan pengamatan secara berkelompok. Lakukan langkah kerja seperti yang telah disajikan.



Ayo Kita Mencoba

1. Dengan menggunakan kalkulator saintifik, kalikan dua bilangan besar. Sebagai contoh

$$2.000.000.000 \times 3.000.000.000$$

Berapa nilai yang muncul di layar kalkulator?

2. Tentukan hasil perkalian $2.000.000.000$ dengan $3.000.000.000$ tanpa menggunakan kalkulator. Berapa hasilnya?

3. Apa yang dapat kamu simpulkan dari hasil (1) dan (2)?

4. Periksa kembali penjelasanmu dengan menggunakan hasil kali bilangan besar yang lain.



Sumber: www.studentcalculators.co.uk

Gambar 1.11 Kalkulator



Ayo Kita Menanya

Setelah melakukan percobaan di atas, buatlah pertanyaan yang berkaitan dengan pola penulisan perpangkatan yang ditunjukkan kalkulator.



Ayo Kita Menalar

1. Lakukan percobaan dengan mengalikan dua bilangan yang sangat kecil, sebagai contoh $0,000004$ dikalikan dengan $0,0000002$, bagaimana hasil yang ditunjukkan oleh kalkulatormu?
2. Apa yang ditunjukkan di layar kalkulator? Jelaskan.
3. Lakukan percobaan untuk menentukan angka maksimum yang dapat ditampilkan di layar kalkulator. Sebagai contoh, ketika kamu mengalikan 1.000 dengan 1.000 maka kalkulatormu akan menunjukkan $1.000.000$.



Diskusi

1. Bagaimana kamu dapat menuliskan sebuah bilangan dalam bentuk notasi ilmiah?
2. Coba kamu buat penelitian secara mandiri seperti pada Kegiatan 1.10, dengan menggunakan angka yang sangat kecil. Bagaimanakah hasil penelitian kamu? Jelaskan.



Ayo Kita Simpulkan

Setelah melakukan rangkaian Kegiatan 1.10 tersebut, kesimpulan apakah yang dapat kamu tarik berkenaan dengan notasi ilmiah (bentuk baku) suatu bilangan?

Sebuah bilangan dikatakan tertulis dalam bentuk notasi ilmiah (baku) ketika

- Faktor pengali berada di antara $\dots \leq t \leq \dots$
- Basis dari bentuk perpangkatan 10 memiliki pangkat ...

Faktor pengali lebih besar dari 1 dan kurang dari 10



$$2,3 \times 10^3$$

Pemangkatan 10 harus memiliki pangkat bilangan bulat

Bilangan lebih besar atau sama dengan 10

Gunakan sebuah pangkat positif ketika kamu memindahkan titik desimal ke kiri.

Bilangan antara 0 dan 1

Gunakan sebuah pangkat negatif ketika kamu memindahkan titik desimal ke kanan.

Contoh 1.12

Menulis Notasi Ilmiah dalam Bentuk Biasa

Nyatakan bentuk ilmiah berikut ini menjadi bentuk biasa.

- a. $2,16 \times 10^5 = 2,16 \times 100.000$ Dapatkan hasil dari perpangkatan 5 dari basis 10
 $= 216.000$ Lakukan operasi perkalian dengan memindahkan tanda desimal sebanyak 5 tempat ke kanan
- b. $0,16 \times 10^{-3} = 0,16 \times 0,001$ Dapatkan hasil dari perpangkatan (-3) dari basis 10
 $= 0,00016$ Lakukan perkalian dengan memindahkan tanda desimal sebanyak 3 tempat ke kiri



**Ayo Kita
Tinjau Ulang**

Tuliskan bentuk baku dari:

- a. 12×10^5 b. 123×10^{-7}

Latihan 1.4

Membaca dan Menulis Notasi Ilmiah

1. **Berpikir Kritis.** Tebal sebuah biskuit adalah 0,1 cm sedangkan dalam satu kemasan 600 gr berisi 100 buah biskuit. Berapakah panjang biskuit yang dapat disusun memanjang dalam satu kardus yang berisi 25 kemasan 600 gr. Tuliskan jawabanmu dalam bentuk biasa kemudian sederhanakan dalam bentuk baku.



Sumber: <http://food.detik.com>

Gambar 1.12 Biskuit

2. Tentukan jawaban kamu dalam bentuk baku. Beri penjelasan singkat bagaimana kamu mendapatkan jawaban tersebut.
- a. $10,5 \times 10^3$ d. $0,455 \times 10^{-6}$
b. $1,5 \times 10^{-5}$ e. 5×10^{12}
c. 7.125×10^{-16}
3. Tuliskan kembali dalam bentuk biasa
- a. 7×10^3 d. $9,95 \times 10^{15}$
b. $2,7 \times 10^{-12}$ e. $3,1 \times 10^3$
c. $3,25 \times 10^5$
4. Tuliskan dalam bentuk baku
- a. 0,00000056 d. 880
b. 120.000.000.000 e. 0,000123
c. 1.000.000.000.000.000
5. Sederhanakan dan tuliskan jawabanmu dalam bentuk baku
- a. $(5 \times 10^3) \times (3 \times 10^2)$
b. $(7,2 \times 10^{-3}) \times (4 \times 10^5)$
c. $(5,25 \times 10^6) \times (10^{-12})$

d. $\frac{(1,25 \times 10^{16})}{5 \times 10^6}$

e. $\frac{1,6 \times 10^{-3}}{2 \times 10^4}$

6. **Analisis Kesalahan.** Jelaskan dan perbaiki kesalahan dalam penulisan bilangan bentuk baku berikut.

a. $125.000.000 = 12,5 \times 10^7$

b. $0,0000055 = 5,5 \times 10^6$

c. $1,3 \times 10^{-4} = 13.000$

7. Massa planet Jupiter adalah $1,9 \times 10^8$ kg, sedangkan berat planet Bumi adalah 30% dari Jupiter. Berapakah massa planet Bumi? Tuliskan jawabanmu dalam bentuk baku atau notasi ilmiah.



Sumber: <http://teknologi.news.viva.co.id>

Gambar 1.13 Planet Jupiter

8. Massa Bumi adalah 5.972.190.000.000.000.000 kg. Tuliskan dalam bentuk baku.



Sumber: indonesiaindonesia.com

Gambar 1.14 Planet Bumi

9. **Tantangan.** Dinda membeli flashdisk baru seharga Rp85.000,00 dengan kapasitas 16 GB. Berapa byte kapasitas flashdisk Dinda yang bisa digunakan, jika dalam suatu flash disk kapasitas yang dapat digunakan adalah 95% dari kapasitas totalnya.



Sumber: Dokumen Kemdikbud

Gambar 1.15 Flashdisk

10. **Tantangan.** Pada soal nomor 9. Berapakah kisaran harga memori yang dapat digunakan tiap byte-nya. Tuliskan jawabanmu dalam bentuk baku.

E. Pangkat Bilangan Pecahan



Pertanyaan Penting

Bagaimana kamu dapat menggunakan bilangan berpangkat pecahan untuk menuliskan sebuah angka?

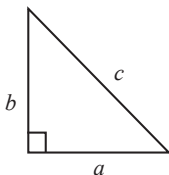
Kegiatan 1.11

Pangkat Bilangan Pecahan



Ayo Kita Amati

Pada kegiatan ini, kamu diminta untuk mengamati suatu rumusan matematika yaitu Teorema Pythagoras. Teorema Pythagoras berlaku pada sebuah segitiga yang salah satu sudutnya adalah siku-siku. Perhatikan dengan seksama langkah-langkah aturan Pythagoras berikut ini.



$$c^2 = a^2 + b^2$$

Rumus umum aturan pythagoras

$$\sqrt{c^2} = \sqrt{a^2 + b^2}$$

Akarkan kedua ruas untuk mendapatkan panjang

sisi miring segitiga siku-siku

$$c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

Didapatkan persamaan umum untuk mencari panjang sisi miring segitiga siku-siku



Ayo Kita Menanya

Setelah kamu mengamati proses untuk mendapatkan sisi miring pada segitiga siku-siku dengan menerapkan aturan pythagoras pada kegiatan di atas. Susunlah pertanyaan yang menyatakan hubungan antara pangkat kuadrat dan akar pangkat dua.

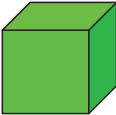
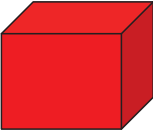
Kegiatan 1.12

Mendapatkan Sisi Kubus



Ayo Kita Mencoba

Berikut ini disajikan beberapa macam kubus dengan ukuran yang berbeda, dengan menggunakan definisi yang didapatkan di Kegiatan 1.11. Tentukan masing-masing luas permukaan dan sisi kubus yang ada.

	Volume ($s \times s \times s = s^3$)	Panjang sisi (s)	Luas Permukaan ($6 \times s \times s$)
	64 cm ³	Metode 1: $= \sqrt[3]{4 \times 4 \times 4}$ $= \sqrt[3]{4} \times \sqrt[3]{4} \times \sqrt[3]{4}$ $= \left(\sqrt[3]{4}\right)^3$ $= \left(4^{\frac{1}{3}}\right)^3$ $= 4^{\frac{3}{3}}$ $= 4^1 = 4$	6 × 4 × 4 = 96
		Metode 2: $= \sqrt[3]{4 \times 4 \times 4}$ $= \sqrt[3]{4^3}$ $= \sqrt[3]{2^6}$ $= \left(2^6\right)^{\frac{1}{3}}$ $= 2^{\frac{6}{3}}$ $= 2^2 = 4$	
	125 cm ³	Metode 1:	
		Metode 2:	
	729 m ³	Metode 1:	
		Metode 2:	



Diskusi dan Berbagi

Informasi apakah yang kamu dapatkan setelah melengkapi tabel di atas? Dapatkan kamu mendapatkan hubungan antara bentuk perpangkatan dengan bentuk akar? Diskusikan hasil yang kamu dapatkan dengan teman kamu.



Ayo Kita Simpulkan

Setelah melakukan rangkaian Kegiatan 1.11 dan Kegiatan 1.12 tersebut. Kesimpulan apakah yang dapat kamu tarik berkenaan dengan pangkat pecahan pada bentuk perpangkatan?

Dari kegiatan-kegiatan yang telah kamu lakukan, maka didapatkan:

- Jika mempertimbangkan $a^{\frac{m}{n}}$ sebagai $(a^{\frac{1}{n}})^m$, selanjutnya $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$,
- Jika mempertimbangkan $a^{\frac{m}{n}}$ sebagai $(a^m)^{\frac{1}{n}}$, selanjutnya $a^{\frac{m}{n}} = (\sqrt[n]{a})^m$

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m} = (\sqrt[n]{a})^m, \text{ dengan } a > 0, \text{ dan } m, n \text{ bilangan bulat positif}$$

Contoh 1.13

Menghitung Bentuk Pangkat Pecahan

Hitung bentuk pangkat pecahan di bawah ini:

a. $9^{\frac{1}{2}}$ b. $8^{\frac{2}{3}}$

Alternatif Penyelesaian:

a. $9^{\frac{1}{2}}$

Metode 1

$$9^{\frac{1}{2}} = \sqrt{9}$$

$$= 3$$

Bentuk dalam bentuk akar

Hitung hasil akarnya

Metode 2

$$9^{\frac{1}{2}} = (3^2)^{\frac{1}{2}}$$

$$= 3^{2 \times \frac{1}{2}}$$

$$= 3^1 = 3$$

Bentuk dalam bentuk kuadrat

Kalikan pangkat

Hitung hasil pangkatnya

Alternatif Penyelesaian:

b. $8^{\frac{2}{3}}$

Metode 1 $8^{\frac{2}{3}} = \left(8^{\frac{1}{3}}\right)^2$ Bentuk dalam bentuk perkalian pangkat
 $= \left(\sqrt[3]{8}\right)^2$ Bentuk ke dalam akar pangkat tiga
 $= 2^2 = 4$ Hitung hasil pangkatnya

Metode 2 $8^{\frac{2}{3}} = \left(8^2\right)^{\frac{1}{3}}$ Bentuk dalam bentuk kuadrat
 $= 64^{\frac{1}{3}}$ Kalikan pangkat
 $= \sqrt[3]{64} = 4$ Hitung hasil akarnya

Metode 3 $8^{\frac{2}{3}} = \left(2^3\right)^{\frac{2}{3}}$ Bentuk dalam bentuk perkalian pangkat
 $= 2^{3 \times \frac{2}{3}}$ Bentuk ke dalam akar pangkat tiga
 $= 2^2 = 4$ Hitung hasil pangkatnya



*Ayo Kita
Tinjau Ulang*

- Tuliskan bentuk baku dari:
 - $64^{\frac{1}{2}}$
 - $27^{\frac{2}{3}}$
- Tuliskan bentuk perpangkatan pecahan dari:
 - $\sqrt[3]{25}$
 - $\sqrt{125}$

Latihan 1.5

Pangkat Bilangan Pecahan

- Berpikir Kritis.** Tono dapat mengisi penuh sebuah keranjang buah waktu 12 menit. Jika Tono mengisi keranjang tersebut dengan kecepatan dua kali dari biasanya. Berapa menitkah waktu yang dibutuhkan Tono untuk mengisi penuh keranjang buah tersebut?



Sumber: Dokumen Kemdikbud

Gambar 1.16 Keranjang buah

2. **Analisis Kesalahan.** Jelaskan dan perbaiki kesalahan persamaan berikut.

$$x^{-\frac{2}{3}} = \frac{1}{\sqrt[2]{x^3}}$$

3. Nyatakan perpangkatandi bawah ini dalam bentuk lain

a. $3^{-\frac{1}{3}}$ b. $\left(\frac{1}{5}\right)^{\frac{1}{2}}$ c. $\left(\frac{27}{8}\right)^{\frac{1}{3}}$

4. Nyatakan perpangkatandi bawah ini dalam bentuk lain

a. $6^{\frac{1}{3}} \times 6^{\frac{1}{3}} \times 6^{\frac{1}{3}}$ b. $\sqrt{625}$

5. Sederhanakan bentuk perpangkatan di bawah ini

a. $3y^4 \times 2y^{\frac{1}{6}}$ b. $m^2 : 2m^{-\frac{1}{2}}$

6. Hitung operasi bilangan berpangkat di bawah ini:

a. $4^{\frac{1}{2}} \times 3^2 + 4$ b. $\frac{5^3 5^{\frac{2}{3}}}{5^{\frac{1}{3}}}$ c. $\sqrt{1,96 \times 10^{24}}$

7. Setiap kali perayaan HUT RI, SMPN 1 Taman mengadakan lomba “kelas berhias”. Seluruh siswa diwajibkan menghias kelas mereka semenarik mungkin dengan tema kemerdekaan. Kelas 9A berencana menghias langit-langit kelas dengan deretan bendera merah-putih pada benang wool. Sesuai kesepakatan, benang bendera tersebut akan dihiaskan memutar langit-langit kelas dan menyilang pada diagonalnya. Berapa panjang benang bendera yang dibutuhkan kelas 9A jika kelasnya berukuran 6 m × 8 m?

8. Sederhanakan bentuk operasi perpangkatan berikut ini, tuliskan jawabanmu dalam bentuk akar:

a. $\frac{xyz}{\sqrt[3]{x^2 y z^3}}$ b. $ab^3 \times a^{\frac{1}{2}} b^{-2}$

9. Sederhanakan bentuk operasi perpangkatan berikut ini, tuliskan jawabanmu dalam bentuk pangkat:

a. $\sqrt{a^3 \sqrt{bc} \times \sqrt[3]{abc}}$

b. $\frac{\sqrt[3]{xyz}}{\sqrt[3]{x^2} \sqrt{yz^3}}$

10. Gunakan kalkulator untuk mendapatkan nilai perpangkatan di bawah ini:

a. $1.234^{\frac{1}{3}}$

b. $125^{\frac{1}{4}}$

c. $1.024^{\frac{1}{2}}$



Proyek 1

1. Gunakan akses internet untuk mendapatkan populasi penduduk di 5 negara dengan penduduk terpadat di dunia.
 - a. Nyatakan jumlah masing-masing populasi penduduk tersebut dalam bentuk notasi ilmiah
 - b. Dapatkan juga luas wilayah di negara tersebut, Selanjutnya dapatkan kepadatan penduduk masing-masing negara. Nyatakan jawabanmu dalam bentuk baku.
 - c. Melalui cara yang sama, cari tahu juga tentang pertumbuhan penduduk tiap tahunnya. Kemudian dapatkan jumlah penduduk 10 tahun kedepanke depan di masing-masing negara.
 - d. Dari informasi yang kamu dapatkan pada poin butir c, Hitung juga kepadatan penduduk 10 tahun kedepanke depan.
2. Seorang ayah memberikan sebuah tantangan kepada anaknya untuk menghitung jumlah biji jagung yang diperlukan untuk memenuhi papan catur. Jika pada kotak pertama diberi 1 biji jagung, kotak kedua 2 biji jagung, 4 biji jagung untuk kotak ketiga, 8 biji untuk kotak keempat demikian berlanjut sampai memenuhi ke enampuluh kotak.
 - a. Bantu anak tersebut menentukan susunan jumlah biji pada masing-masing kotak papan catur tersebut.
 - b. Jika berat tiap-tiap biji jagung adalah 15 gr. Dapatkan berat biji jagung pada masing-masing kotak.
 - c. Gabungkan informasi yang kamu dapatkan dalam bentuk tabel perhitungan yang memuat kedua informasi tersebut!
 - d. Berapakah uang yang harus dikeluarkan anak tersebut, jika harga biji jagung tiap kilogramnya adalah Rp8.500,00

1. Dapatkan hasil dari operasi perpangkatan berikut ini.

$$\frac{32 + 16^4}{64}$$

2. Di sebuah desa di Kabupaten Larantuka, Kupang NTT terdapat sebuah lapangan seukuran lapangan sepak bola $120\text{m} \times 90\text{m}$. Pemerintah daerah setempat berencana menanami lapangan dengan rumput. Hitung luas rumput yang disediakan untuk menanami seluruh permukaan lapangan sepak bola tersebut. Jelaskan jawabanmu dalam perpangkatan yang paling sederhana. (Luas persegi panjang adalah panjang $\times$ lebar)



3. Dapatkan bentuk perpangkatan yang ekuivalen dengan bilangan di bawah ini (Jawaban dapat lebih dari satu bentuk perpangkatan).

a. $\sqrt[3]{8}$

b. $\sqrt[3]{27}$

4. Diketahui $\frac{(x^{n-1}y^n)^3}{x^{2n}y^{6+n}}$ adalah senilai dengan $x^a y^b$. Dapatkan nilai $\frac{b}{a}$.

5. Sederhanakan operasi perpangkatan aljabar berikut ini.

a. $y^3 \times (3y)^2$

c. $(m^3)^4 \times 4t^3$

b. $\sqrt{b}2y^5 \times b^3 6y^2$

d. $(2x^3) \times 3(x^2y^2)^3 \times 5y^4$

6. Tuliskan bilangan di bawah ini dalam notasi ilmiah.

a. 0,00000056

c. 0,98

b. 2.500.000

d. 10.000.000.000.000

7. Hitung hasil pada perpangkatan berikut ini. Tuliskan jawabanmu dalam notasi ilmiah.

a. 12×2^3

b. $7,27 \times 10^2 - 0,5 \times 10^3$

c. $(8,32 \times 10^4) : (4 \times 10^{-6})$

d. $3,7 \times 10^3 \times 5,2 \times 10^{-3}$

a. $x \times y$ b. $\frac{x}{y}$

9. Berapakah hasil operasi perpangkatan berikut: $(492^5 - 246^5)$

10. Berapa banyak detik dalam kurun waktu 60.000 tahun? Tuliskan hasilnya dalam notasi ilmiah.

11. Tuliskan hasil operasi perpangkatan berikut ini.

a. -8×2^6 c. $\frac{16}{2^4}$

b. $5^4 \times 50$ d. $\frac{98}{7^3}$

12. **Tantangan.** Pada acara lomba 17 Agustus di SDN 1 Taman, diadakan lomba mengisi air pada topi ulang tahun berbentuk kerucut dengan melewati perjalanan sejauh 50 m. Setiap meter yang ditempuh maka air akan berkurang sebanyak $\frac{1}{10}$ bagian. Berapakah air yang terkumpul dalam satu kali perjalanan? (Dimensi topi



Sumber: Dokumen Kemdikbud

ulang tahun: diameter = 10 cm dengan tinggi 12 cm. $V_{\text{kerucut}} = \frac{1}{3} \pi r^2 \cdot$

13. Urutkan bilangan berikut ini, dari yang terbesar ke terkecil

a. 7 d. $0,98 \times 10^4$

b. 0,89 e. 0,0045

c. $5,2 \times 10^3$ f. 1.000

14. Cahaya bergerak dengan kecepatan 3×10^8 m/s. Berapa jauh cahaya bergerak dalam satu tahun? Tuliskan hasilnya dalam notasi ilmiah.

15. Tuliskan hasil perpangkatan berikut ini.

a. $\frac{1}{2}(6^3 - 4^2)$ c. $(6^4 - 4^4) : 3$

b. $8 + 3 \times (-3)^4$ d. $\left(\frac{1}{4}\right)^4 \times \left(-\frac{1}{16}\right)^2$

Perlu diingat bahwa operasi perkalian dan pembagian lebih didahulukan daripada operasi penjumlahan/pengurangan, kecuali dalam kasus khusus seperti berada dalam tanda kurung sehingga harus menjadi prioritas.

16. Dapatkan nilai n dari persamaan berikut ini:

a. $3n = 243$

c. $4n = (-2)^0$

b. $2^{n+1} = \frac{1}{16}$

d. $48 : 3 = n^4$

17. Nyatakan pernyataan matematika berikut sebagai pernyataan Benar (B) atau Salah (S). Berikan alasanmu.

a. $\frac{6^3}{6^3} = 0$

c. $\left(\frac{2}{5}\right)^7 = \frac{2^7}{5^{-7}}$

b. $(2 \times 6)^5 = 2^5 \times 6^5$

d. $4^3 \times 4^7 = 2^{20}$

18. Sederhanakan bentuk di bawah ini.

a. $\left(\frac{a^5 b^3 c^3}{4bc}\right) \times \left(\frac{8ac}{3bc^{-3}}\right)$

b. $2m^0 \times m^{\frac{2}{3}}$

c. $m^3 + \frac{4}{m^{-3}}$

19. Diberikan $x = 27$ dan $y = 63$. Tentukan hasil dari operasi di bawah ini, tuliskan jawabanmu dalam bentuk bilangan berpangkat paling sederhana.

a. $x^3 y$

b. $\frac{x}{\sqrt{y}}$

20. Tuliskan dalam bentuk pangkat paling sederhana.

a. $\frac{243}{20}$

c. $\frac{50}{625}$

b. $\frac{500}{9}$

d. $\frac{49}{686}$



Pola, Barisan, dan Deret



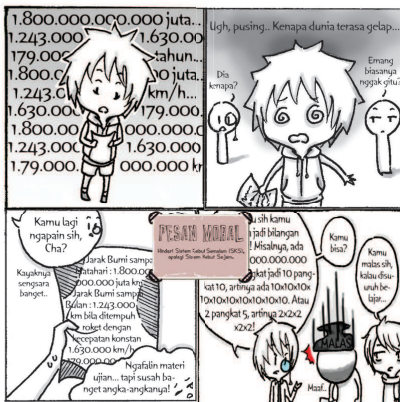
- Pola Bilangan Genap
- Pola Bilangan Segitiga
- Pola Bilangan Persegi
- Pola Bilangan Persegi Panjang
- Pola Bilangan Segitiga Pascal



- 1.1 Menghargai dan menghayati ajaran agama yang dianutnya.
- 2.2 Memiliki rasa ingin tahu, percaya diri dan ketertarikan pada matematika serta memiliki rasa percaya pada daya dan kegunaan matematika, yang terbentuk melalui pengalaman belajar.
- 3.10 Menerapkan pola dan generalisasi untuk membuat prediksi.
- 4.4 Mengenal pola bilangan, barisan, deret, dan semacam, dan memperumumnya; menggunakan untuk menyelesaikan masalah nyata serta menemukan masalah baru.

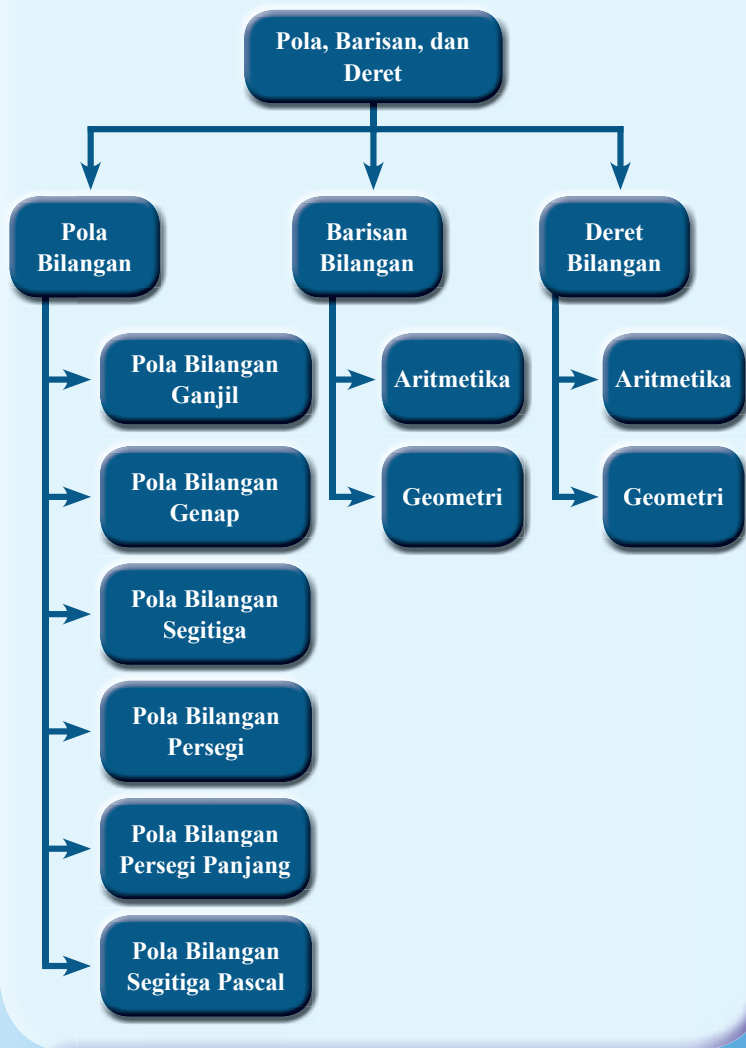


1. Menentukan pola berikutnya dari suatu susunan bilangan.
2. Menyelesaikan permasalahan sehari-hari yang berkaitan dengan barisan aritmetika dan geometri.
3. Menyelesaikan permasalahan sehari-hari yang berkaitan dengan deret aritmetika dan geometri.



Sumber: Dokumen Kemdikbud

Pada hari pertama dalam suatu pengamatan di lab biologi, diketahui terdapat 8.000 bakteri. Setelah 4 hari pengamatan jumlah bakteri bertambah menjadi 32.000. Jumlah bakteri tersebut terus bertambah, sehingga kita bisa menghitung jumlah pertumbuhan bakteri tiap harinya. Apakah kamu dapat menentukan jumlah bakteri setelah 6, 8 dan 10 hari pengamatan? Bagaimana caramu menentukannya? Pelajarilah lebih lanjut pada bab ini!





Sumber: www.edulens.org

Leonardo Fibonacci

Leonardo dari Pisa atau lebih dikenal dengan nama **Leonardo Fibonacci** (lebih singkatnya **Fibonacci**) adalah seorang ahli matematika Italia. Ia terkenal karena penelitiannya dalam Deret Fibonacci dan perannya mengenalkan tentang algorisme di wilayah Eropa. Algorisme merupakan sistem Arab modern dalam penempatan bilangan desimal untuk menulis dan memanipulasi angka.

Ayah Leonardo bernama Guglielmo (William) dengan nama panggilan Bonaccio. William bertugas mengatur pos perdagangan pada sebuah pelabuhan di Aligiers pada zaman dinasti kesultanan Almohad di Barbaresque, Afrika Utara. Leonardo Fibonacci pergi ke sana untuk membantu ayahnya. Di sanalah ia belajar tentang sistem bilangan Arab.

Setelah melihat bahwa aritmetika dengan bilangan Arab lebih mudah dan lebih efisien dibandingkan dengan angka romawi, Fibonacci melakukan perjalanan di sepanjang Mediterania untuk belajar dibawah bimbingan ahli matematika Arab terkemuka saat itu, dan kembali sekitar tahun 1200 M. Pada tahun 1202 M, pada saat ia berumur 32 tahun, ia menerbitkan buku berisi apa yang telah ia pelajari yaitu *Liber Abaci* atau "*Book of Calculation*".

Leonardo menjadi seorang tamu dari Emperor Frederick II, yang juga merupakan seorang pecinta Matematika dan Sains. Pada tahun 1240, Republik Pisa menganugerahi Leonardo dengan memakai nama alternatifnya, Leonardi Bigollo.

Sumber: www.edulens.org

Hikmah yang bisa diambil

1. Fibonacci adalah orang yang mempunyai rasa ingin tahu yang sangat tinggi. Sekalipun angka Romawi sudah dikenal masyarakat Eropa pada umunya, tapi dia terus menggali informasi mengenai penulisan bilangan Arab yang lebih mudah dan lebih efisien dari angka Romawi.
2. Tidak mudah puas terhadap sesuatu yang sudah didapatkan, sehingga terus berfikir melakukan inovasi untuk menemukan sesuatu yang baru.
3. Matematika adalah ilmu yang menarik untuk kita pelajari. Karena telah banyak sejarah yang menceritakan tentang peran matematika dalam memajukan peradaban manusia, salah satunya adalah deret fibonacci yang menjadi pelopor perkembangan ilmu barisan dan deret.

A. Pola Bilangan



Pertanyaan Penting

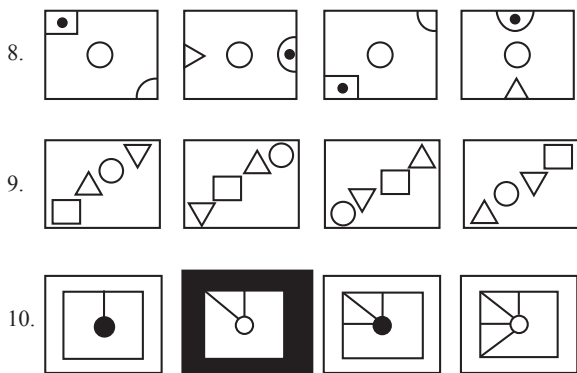
Bagaimana cara untuk menentukan bilangan berikutnya dari suatu susunan bilangan?
Agar kamu dapat mengetahui dan memahami jawaban pertanyaan di atas lakukanlah kegiatan-kegiatan di bawah ini.

Kegiatan 2.1

Menentukan Gambar Berikutnya

Perhatikan susunan gambar yang ada di bawah ini. Tiap soal terdiri dari 4 gambar dengan aturan tertentu, tentukanlah gambar kelima dari setiap soal di bawah ini.

- 1.
- 2.
- 3.
- 4.
- 5.
- 6.
- 7.



Sumber: Dokumen Kemdikbud

Gambar 2.1 Menentukan gambar berikutnya

Kegiatan 2.2

Menentukan Nomor Rumah di Suatu Perumahan



Ayo Kita Amati



Sumber: <http://www.rumahku.com>

Gambar 2.2 Nomor rumah pada suatu Perumahan X

Pada suatu jalan di perumahan X, nomor pada setiap rumah mengikuti suatu aturan tertentu. Pada sisi kiri jalan, rumah bernomor 1 terletak pada posisi paling ujung, sedangkan pada sisi kanan jalan rumah yang terletak pada posisi paling ujung bernomor 2. Rumah bernomor 3 terletak tepat di samping rumah bernomor 1, dan rumah bernomor 4 terletak tepat di sebelah rumah bernomor 2. Rumah bernomor 5 terletak di antara rumah bernomor 3 dan 7, sedangkan rumah bernomor 6 terletak di antara rumah bernomor 4 dan 8, begitu seterusnya



Ayo Kita Mencoba

Buatlah sebuah denah sederhana yang menggambarkan sepuluh rumah pertama yang terletak pada posisi ujung jalan di perumahan X tersebut, baik pada sisi kiri jalan maupun sisi kanan jalan. Sesuai informasi yang telah kamu dapatkan di atas, rumah yang bernomor 1 terletak pada posisi paling ujung sisi kiri jalan, dan rumah yang bernomor 2 terletak pada posisi paling ujung sisi kanan jalan. Berikan nomor pada setiap rumah sesuai dengan informasi yang ada. Dari denah yang telah kamu buat, rumah nomor berapa yang terletak pada posisi kesepuluh dari ujung di sebelah kanan jalan?



Ayo Kita Menalar

- Jika dalam satu jalan tersebut terdapat 100 rumah (banyaknya rumah pada sisi kiri dan kanan jalan masing-masing adalah 50), berapakah nomor rumah terbesar yang terletak pada sisi kiri jalan?
- Menurutmu, bagaimana aturan untuk menentukan nomor rumah yang terletak pada sisi kiri maupun kanan jalan di perumahan X tersebut?
- Carilah contoh benda-benda di sekitarmu yang memiliki suatu pola tertentu. Tuliskan minimal 3 contoh dan aturan yang terdapat pada tiap-tiap benda tersebut.

Kegiatan 2.3

Menata Tutup Botol



Ayo Kita Mencoba

Buatlah kelompok yang terdiri dari 5 anak. Setiap anak membawa 20 tutup botol air mineral. Kumpulkan tutup botol tersebut dalam satu kelompok. Siapkan kertas karton berukuran 2×1 meter persegi. Selanjutnya berikan lem pada bagian belakang dari tutup botol sehingga tutup botol tersebut dapat ditempelkan pada kertas karton. Tiap-tiap anak, secara bergantian, diberikan tugas untuk membuat susunan tutup botol berdasarkan urutan berikut: anak pertama melakukan Kegiatan 2.3.1, anak kedua melakukan Kegiatan 2.3.2, begitu seterusnya sampai anak kelima.

Kegiatan 2.3.1

Susunlah tutup botol yang ada dengan susunan seperti pada gambar di bawah ini



Sumber: Dokumen Kemdikbud

Gambar 2.3 Susunan tutup botol pada Kegiatan 2.3.1

Amatilah dan catat banyak tutup botol yang diperlukan untuk membuat susunan ke-1, ke-2, ke-3, ke-4, dan ke-5.

Kegiatan 2.3.2

Susunlah tutup botol yang ada dengan susunan seperti pada gambar di bawah ini

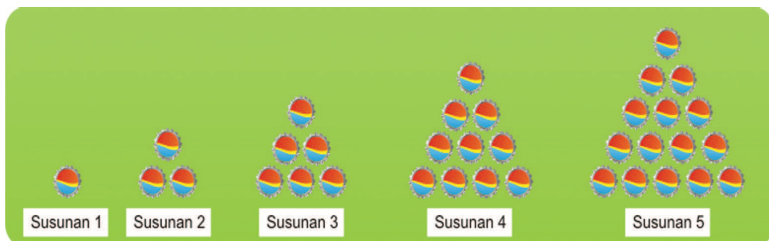


Sumber: Dokumen Kemdikbud

Gambar 2.4 Susunan tutup botol pada Kegiatan 2.3.2

Kegiatan 2.3.3

Susunlah tutup botol yang ada dengan susunan seperti pada gambar di bawah ini

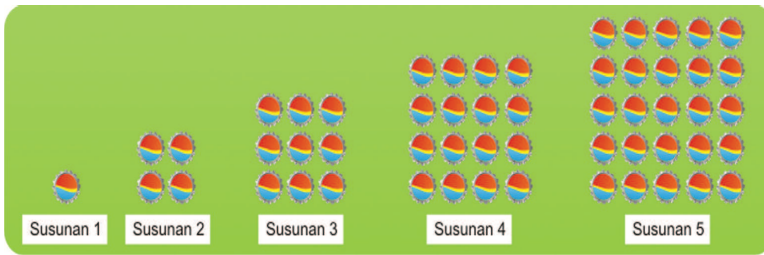


Sumber: Dokumen Kemdikbud

Gambar 2.5 Susunan tutup botol pada Kegiatan 2.3.3

Kegiatan 2.3.4

Susunlah tutup botol yang ada dengan susunan seperti pada gambar di bawah ini

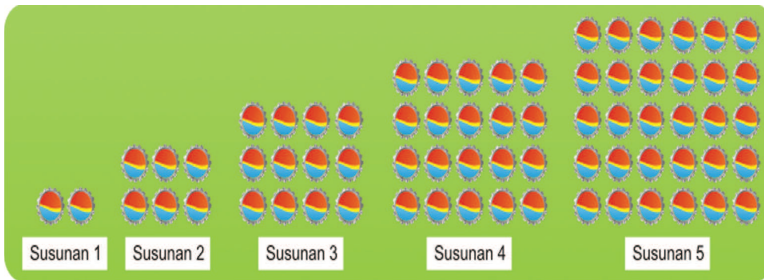


Sumber: Dokumen Kemdikbud

Gambar 2.6 Susunan tutup botol pada Kegiatan 2.3.4

Kegiatan 2.3.5

Susunlah tutup botol yang ada dengan susunan seperti pada gambar di bawah ini



Sumber: Dokumen Kemdikbud

Gambar 2.7 Susunan tutup botol pada Kegiatan 2.3.5

Amatilah dan catat banyak tutup botol yang diperlukan untuk membuat susunan ke-1, ke-2, ke-3, ke-4, dan ke-5.



Ayo Kita Amati

Pada Kegiatan 2.3.1 di atas, dapat diketahui banyak tutup botol yang digunakan untuk membuat susunan ke-1 adalah 1, susunan ke-2 adalah 3, dan seterusnya. Jumlah tutup botol yang digunakan untuk membuat tiap-tiap susunan pada setiap kegiatan berbeda. Hal ini terjadi karena aturan untuk membuat susunan pada setiap kegiatan juga berbeda.

Dari kegiatan pengamatan yang telah kamu lakukan dengan kelompokmu, hitunglah banyak tutup botol yang diperlukan untuk membuat tiap-tiap susunan pada setiap kegiatan. Tuliskan hasilmu pada tabel di bawah ini.

Tabel 2.1 Hasil pengamatan pada kegiatan menata tutup botol

Pola ke-	Banyak Tutup Botol
1	
2	
3	
4	
5	

Perhatikan hasil yang telah kamu dapatkan pada Tabel 2.1 berdasarkan kegiatan yang telah kamu lakukan pada Kegiatan 3.1 sampai dengan Kegiatan 3.5. Jawablah pertanyaan di bawah ini.

- Berapa banyak tutup botol yang diperlukan untuk membuat susunan ke-5 pada Kegiatan 2.3.2, susunan ke-4 pada Kegiatan 2.3.3, dan susunan ke-3 pada Kegiatan 2.3.4?
- Perhatikan kembali bilangan-bilangan yang menunjukkan banyaknya tutup botol pada kolom sebelah kanan Tabel 2.1. Tentukan jumlah tutup botol yang digunakan untuk membuat susunan ke-6, ke-7, dan ke-8 pada tiap-tiap kegiatan (dari Kegiatan 2.3.1 sampai dengan Kegiatan 2.3.5).



Ayo Kita Menalar

Menurutmu apakah bilangan-bilangan yang menunjukkan banyaknya tutup botol pada tiap-tiap susunan di masing-masing kegiatan memiliki aturan/pola tertentu? Bagaimanakah cara untuk mendapatkan susunan berikutnya?



Diskusi dan Berbagi

Setelah kamu melakukan Kegiatan 2.3, kini kamu telah mengetahui beberapa jenis pola bilangan. Sekarang coba kamu diskusikan dengan teman kelompokmu untuk menjawab pertanyaan berikut ini:

- Tuliskan 10 bilangan pertama dari tiap-tiap pola bilangan yang telah kamu pelajari pada Kegiatan 2.3.

Coba kamu amati susunan bilangan yang terdapat pada segitiga pascal tersebut. Susunan bilangan 1 merupakan baris ke-1, susunan bilangan-bilangan 1 1 merupakan baris ke-2, susunan bilangan-bilangan 1 2 1 merupakan baris ke-3, dan seterusnya. Isilah tabel berikut ini yang menyatakan hasil penjumlahan bilangan-bilangan pada tiap baris segitiga pascal. Hasil penjumlahan bilangan-bilangan pada tiap baris segitiga pascal selanjutnya disebut dengan jumlah baris.

Tabel 2.2 Penjumlahan Bilangan Pada Setiap Baris Segitiga Pascal

Baris ke-	Bentuk Penjumlahan	Jumlah Baris
1	1	1
2	$1 + 1$	2
3	$1 + 2 + 1$	4
4	...	...
5	...	...
6	...	...
7	...	...
8	...	...

- Berdasarkan Tabel 2.2, berapa jumlah baris ke-8 dari susunan bilangan segitiga Pascal?
- Tentukan jumlah baris ke-9, ke-10, ke-11 dari susunan bilangan segitiga Pascal tanpa menuliskan bentuk jumlahan seperti yang terdapat pada kolom ke-2 Tabel 2.2 di atas.



**Ayo Kita
Menanya**

Berdasarkan kegiatan yang telah kamu lakukan di atas, coba buatlah pertanyaan yang memuat kata-kata berikut: “jumlah baris segitiga Pascal” dan “pola bilangan”? Tulislah pertanyaanmu di buku tulis.



**Ayo Kita
Menalar**

Coba kamu amati jumlah baris dari susunan bilangan segitiga pascal yang terdapat pada kolom 3 Tabel 2.2. Kemudian, jawablah pertanyaan berikut ini:

- a. Apakah bilangan-bilangan yang menyatakan jumlah baris tersebut membentuk suatu pola tertentu?
- b. Bagaimanakah aturan untuk mendapatkan jumlah baris berikutnya?

Materi Esensi

Pola Bilangan

Pada beberapa kegiatan yang telah kamu lakukan di atas, kamu telah mempelajari beberapa jenis pola bilangan. Berikut ini adalah beberapa jenis pola bilangan tersebut.

A. Pola Bilangan Ganjil

Bilangan 1, 3, 5, 7, ... adalah susunan bilangan yang memiliki suatu pola yang dinamakan dengan *pola bilangan ganjil*. Urutan pertama adalah 1, urutan kedua adalah 3, urutan ketiga adalah 5, dan seterusnya. Bilangan berikutnya diperoleh dengan menambahkan 2 pada bilangan sebelumnya. Contoh dari pola bilangan ganjil bisa dilihat pada Kegiatan 3.1.

B. Pola Bilangan Genap

Bilangan 2, 4, 6, 8, ... adalah susunan bilangan yang memiliki suatu pola yang dinamakan dengan *pola bilangan genap*. Urutan pertama adalah 2, urutan kedua adalah 4, urutan ketiga adalah 6, dan seterusnya. Bilangan berikutnya diperoleh dengan menambahkan 2 pada bilangan sebelumnya. Contoh dari pola bilangan genap bisa dilihat pada Kegiatan 3.2.

C. Pola Bilangan Segitiga

Bilangan 1, 3, 6, 10, ... adalah susunan bilangan yang memiliki suatu pola yang dinamakan dengan *pola bilangan segitiga*. Urutan pertama adalah 1, urutan kedua adalah 3, urutan ketiga adalah 6, dan seterusnya. Bilangan-bilangan tersebut berasal dari penjumlahan bilangan cacah, yaitu $0 + 1 = 1$, $0 + 1 + 2 = 3$, $0 + 1 + 2 + 3 = 6$, dan seterusnya. Contoh dari pola bilangan segitiga bisa dilihat pada Kegiatan 3.3.

D. Pola Bilangan Persegi

Bilangan 1, 4, 9, 16, ... adalah susunan bilangan yang memiliki suatu pola yang dinamakan dengan *pola bilangan persegi*. Urutan pertama adalah 1, urutan kedua adalah 4, urutan ketiga adalah 9, dan seterusnya. Pola bilangan tersebut dinamakan pola bilangan persegi atau disebut juga pola bilangan kuadrat, karena untuk mendapatkannya berasal dari kuadrat bilangan asli, yaitu $1^2 = 1$, $2^2 = 4$, $3^2 = 9$, dan seterusnya. Contoh dari pola bilangan persegi bisa dilihat pada Kegiatan 3.4.

E. Pola Bilangan Persegi Panjang

Bilangan 2, 6, 12, 20, ... adalah susunan bilangan yang memiliki suatu pola yang dinamakan dengan *pola bilangan persegi panjang*. Urutan pertama adalah 2,

urutan kedua adalah 6, urutan ketiga adalah 12, dan seterusnya. Bilangan-bilangan tersebut diperoleh dengan cara mengalikan bilangan yang menunjukkan baris dengan bilangan yang menunjukkan kolom sebagai berikut:

baris		kolom		hasil
1	×	2	=	2
2	×	3	=	6
3	×	4	=	12
4	×	4	=	20

Aturannya adalah bilangan yang menunjukkan kolom nilainya selalu satu lebih banyak dari bilangan yang menunjukkan baris. Contoh dari pola bilangan persegi panjang bisa dilihat pada Kegiatan 3.5.

F. Pola Bilangan Segitiga Pascal

Bilangan-bilangan pada segitiga Pascal memiliki suatu pola tertentu, yaitu apabila dua bilangan yang saling berdekatan dijumlahkan maka akan menghasilkan bilangan-bilangan pada baris selanjutnya, kecuali 1. Sedangkan hasil penjumlahan bilangan pada tiap-tiap baris segitiga Pascal juga memiliki suatu pola dengan rumus 2^{n-1} , dengan n menunjukkan posisi baris pada segitiga pascal.

Tahukah Kamu?

Salah satu kegunaan dari susunan bilangan pada segitiga pascal adalah untuk menentukan koefisien-koefisien suku-suku hasil perpangkatan $(a + b)^n$, dengan n adalah bilangan asli.

$$\begin{array}{rcl}
 (a + b)^0 & = & 1 \\
 (a + b)^1 & = & a + b \\
 (a + b)^2 & = & a^2 + 2ab + b^2 \\
 (a + b)^3 & = & a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 \\
 & \vdots &
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{cccc}
 & & & 1 \\
 & & 1 & 1 \\
 & 1 & 2 & 1 \\
 1 & 3 & 3 & 1
 \end{array}$$

Perhatikan hasil penjabaran dari $(a + b)^3$ di atas. Koefisien a^3 adalah 1, koefisien a^2b adalah 3, koefisien ab^2 adalah 3, dan koefisien b^3 adalah 1.

Contoh 2.1

Menentukan Aturan Pada Susunan Bilangan

Tentukan aturan untuk mendapatkan bilangan berikutnya pada tiap-tiap susunan bilangan berikut ini dan tentukan empat bilangan berikutnya!

- 1, 4, 7, 10, ..., ..., ..., ...
- 1, 4, 16, 64, ..., ..., ..., ...
- 1, 8, 27, 64, ..., ..., ..., ...
- 2.000, 1.800, 1.600, 1.400, ..., ..., ..., ...

Alternatif Penyelesaian:

- 1, 4, 7, 10, ..., ..., ..., ...

Bilangan pertama pada susunan bilangan di atas adalah 1. Bilangan berikutnya diperoleh dengan menambahkan 3 pada bilangan sebelumnya. Empat bilangan berikutnya adalah 13, 16, 19, dan 22.

- 1, 4, 16, 64, ..., ..., ..., ...

Bilangan pertama pada susunan bilangan di atas adalah 1. Bilangan berikutnya diperoleh dengan mengalikan 4 pada bilangan sebelumnya. Empat bilangan berikutnya adalah 256, 1.024, 4.096, dan 16.384.

- 1, 8, 27, 64, ..., ..., ..., ...

Bilangan pertama pada susunan bilangan di atas adalah $1 = 1^3$, bilangan kedua adalah $1 = 2^3$, bilangan ketiga adalah $27 = 3^3$, bilangan keempat adalah $64 = 4^3$. Bilangan berikutnya diperoleh dengan melakukan pemangkatan tiga terhadap urutan bilangan tersebut. Empat bilangan berikutnya adalah $5^3 = 125$, $6^3 = 216$, $7^3 = 343$, dan $8^3 = 512$.

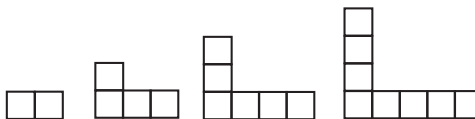
- 2.000, 1.800, 1.600, 1.400, ..., ..., ..., ...

Bilangan pertama pada susunan bilangan di atas adalah 2000. Bilangan berikutnya diperoleh dengan mengurangi 200 pada bilangan sebelumnya. Empat bilangan berikutnya adalah 1.200, 1.000, 800, 600.

Contoh 2.2

Menentukan Pola Bilangan Pada Susunan Kardus

Perhatikan susunan kardus yang dibentuk menurut aturan seperti pada gambar di bawah ini:



Gambar 2.9 Susunan Kardus

- Buatlah tabel yang menunjukkan banyaknya kardus yang digunakan untuk membuat susunan ke-1, ke-2, ke-3, dan ke-4!

- b. Pola bilangan apa yang kalian dapatkan?
- c. Berapakah jumlah kardus yang diperlukan untuk membuat susunan ke-100?

Alternatif Penyelesaian:

- a. Tabel berikut menunjukkan banyak kardus yang digunakan untuk membuat susunan ke-1 sampai pola ke-4.

Susunan ke-	1	2	3	4
Jumlah Kardus	2	4	6	8

- b. Susunan berikutnya diperoleh dengan menambahkan satu buah kardus pada bagian atas, serta satu buah kardus pada bagian kanan. Sehingga untuk mendapatkan jumlah kardus yang dibutuhkan agar dapat membuat susunan berikutnya adalah dengan menambahkan dua buah kardus pada susunan sebelumnya. Jika kamu perhatikan, pola bilangan yang terbentuk merupakan pola bilangan genap. Bilangan pertama adalah dua, dan untuk mendapatkan bilangan berikutnya dapat diperoleh dengan menambahkan dua pada bilangan sebelumnya.
- c. Jumlah kardus yang diperlukan untuk membuat susunan ke-100 sama dengan bilangan genap yang ke-100. Sehingga jumlah kardus yang diperlukan untuk membuat susunan ke-100 adalah 200 buah kardus.



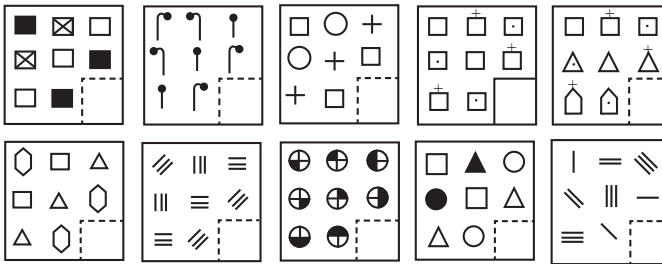
*Ayo Kita
Tinjau Ulang*

1. Sebutkan beberapa jenis pola bilangan yang telah kamu pelajari pada bab ini dan sebutkan aturan untuk tiap-tiap pola bilangan tersebut.
2. Salinlah urutan bilangan berikut ini, kemudian isilah bagian yang kosong sehingga membentuk susunan bilangan dengan pola tertentu. Tentukan aturan untuk mendapatkan pola berikutnya.
 - a. 3, ..., 11, 15, ..., 23, ..., 31
 - b. 85, 78, ..., 64, 57, ..., 43, ...
 - c. 32, -16, 8, ..., 2, ..., $\frac{1}{2}$, ..., ...
 - d. ..., $\frac{1}{3}$, 1, ..., 9, 27, ..., 243, ...

Latihan 2.1

Pola Bilangan

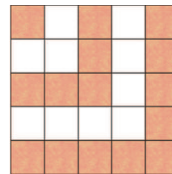
- Tentukan 3 bilangan berikutnya dari susunan bilangan yang ada di bawah ini!
 - 2, 10, 50, 250, ..., ..., ...
 - 192, 96, 48, 24, ..., ..., ...
 - 164, 172, 180, 188, ..., ..., ...
 - $\frac{3}{4}, 1, \frac{4}{3}, \frac{16}{9}, \dots, \dots, \dots$
 - 243, 81, 27, 9, ..., ..., ...
- Lengkapilah susunan gambar yang ada di bawah ini pada bagian yang kosong.



Sumber: Dokumen Kemdikbud

Gambar 2.10 Melengkapi susunan gambar

- Lengkapilah susunan bilangan di bawah ini berdasarkan pola yang ada pada tiap-tiap susunan bilangan!
 - 3, 5, 9, 15, 22, ..., 39, ..., ...
 - 5, 10, 8, 14, 11, 18, ..., ..., ...
 - 99, 94, 97, 92, 95, ..., ..., 88, ...
 - 1, 4, 20, 80, ..., 1600, 8000, ..., ...
 - 5, 6, 9, 14, 21, ..., ..., 54, ...
- Susunan Lantai.** Coba kamu perhatikan susunan lantai dari beberapa buah persegi yang diarsir seperti pada gambar di samping ini. Susunan persegi tersebut membentuk suatu pola tertentu. Berapakah banyak persegi yang diarsir pada pola ke-7?



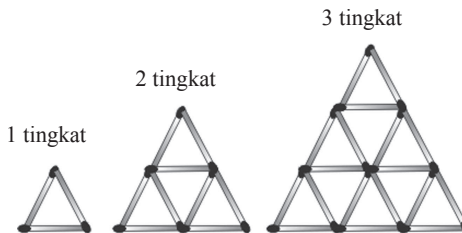
Gambar 2.11 Susunan lantai

5. Perhatikan susunan segitiga pada gambar di bawah ini:



Gambar 2.12 Susunan segitiga

- Tuliskanlah jumlah segitiga pada susunan ke-1 sampai susunan ke-6!
 - Berapakah jumlah segitiga pada susunan ke-10?
 - Berapakah jumlah segitiga pada susunan ke- n ?
6. Amir mencoba membuat sebuah menara yang disusun dari batang korek api. Berikut adalah susunan menara korek api yang dibuat oleh Amir.



Sumber: Dokumen Kemdikbud

Gambar 2.13 Susunan Batang Korek Api

- Buatlah tabel yang menunjukkan banyaknya korek api yang digunakan untuk membuat menara 1 tingkat, 2 tingkat, sampai dengan 8 tingkat!
 - Berapakah banyak korek api yang digunakan jika Amir ingin membuat susunan 10 tingkat?
 - Berapa banyak batang korek api yang digunakan untuk membuat n tingkat? Jelaskan jawabanmu!
7. Wawan memiliki 7 buah kotak dengan ukuran yang berbeda-beda. Masing-masing kotak berbentuk kubus. Wawan harus mengisi tiap kotak tersebut dengan kubus-kubus kecil yang memiliki panjang sisi 1 cm. Wawan telah mengisi 3 kotak. Jumlah kubus kecil yang tepat masuk ke dalam tiap-tiap kotak adalah sebagai berikut:

343, 216, 125, ..., ..., ..., ...

Lengkapilah jumlah kubus kecil yang dibutuhkan untuk keempat kotak selanjutnya!

8. Lengkapilah bagian-bagian yang kosong dalam pola bilangan di bawah ini:

$$(1 \times 9) + 2 = 11$$

$$(12 \times 9) + \dots = 111$$

$$(\dots \times 9) + 4 = 1.111$$

$$(\dots \times \dots) + 5 = 11.111$$

$$(\dots \times \dots) + \dots = 111.111$$

$$(\dots \times \dots) + \dots = 1.111.111$$

9. Perhatikan pola bilangan di bawah ini:

a. 1

2 3

4 5 6

7 8 9 10

11 12 13 14 15

⋮

b. 1

2 3 4

5 6 7 8 9

10 11 12 13 14 15 16

17 18 19 20 21 22 23 24 25

⋮

Tentukan bilangan pertama pada baris ke-40, 60, dan 100 dari masing-masing susunan bilangan di atas! Bagaimana caramu mendapatkannya? Apakah kamu dapat menentukan bilangan pertama pada baris ke- n untuk masing-masing susunan bilangan di atas? Jelaskan secara singkat!

B. Barisan Bilangan



**Pertanyaan
Penting**

Perhatikan kembali contoh-contoh susunan bilangan yang telah kamu pelajari pada Bab 2.1. Susunan bilangan tersebut memiliki suatu pola atau aturan tertentu. Apa yang dimaksud barisan bilangan? Untuk mengetahui jawabannya coba lakukan kegiatan-kegiatan berikut ini.

Kegiatan 2.5

Menentukan Urutan dalam Barisan Berdasarkan Tinggi Badan



Ayo Kita Amati

Pada setiap hari Senin pagi, seluruh siswa SMP Ceria selalu melaksanakan upacara bendera. Mereka semua berbaris secara rapi agar dapat mengikuti upacara

bendera secara khidmat. Setiap kelas di SMP Ceria terdiri dari 20 orang siswa. Pada kelas IX A, jumlah siswa laki-laki adalah 10 orang dan jumlah siswa perempuan juga 10 orang. Formasi barisan yang dibentuk oleh tiap-tiap kelas adalah terdiri dari 2 baris yang sejajar, dimana baris pertama diisi oleh siswa laki-laki dan baris kedua diisi oleh siswa perempuan. Berikut adalah data siswa laki-laki beserta tinggi badannya di kelas IX A:

Tabel 2.3 Data Tinggi Badan Siswa Kelas IX A SMP Ceria (dalam cm)

Nama Siswa	Tinggi Badan
Fahim	157
Mufid	154
Wawan	163
Hafid	169
Budi	173
Aldo	176
Stevan	151
Andika	165
Andre	160
Rudi	179



**Ayo Kita
Mencoba**

Coba kamu perhatikan data tinggi badan dari 10 siswa kelas IX A SMP Ceria seperti yang terlihat pada Tabel 2.3.

- Siapakah siswa tertinggi dan siswa terpendek dalam kelas tersebut?
- Coba kamu urutkan siswa-siswa tersebut dalam suatu barisan sesuai dengan tinggi badan tiap-tiap siswa dari yang terpendek sampai yang tertinggi. Tuliskan hasilmu dalam tabel berikut ini.

Tabel 2.4 Hasil Pengurutan Siswa Berdasarkan Tinggi Badan (dalam cm)

Urutan ke-	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Nama Siswa										
Tinggi Badan										

- c. Siapakah siswa yang terletak pada urutan ke-5 dan ke-8, dan berapa tinggi siswa tersebut?



Ayo Kita Menalar

Menurutmu, bagaimana aturan untuk mengurutkan kesepuluh siswa tersebut dalam satu barisan berdasarkan tinggi badannya?

Informasi Utama

Susunan bilangan yang menyatakan tinggi badan kesepuluh siswa tersebut membentuk suatu **barisan bilangan** dengan aturan/pola tertentu. Bilangan-bilangan yang terdapat dalam barisan bilangan tersebut dikenal dengan nama **suku**. Secara umum suku-suku pada barisan bilangan dapat dituliskan sebagai $U_1, U_2, U_3, \dots, U_n$.



Ayo Kita Simpulkan

Dari Kegiatan 2.5 di atas, kesimpulan apa yang kamu peroleh?

Apa yang dimaksud dengan **barisan bilangan**?

Apa yang dimaksud **suku** dari barisan bilangan?

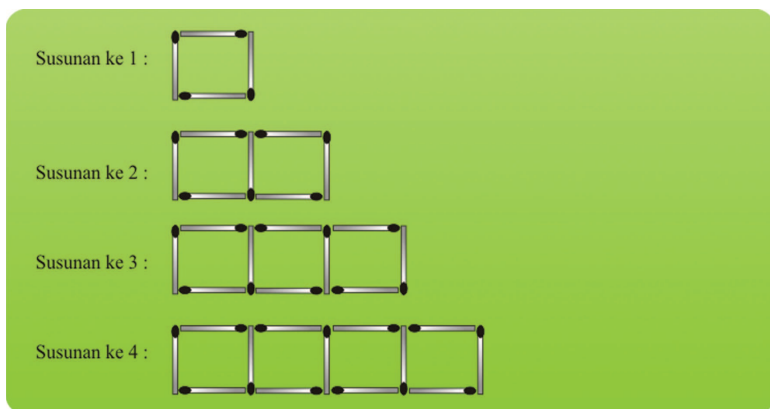
Kegiatan 2.6

Menyusun Batang Korek Api



Ayo Kita Mencoba

Buatlah kelompok yang terdiri dari 3 atau 4 anak. Sediakan 2 kotak korek api dan kertas karton. Pada tiap-tiap batang korek api oleskan lem sehingga batang korek api tersebut dapat ditempelkan pada kertas karton. Tempelkan batang korek api tersebut pada kertas karton dengan susunan seperti pada gambar di bawah ini:



Sumber: Dokumen Kemdikbud

Gambar 2.14 Susunan batang korek api



Ayo Kita Amati

Coba kamu amati susunan yang dibentuk dari batang korek api seperti pada gambar di atas. Pada kegiatan tersebut, dapat dilihat bahwa untuk membuat susunan ke-1 dan ke-2 masing-masing diperlukan 4 dan 7 batang korek api. Berapa banyak batang korek api yang diperlukan untuk membuat susunan ke-3, ke-4, dan ke-5? Tuliskan hasil pengamatanmu pada tabel berikut:

Tabel 2.5 Hasil pengamatan banyak batang korek api pada tiap susunan

Susunan ke-	Banyak batang korek api
1	4
2	7
3	...
4	...
5	...

Menurutmu, berapakah jumlah tutup batang korek api yang diperlukan untuk membuat pola ke-6 dan ke-7?



Ayo Kita Menalar

Perhatikan kembali bilangan yang menunjukkan banyaknya batang korek api dari hasil pengamatanmu pada kolom kedua Tabel 2.5, setelah itu jawablah pertanyaan di bawah ini.

- Apakah bilangan yang menunjukkan banyaknya batang korek api yang dibutuhkan untuk membuat setiap susunan membentuk suatu barisan bilangan?
- Berdasarkan Tabel 2.5, bagian mana yang menunjukkan suku-suku dari barisan bilangan yang terbentuk?
- Bagaimana aturan untuk mendapatkan suku berikutnya dari barisan bilangan tersebut?
- Apakah selisih antara dua suku yang berurutan selalu sama/tetap?

Informasi Utama

Dari Kegiatan 2.6 yang telah kamu lakukan, dapat kamu lihat bahwa susunan bilangan yang menyatakan banyaknya batang korek api untuk membuat tiap-tiap susunan membentuk suatu barisan bilangan yang disebut dengan **barisan aritmetika**. Selisih antara dua suku yang berurutan selalu tetap dan disebut **beda**.



Ayo Kita Simpulkan

Dari Kegiatan 2.6 di atas, kesimpulan apa yang kamu peroleh?

Apakah yang dimaksud dengan **barisan aritmetika**? Jawablah dengan menggunakan kata-katamu sendiri.



Ayo Kita Mencoba

Perhatikan kembali kolom 2 pada Tabel 2.5. Bilangan-bilangan yang menunjukkan banyaknya batang korek api yang diperlukan untuk membuat susunan pertama sampai kelima dapat dituliskan dalam bentuk 4, 7, 10, 13, 16. Apakah kamu dapat menentukan banyaknya batang korek api yang diperlukan untuk membuat susunan ke-10 dan ke-100? Dapatkah kamu menjelaskan secara singkat cara menentukannya?

Untuk menjawab pertanyaan tersebut lakukan kegiatan di bawah ini. Banyaknya batang korek api yang digunakan untuk membuat tiap-tiap susunan selanjutnya disebut suku dari barisan aritmetika yang terbentuk. Lengkapi tabel di bawah ini:

Susunan ke-	Suku	Pola Bilangan dengan Beda 3
1	4	$4 = 4 + (1 - 1) \times 3$
2	7	$7 = 4 + (2 - 1) \times 3$
3	10	$10 = 4 + (3 - 1) \times 3$
4	13	$13 = 4 + (4 - 1) \times 3$
5	...	...
6	...	...
7	...	...
8	...	...

Informasi Utama

Perhatikan bilangan-bilangan pada kolom kedua tabel di atas, bilangan 4 menyatakan suku ke-1 dari barisan aritmetika tersebut. Bilangan 7 menyatakan suku ke-2 dari barisan aritmetika tersebut, dan seterusnya. Sekarang perhatikan kolom sebelah kanan dari tabel di atas.

Suku kedua adalah 7, dengan demikian didapatkan bentuk pola bilangan dengan beda 3 adalah $7 = 4 + (2 - 1) \times 3$. Angka 4 pada bagian pertama ruas kanan persamaan tersebut menunjukkan **suku pertama** dari barisan aritmetika yang terbentuk. Angka 2 menunjukkan bahwa 7 merupakan **suku ke-2**. Sedangkan angka 3 menunjukkan **beda** dari barisan aritmetika tersebut.



*Ayo Kita
Menanya*

Berdasarkan hasil pengamatanmu di atas, coba buatlah pertanyaan yang berkaitan dengan kegiatan tersebut. Berikut adalah salah satu contoh pertanyaan: Apakah hubungan antara suku pertama dengan suku-suku berikutnya pada barisan aritmetika? Tuliskan pertanyaanmu dalam buku tulis.



*Ayo Kita
Menalar*

- Bagaimana caramu menentukan suku ke-9, 10, dan 11 dari barisan aritmetika tersebut? Berapakah nilainya?

- b. Menurutmu, apa hubungan antara suku pertama, beda, dengan nilai tiap-tiap suku dari barisan aritmetika tersebut ?
- c. Tentukan suku ke 100, 500, dan 1.000 dari barisan aritmetika tersebut.



Diskusi dan Berbagi

- a. Perhatikan kembali kolom sebelah kanan pada tabel di atas. Tentukan rumus umum suku ke- n pada barisan aritmetika tersebut sesuai dengan bentuk yang terdapat pada kolom sebelah kanan tabel di atas.
- b. Jika suku pertama dari suatu barisan aritmetika disimbolkan dengan a , beda dari barisan aritmetika disimbolkan dengan b , dan suku ke- n dari barisan aritmetika disimbolkan dengan U_n , tuliskan rumus suku ke- n yang melibatkan a dan b .

Tuliskan hasil diskusi tersebut secara rapi. Bersiaplah untuk diskusi di depan kelas, dan paparkan jawabanmu di depan temanmu.



Ayo Kita Simpulkan

Dari kegiatan di atas, kesimpulan apa yang kamu peroleh?

Bagaimana rumus suku ke- n (disimbolkan dengan U_n) dari suatu barisan aritmetika jika diketahui suku pertama adalah a dan beda dalam barisan aritmetika adalah b ?

Kegiatan 2.7

Melipat dan Menghitung Potongan Kertas



Ayo Kita Mencoba

Pada kegiatan ini, kamu diwajibkan untuk membawa satu lembar kertas hvs. Ikuti langkah-langkah kegiatan di bawah ini:

1. Lipatlah satu lembar kertas yang telah kalian bawa sehingga menjadi 2 bagian yang sama. Guntinglah menurut lipatan tersebut. Ada berapa banyak potongan kertas?
2. Susunlah semua potongan kertas tersebut sehingga saling menutup. Lipatlah susunan kertas tersebut menjadi 2 bagian yang sama, kemudian guntinglah menurut lipatan tersebut. Ada berapa banyak potongan kertas sekarang?
3. Lakukan kegiatan tersebut sampai 7 kali!



Ayo Kita Amati

Coba kamu amati jumlah potongan kertas yang ada setiap kali kamu melakukan kegiatan melipat dan menggunting kertas. Setelah melakukan kegiatan ini sebanyak 1 dan 2 kali, diperoleh banyak potongan kertas yang ada masing-masing sebanyak 2 dan 4. Tuliskan hasil pengamatanmu pada tabel di bawah ini:

Tabel 2.6 Hasil pengamatan jumlah potongan kertas yang terbentuk

Kegiatan Melipat dan Menggunting Kertas ke-	Banyak Potongan Kertas
1	2
2	4
3	...
4	...
5	...
6	...
7	...

- Berapakah banyak potongan kertas setelah kamu melakukan kegiatan tersebut sampai 8 kali?
- Tentukan banyak potongan kertas jika kamu melakukan kegiatan melipat dan menggunting kertas tersebut sampai 10 kali?



Ayo Kita Menalar

Perhatikan kembali bilangan-bilangan pada pengamatan terhadap banyak potongan kertas yang terbentuk sesuai Tabel 2.6. Setelah itu jawablah pertanyaan di bawah ini:

- Apakah bilangan yang menyatakan banyak potongan kertas membentuk suatu barisan bilangan?
- Berdasarkan Tabel 2.6, bagian manakah yang menunjukkan suku-suku dari barisan bilangan yang terbentuk?
- Bagaimana aturan untuk mendapatkan suku berikutnya dari barisan bilangan tersebut?
- Apakah perbandingan antara dua suku yang berurutan selalu sama/tetap?

Informasi Utama

Dari Kegiatan 2.7 yang telah kamu lakukan, dapat kamu lihat bahwa susunan bilangan yang menyatakan banyaknya potongan kertas pada tiap-tiap kegiatan melipat dan menggunting kertas membentuk suatu barisan bilangan yang disebut dengan **barisan geometri**. Perbandingan antara dua suku yang berurutan selalu bernilai tetap dan disebut **rasio**.



Ayo Kita Simpulkan

Dari Kegiatan 2.7 di atas, kesimpulan apa yang kamu peroleh?

Apakah yang dimaksud dengan **barisan geometri**? Jawablah dengan menggunakan kata-katamu sendiri.



Ayo Kita Amati

Perhatikan kembali kolom 2 pada Tabel 2.6. Bilangan-bilangan yang menunjukkan jumlah potongan kertas yang ada pada kegiatan melipat dan memotong kertas ke-1 sampai ke-7 dapat dituliskan dalam bentuk 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128. Apakah kamu dapat menentukan banyak potongan kertas yang terbentuk pada kegiatan ke-8 dan kegiatan ke-10? Dapatkah kamu menjelaskan secara singkat cara menentukannya?

Untuk menjawab pertanyaan tersebut lakukan kegiatan di bawah ini. Banyaknya potongan kertas pada tiap-tiap kegiatan melipat dan menggunting kertas selanjutnya disebut suku dari barisan geometri yang terbentuk. Lengkapi tabel di bawah ini.

Susunan ke-	Suku	Pola Bilangan dengan Rasio 2
1	2	$2 = 2 \times 2^{1-1}$
2	4	$4 = 2 \times 2^{2-1}$
3	8	$8 = 2 \times 2^{3-1}$
4	16	$16 = 2 \times 2^{4-1}$
5	...	...
6	...	...
7	...	...
8	...	...

Informasi Utama

Perhatikan bilangan-bilangan pada kolom kedua tabel di atas, bilangan 2 menyatakan suku ke-1 dari barisan geometri tersebut. Bilangan 4 menyatakan suku ke-2 dari barisan geometri tersebut, dan seterusnya. Sekarang perhatikan kolom sebelah kanan dari tabel di atas.

Suku ketiga adalah 8, dengan demikian didapatkan bentuk pola bilangan dengan rasio 2 adalah $8 = 2 \times 2^{3-1}$. Angka 2 pada bagian pertama ruas kanan persamaan tersebut menunjukkan suku pertama dari barisan geometri yang terbentuk. Pada bagian perpangkatan, angka 2 yang merupakan basis dari perpangkatan tersebut menunjukkan rasio dari barisan geometri. Sedangkan angka 3 menunjukkan bahwa 8 merupakan suku ke-3 dari barisan geometri tersebut.



Ayo Kita Menanya

Berdasarkan hasil pengamatanmu di atas, coba buatlah pertanyaan yang berkaitan dengan barisan geometri. Tuliskan pertanyaan kalian di buku tulis.



Ayo Kita Menalar

- Bagaimana caramu menentukan suku ke-9, 10 dan 11 dari barisan aritmetika tersebut? Berapakah nilainya?
- Menurutmu, apa hubungan antara suku pertama, rasio, dengan nilai tiap-tiap suku dari barisan geometri tersebut ?
- Tentukan suku ke 15 dan 20 dari barisan geometri tersebut.



Diskusi dan Berbagi

- Perhatikan kembali kolom sebelah kanan pada tabel di atas. Tentukan rumus umum suku ke- n pada barisan geometri tersebut sesuai dengan bentuk yang terdapat pada kolom sebelah kanan tabel di atas?
- Jika suku pertama dari barisan geometri tersebut disimbolkan dengan a , rasio dari barisan geometri disimbolkan dengan r , dan suku ke- n dari barisan geometri disimbolkan dengan U_n , tuliskan rumus suku ke- n yang melibatkan a dan r .

Tuliskan hasil diskusi tersebut secara rapi. Bersiaplah untuk diskusi di depan kelas, dan paparkan jawabanmu di depan temanmu.



Bagaimana rumus suku ke- n (disimbolkan dengan U_n) dari suatu barisan geometri jika diketahui suku pertama adalah a dan rasio dalam barisan geometri adalah r ?

Barisan Bilangan

A. Barisan Aritmetika

A diagram showing an arithmetic sequence: 4, 7, 10, 13, 16, ... Below the terms, four curved arrows point from each term to the next, each labeled with $+3$.

$$U_2 - U_1 = 3$$

$$U_3 - U_2 = 3$$

$$U_4 - U_3 = 3$$

•
•
•

...

$$U_n - U_{n-1} = 3$$

Pada barisan aritmetika tersebut, diketahui bahwa suku pertama adalah 4, dan beda barisan aritmetika tersebut adalah 3, sehingga rumus suku ke- n adalah $U_n = 4 + (n - 1) \times 3$.

Barisan bilangan $U_1, U_2, U_3, \dots, U_n$ disebut **barisan aritmetika** jika selisih antara dua suku yang berurutan selalu tetap. Selisih antara dua suku yang berurutan disebut dengan **beda**.

Secara umum, suatu barisan aritmetika dengan suku pertama $U_1 = a$, dan beda antara dua suku yang berurutan adalah b , maka suku ke- n barisan aritmetika tersebut adalah $U_n = a + (n - 1) \times b$.

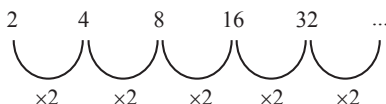
Tahukah Kamu?

Barisan aritmetika disebut barisan aritmetika naik jika suku-sukunya makin besar, dengan kata lain beda pada barisan aritmetika adalah positif.

Barisan aritmetika disebut barisan aritmetika turun jika suku-sukunya makin kecil, dengan kata lain beda pada barisan aritmetika adalah negatif.

B. Barisan Geometri

Coba kamu perhatikan kembali hasil yang telah kamu dapatkan pada Tabel 2.6. Suku-suku pada barisan bilangan tersebut ditulis secara berurutan seperti di bawah ini



Terlihat bahwa perbandingan antar dua suku berurutan adalah 2, atau bisa dituliskan:

$$\frac{U_2}{U_1} = 2$$

$$\frac{U_3}{U_2} = 2$$

$$\frac{U_4}{U_3} = 2$$

$\vdots$

$$\frac{U_n}{U_{n-1}} = 2$$

Suku berikutnya diperoleh dengan cara mengalikan suku sebelumnya dengan 2. Angka 2 ini selanjutnya disebut dengan **pembanding/rasio**.

Pada barisan geometri tersebut, diketahui bahwa suku pertama adalah 2, dan rasio dari barisan tersebut adalah 2, maka rumus suku ke- n adalah $U_n = 2 \times 2^{n-1}$

Barisan bilangan $U_1, U_2, U_3, \dots, U_n$ disebut **barisan geometri** jika perbandingan antara dua suku yang berurutan selalu tetap. Nilai perbandingan antara dua suku yang berurutan pada barisan geometri disebut dengan **pembanding/rasio**.

Secara umum, suatu barisan geometri dengan suku pertama $U_1 = a$, dan perbandingan/rasio antara dua suku yang berurutan adalah r , maka suku ke- n barisan geometri tersebut adalah $U_n = a \times r^{n-1}$

Tahukah Kamu?

Barisan geometri disebut barisan geometri naik jika suku-sukunya makin besar, dengan kata lain rasio pada barisan geometri lebih dari 1.

Barisan geometri disebut barisan geometri turun jika suku-sukunya makin kecil, dengan kata lain rasio pada barisan geometri kurang dari 1.

Contoh 2.3

Suku-suku pada Barisan Bilangan Genap

Tuliskan 5 suku pertama pada barisan bilangan genap dan tentukan suku ke-57!

Alternatif Penyelesaian:

Diketahui:

Suatu barisan bilangan genap dengan

- suku pertama $a = 2$
- beda $b = 2$

Ditanya:

5 suku pertama dan suku ke-57

Jawab:

Suku pertama pada barisan bilangan genap adalah 2, atau bisa ditulis dengan $U_1 = 2$. Suku berikutnya pada barisan bilangan genap dapat diperoleh dengan menambahkan 2 pada suku sebelumnya, sehingga beda pada barisan tersebut adalah 2. Sehingga keempat suku berikutnya adalah $U_2 = 4$, $U_3 = 6$, $U_4 = 8$, $U_5 = 10$.

Dari $a = 2$ dan $b = 2$, maka kita bisa dapatkan nilai dari U_{57} yaitu

$$U_n = a + (n - 1) \times b$$

$$U_{57} = a + (57 - 1) \times b$$

$$= 2 + (57 - 1) \times 2$$

$$= 2 + 56 \times 2$$

$$= 2 + 112$$

$$= 114$$

Jadi suku ke-57 pada barisan bilangan genap adalah 114.

Contoh 2.4**Sisi-sisi pada Segitiga Siku-siku**

Sisi-sisi dari suatu segitiga siku-siku membentuk barisan aritmetika. Jika panjang sisi miringnya adalah 40 cm, maka tentukan panjang sisi siku-siku yang terpendek!

Alternatif Penyelesaian:

Diketahui:

- Suatu segitiga siku-siku memiliki sisi miring dengan panjang 40 cm.
- Ketiga sisi segitiga siku-siku membentuk suatu barisan aritmetika dengan beda sebesar b

Ditanya:

Panjang sisi siku-siku terpendek

Jawab:

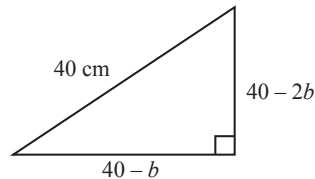
Langkah 1: Tuliskan sisi-sisi segitiga dalam bentuk barisan aritmetika

Coba kamu perhatikan gambar segitiga siku-siku di samping. Kita bisa tuliskan panjang sisi-sisinya sesuai dengan bentuk barisan aritmetika sebagai berikut:

$$U_1 = 40 - 2b$$

$$U_2 = 40 - b$$

$$U_3 = 40$$



Sisi-sisi segitiga siku-siku

Gambar 2.15 Sisi-sisi segitiga siku-siku

Langkah 2: Gunakan teorema Pythagoras

Dengan menggunakan teorema Pythagoras diperoleh persamaan berikut:

$$40^2 = (40 - 2b)^2 + (40 - b)^2$$

$$1.600 = (1.600 - 160b + 4b^2) + (1.600 - 80b + b^2)$$

$$1.600 = 3.200 - 240b + 5b^2$$

Langkah 3: Selesaikan bentuk persamaan kuadrat untuk memperoleh nilai b

Selesaikan bentuk persamaan kuadrat yang telah kita peroleh dengan cara mengurangkan kedua ruas dengan 1.600, sehingga didapatkan:

$$0 = 5b^2 - 240b + 1.600$$

Persamaan di atas bisa kita jabarkan dan tuliskan kembali menjadi

$$(5b - 40)(b - 40) = 0$$

Didapatkan penyelesaiannya adalah $b = 8$ atau $b = 40$, akan tetapi nilai $b = 40$ tidak memenuhi, karena ketika substitusikan nilai ini ke dalam barisan aritmetika akan diperoleh nilai -40 dan 0 pada panjang sisi segitiga, sedangkan panjang dari segitiga tidak mungkin bernilai negatif maupun 0.

Dari penjelasan tersebut kita dapatkan nilai beda $b = 8$.

Langkah 4: Substitusikan nilai b ke dalam tiap suku barisan aritmetika

Substitusikan nilai ini pada barisan aritmetika yang telah kita definisikan di atas, sehingga diperoleh:

$$U_1 = 40 - 2b = 40 - 2(8) = 40 - 16 = 24$$

$$U_2 = 40 - b = 40 - 8 = 32$$

$$U_3 = 40$$

Jadi panjang sisi siku-siku yang terpendek pada segitiga siku-siku tersebut adalah 24 cm.



**Ayo Kita
Menalar**

Dengan prosedur yang hampir sama dengan Contoh 42. di atas, dapatkan panjang sisi miring dari suatu segitiga siku-siku jika diketahui panjang sisi tegak yang merupakan sisi terpendek adalah 6 cm dan sisi-sisi dari segitiga tersebut juga membentuk suatu barisan aritmetika! Jelaskan secara singkat langkah-langkah penyelesaiannya!

Contoh 2.5

Pertumbuhan Jumlah Penduduk

Kota A memiliki populasi sebanyak 100.000 jiwa pada bulan Januari 2015. Pemerintah kota tersebut bertekad untuk meningkatkan semua sarana dan prasarana di kota A sehingga jumlah penduduk di kota A bisa mengalami peningkatan tetap sebesar 20% setiap tahunnya.

Berapakah jumlah penduduk kota A pada bulan Januari 2020?

Buatlah grafik pertumbuhan jumlah penduduk kota A dari bulan Januari 2015 sampai dengan Januari 2020!



Sumber: <http://saly-enjoy.blogspot.com>

Gambar 2.16 Pertumbuhan jumlah penduduk

Alternatif Penyelesaian:

Diketahui:

- Populasi awal kota A pada Januari 2015 adalah $a = 100.000$
- Peningkatan penduduk kota A tiap tahun adalah tetap sebesar $20\% = 0,2$

Ditanya:

Jumlah penduduk kota A pada Januari 2020 dan grafik pertumbuhan penduduk

Jawab:

Langkah 1: Tentukan rasio pertumbuhan penduduk r

Pertumbuhan jumlah penduduk merupakan salah satu aplikasi dari barisan geometri naik. Diketahui bahwa setiap tahunnya terjadi peningkatan tetap pada jumlah penduduk kota A sebesar 20% , sehingga pada tahun berikutnya jumlah seluruh penduduk kota A akan menjadi 120% dari populasi yang ada pada tahun saat ini.

Dengan demikian maka tiap tahunnya jumlah penduduk kota A akan menjadi $1,2$ kali jumlah penduduk pada tahun ini, sehingga rasio pertumbuhan penduduk kota A adalah $r = 1,2$.

Langkah 2: Gunakan r untuk mendapatkan suku berikutnya

Populasi awal penduduk pada Januari 2015 adalah $a = 100.000$, dengan menggunakan perhitungan maka didapatkan:

Populasi penduduk kota A pada bulan Januari 2016 hingga bulan Januari 2020 masing-masing dinyatakan dengan U_2, U_3, U_4, U_5 , dan U_6 .

$$U_2 = ar = 100.000 (1,2) = 120.000$$

$$U_3 = ar^2 = 100.000 (1,2^2) = 144.000$$

$$U_4 = ar^3 = 100.000 (1,2^3) = 172.800$$

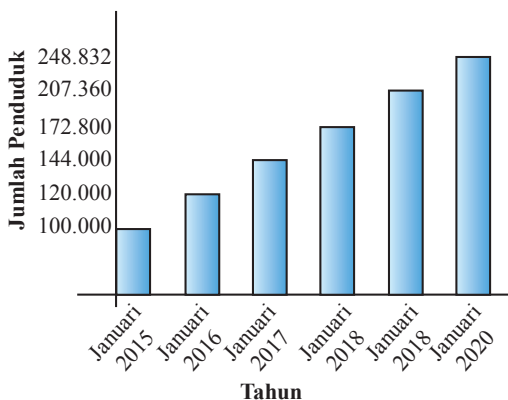
$$U_5 = ar^4 = 100.000 (1,2^4) = 207.360$$

$$U_6 = ar^5 = 100.000 (1,2^5) = 248.832$$

Berikut ini adalah tabel yang menunjukkan pertumbuhan penduduk kota A dari Januari 2015 sampai dengan Januari 2020:

Bulan/ Tahun	Januari 2015	Januari 2016	Januari 2017	Januari 2018	Januari 2019	Januari 2020
Jumlah Penduduk	100.000	120.000	144.000	172.800	207.360	248.832

Gambar di bawah ini menunjukkan grafik pertumbuhan jumlah penduduk kota A dari bulan Januari 2015 sampai dengan Januari 2020:



Sumber: Dokumentasi Kemdikbud

Gambar 2.17 Grafik pertumbuhan penduduk kota A



Ayo Kita Tinjau Ulang

Perhatikan kembali konsep mengenai suku ke- n pada barisan aritmetika dan barisan geometri yang telah dijelaskan sebelumnya. Coba kamu pahami lagi.

1. Sebutkan ciri utama dari barisan aritmetika dan barisan geometri.
2. Diketahui barisan bilangan 3, 7, 11, 15, 19, ... Tentukan:
 - a. Suku ke-10 dan suku ke-25
 - b. Rumus suku ke- n
 - c. Suku ke berapa yang nilainya adalah 131?

Latihan 2.2

Barisan Bilangan

1. Tentukanlah lima suku pertama dari barisan bilangan berikut ini!

- | | |
|--------------------|---------------------------------|
| a. $U_n = n^2 + 2$ | c. $U_n = \frac{1}{2}(n^2 - 1)$ |
| b. $U_n = 3n - 2$ | d. $U_n = n + 5$ |

2. Dapatkan selisih antar suku yang berurutan dan suku ke-15 dari tiap-tiap barisan bilangan berikut ini:
 - a. 1, 8, 15, 22, ...
 - b. 9, 7, 5, 3, ...
 - c. 2, 5, 8, 11, ...
 - d. 6, 3, 0, -3, -6, ...
3. Dapatkan perbandingan antar suku berurutan dan suku ke-8 dari tiap-tiap barisan bilangan berikut ini:
 - a. 64, -96, 144, -216, ...
 - c. $xy, x^2y, x^3y, x^4y, \dots$
 - b. $\frac{2}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{6}, \frac{1}{12}, \dots$
 - d. $\frac{7}{3}, 1, \frac{3}{7}, \frac{9}{49}, \dots$
4. Tentukan suku ke-10 dan suku ke- n (U_n) dari barisan bilangan berikut!
 - a. 2, 11, 20, 29, ...
 - c. 19, 13, 7, 1, ...
 - b. 2, 8, 32, 128, ...
 - d. $ab^2, a^2b^3, a^3b^4, a^4b^5, \dots$

5. **Perkembangbiakan Bakteri.** Seorang peneliti melakukan pengamatan pada perkembangbiakan sebuah bakteri di dalam sebuah preparat. Pada hari awal pengamatan, diketahui bahwa jumlah bakteri yang terdapat di dalam preparat adalah 10. Setiap 24 jam, masing-masing bakteri membelah diri menjadi dua. Apabila setiap 120 jam sekali setengah dari seluruh bakteri yang ada dibunuh, maka tentukan banyaknya virus setelah 12 hari dari awal pengamatan!



Sumber: <http://www.artikelbiologi.com>

6. **Usia Anak.** Keluarga Pak Rhoma mempunyai 6 orang anak yang usianya pada saat ini membentuk barisan aritmetika. Jika usia anak ke-3 adalah 10 tahun dan usia anak ke-5 adalah 16 tahun, maka jumlah usia enam anak Pak Rhoma tersebut adalah ... tahun.
7. **Membagi Uang.** Ibu Cathy ingin membagikan uang sebesar Rp 200.000,00 kepada 5 orang anaknya. Semakin tua usia anak, maka semakin banyak uang yang akan dia terima. Jika selisih uang yang diterima oleh setiap dua orang anak yang usianya berdekatan adalah Rp10.000,00 dan si bungsu menerima uang paling sedikit, maka tentukan uang yang diterima oleh anak ketiga!

8. **Gaji Karyawan.** Pada suatu perusahaan, semua karyawannya memperoleh gaji awal yang besarnya sama ketika pertama kali masuk ke dalam perusahaan. Gaji tersebut akan meningkat dengan persentase yang tetap setiap tahunnya, sehingga karyawan yang lebih dahulu bekerja pada perusahaan tersebut akan menerima gaji yang lebih besar daripada karyawan yang baru masuk. Apabila gaji Sasha yang telah bekerja selama dua tahun adalah Rp4.000.000,00 dan gaji Winda yang telah bekerja selama tiga tahun adalah Rp5.000.000,00, berapakah gaji karyawan di perusahaan tersebut saat pertama kali masuk?



Sumber: <http://www.jobstreet.co.id>

Gambar 2.19 Gaji karyawan

9. **Soal Tantangan.** Jika diketahui t , u , v , dan w adalah bilangan asli, buktikan sifat-sifat yang berlaku pada barisan aritmetika di bawah ini.
- Jika u , v , dan w adalah tiga suku yang berurutan pada suatu barisan aritmetika, maka akan berlaku : $2v = u + w$
 - Jika t , u , v , w adalah empat suku yang berurutan pada suatu barisan aritmetika, maka berlaku sifat : $u + v = t + w$
10. **Soal Tantangan.** Jika diketahui t , u , v , dan w adalah bilangan asli, buktikan sifat-sifat yang berlaku pada barisan geometri di bawah ini.
- Jika u , v , dan w adalah tiga suku yang berurutan pada suatu barisan geometri, maka akan berlaku sifat : $v^2 = uw$
 - Jika t , u , v , w adalah empat suku yang berurutan pada suatu barisan geometri, maka berlaku sifat : $uv = tw$

C. Deret Bilangan



**Pertanyaan
Penting**

Apa yang dimaksud dengan deret bilangan? Untuk mengetahui jawabannya coba lakukan kegiatan-kegiatan berikut ini.

Kegiatan 2.8**Menabung****Ayo Kita Amati**

Setiap akhir minggu Nita selalu menyisihkan uang saku yang ia dapatkan untuk ditabung. Ia bertekad untuk dapat menabung uang lebih banyak pada minggu-minggu berikutnya. Pada akhir minggu pertama Nita menabung sebesar Rp1.000,00, akhir minggu kedua ia menabung sebesar Rp2.000,00, akhir minggu ketiga ia menabung sebesar Rp3.000,00, begitu seterusnya ia selalu menabung Rp1.000,00 lebih banyak dari minggu sebelumnya. Perhatikan jumlah uang yang ditabung oleh Nita setiap akhir minggunya.



Sumber: <http://stdiis.ac.id>

Gambar 2.20 Menabung**Ayo Kita
Mencoba**

Coba kamu tuliskan jumlah uang yang ditabung serta jumlah total uang tabungan Nita setiap akhir minggunya dengan melengkapi tabel di bawah ini!

Tabel 2.7 Jumlah uang yang ditabung dan total tabungan Nita

Akhir Minggu ke-	Uang yang Ditabung	Total Tabungan
1	1.000	1.000
2	2.000	3.000
3	3.000	6.000
4	4.000	10.000
5	5.000	...
6	...	...
7	...	...
8	...	...
9	...	...
10	...	...



Ayo Kita Menalar

- Dapatkah kamu menghitung jumlah uang yang ditabung Nita pada akhir minggu ke-15 dan akhir minggu ke-16? Berapakah jumlahnya?
- Berapakah total uang tabungan Nita pada akhir minggu ke-20?
- Bagaimana caramu menentukan hasil pada (b)? Jelaskan.
- Berapakah total uang tabungan Nita pada akhir minggu ke-25?
- Bagaimana caramu untuk mendapatkan hasil pada (d) jika melibatkan (b)?



Ayo Kita Menanya

Buatlah pertanyaan yang berkaitan dengan kegiatan yang telah kamu lakukan di atas. Berikut adalah salah satu contoh pertanyaan: Bagaimana hubungan antara uang yang ditabung oleh Nita dengan uang total tabungan Nita pada tiap akhir minggu?



Diskusi dan Berbagi

Menurutmu apakah mungkin kita dapat menentukan jumlah total tabungan Nita pada akhir minggu ke-10 jika hanya diketahui uang yang ditabung Nita pada akhir minggu ke-3, ke-4, dan ke-5? Bagaimanakah caranya? Berapakah banyak uang tabungan Nita pada akhir minggu ke- n ? Diskusikan dengan teman sebangkumu dan paparkan hasilnya di depan kelas.

Informasi Utama

Seerti yang telah dijelaskan pada bab barisan bilangan, dapat dilihat bahwa uang yang ditabung oleh Nita pada tiap akhir minggu membentuk suatu barisan bilangan. Banyaknya uang yang ditabung oleh Nita pada tiap akhir minggu menyatakan suku dari barisan bilangan tersebut. Total uang tabungan Nita tiap akhir minggu menyatakan jumlah dari beberapa suku pertama dari barisan bilangan tersebut, yang selanjutnya disebut dengan **deret bilangan**. Jumlah n suku pertama dari suatu barisan bilangan disimbolkan dengan S_n . Dalam hal ini $S_2 = 3.000$ menyatakan jumlah 2 suku pertama dari barisan bilangan tersebut. $S_3 = 6.000$ dan $S_4 = 10.000$ masing-masing menyatakan jumlah 3 suku pertama dan jumlah 4 suku pertama dari barisan bilangan tersebut



Ayo Kita Simpulkan

- Jumlah n suku pertama dari suatu barisan bilangan disimbolkan dengan ...
- Apakah yang dimaksud dengan **deret bilangan**? Jawablah dengan menggunakan kata-katamu sendiri.

Kegiatan 2.9

Penjumlahan Suku-suku pada Barisan Bilangan Genap



Ayo Kita Mencoba

Coba kamu tuliskan jumlah uang yang ditabung serta jumlah total uang tabungan Nita setiap akhir minggunya dengan melengkapi tabel di bawah ini!

Tabel 2.8 Jumlah beberapa suku pertama pada barisan bilangan genap

Suku ke-	Nilai	Jumlah Suku
1	2	2
2	4	$2 + 4 = 6$
3	6	$2 + 4 + 6 = 12$
4	8	$2 + 4 + 6 + 8 = 20$
5	10	...
6	...	...
7	...	...
8	...	...
9	...	...
10	...	...

- Berapakah jumlah 8 suku pertama dari barisan bilangan genap tersebut?
- Berapakah jumlah 10 suku pertama dari barisan bilangan genap tersebut?
- Bagaimana caramu menentukan (b) dengan melibatkan (a)?



**Ayo Kita
Mencoba**

Jika jumlah n suku pertama dinotasikan dengan S_n , maka S_4 menyatakan jumlah 4 suku pertama dari suatu barisan. Sekarang coba kamu jumlahkan 4 suku pertama dari barisan bilangan genap.

$$S_4 = 2 + \dots + \dots + \dots \quad (i)$$

Berikutnya coba kamu jumlahkan 4 suku pertama dari bilangan genap di atas dengan cara menuliskan bentuk penjumlahan di atas dalam urutan terbalik

$$S_4 = \dots + \dots + \dots + 2 \quad (ii)$$

Coba jumlahkan (i) dan (ii) melalui langkah-langkah berikut ini dengan cara mengisi bagian yang kosong

$$\begin{aligned} S_4 &= 2 + \dots + \dots + \dots \\ S_4 &= \dots + \dots + \dots + 2 \\ \hline 2S_4 &= 10 + \dots + \dots + \dots + \dots \\ &\quad \underbrace{\hspace{10em}}_{4 \text{ suku}} \\ &= (2 + 8) + (2 + 8) + (2 + 8) + (2 + 8) \\ 2S_4 &= \dots \times (\dots + \dots) \\ S_4 &= \frac{\dots \times (\dots + \dots)}{2} \quad (iii) \end{aligned}$$



**Ayo Kita
Menalar**

Coba kamu perhatikan kembali langkah-langkah dalam menghitung S_4 pada barisan bilangan genap di atas sehingga didapatkan hasilnya seperti pada (iii). Perhatikan nilai yang terdapat pada bagian di dalam tanda kurung. Jawablah pertanyaan di bawah ini:

- Berapakah dari suku pertama pada barisan bilangan genap?
- Jika menghitung jumlah 4 suku pertama dari barisan bilangan genap, suku manakah yang menjadi suku terakhir dalam perhitungan tersebut?

- c. Berapakah suku terakhir dalam penjumlahan 4 suku pada barisan bilangan genap?
- d. Kamu telah menjumlahkan 4 suku pertama dari barisan bilangan genap, menurutmu angka 4 pada bagian (iii) menunjukkan informasi apa?



Ayo Kita Simpulkan

Jumlah 4 suku pertama pada barisan bilangan genap disimbolkan dengan ...
 Bilangan ... pada bagian (iii) menunjukkan suku ke-1 dari barisan bilangan genap, sedangkan angka ... menunjukkan suku ke-4 dari barisan bilangan genap. Penjumlahan suku-suku pertama dari barisan belangan genap, selanjutnya disebut dengan deret bilangan genap.



Diskusi dan Berbagi

Berapakah jumlah 15 suku pertama barisan bilangan genap tersebut? Temukan cara tercepat tanpa perlu menjumlahkan satu persatu semua sukunya. Perhatikan kembali langkah-langkah yang telah kamu lakukan dalam menghitung jumlah 4 suku pertama barisan bilangan genap di atas. Diskusikan dengan teman sebangkumu agar dapat menjawab pertanyaan tersebut dan paparkan jawabanmu di depan kelas.

Informasi Utama

Misalkan dalam suatu barisan aritmetika, suku pertama $U_1 = a$, dan beda pada barisan aritmetika tersebut adalah b . Maka suku ke-2, ke-3, ke-4, ke-5, ke-6, dan ke- n dapat dituliskan dalam bentuk:

$$U_2 = a + b$$

$$U_3 = a + 2b$$

$$U_4 = a + 3b$$

$$U_5 = a + 4b$$

$$U_6 = a + 5b$$

⋮

$$U_n = a + (n - 1)b$$

Secara umum jumlah n suku pertama pada barisan aritmetika dapat dituliskan sebagai berikut :

$$S_n = a + (a + b) + (a + 2b) + \dots + (a + (n - 2) \times b) + (a + (n - 1) \times b) \quad (i)$$

Bentuk penjumlahan di atas jika ditulis dalam urutan terbalik, di mana suku terakhir yang berada pada posisi paling depan dan sebaliknya, maka (i) akan menjadi bentuk di bawah ini:

$$S_n = (a + (n-1) \times b) + (a + (n-2) \times b) + \dots + (a + 2b) + (a + b) + a \quad \text{(ii)}$$

Berikutnya jumlahkan (i) dan (ii), sehingga didapatkan bentuk di bawah ini:

$$S_n = a + (a + b) + (a + 2b) + \dots + (a + (n-2) \times b) + (a + (n-1) \times b)$$

$$S_n = (a + (n-1) \times b) + (a + (n-2) \times b) + \dots + (a + 2b) + (a + b) + a$$

$$\frac{2S_n = (a + a + (n-1) \times b) + (a + a + (n-1) \times b) + \dots + (a + a + (n-1) \times b)}{n \text{ suku}}$$

$$= (a + U_n) + (a + U_n) + \dots + (a + U_n)$$

n suku

$$= n \times a + U_n$$

$$S_n = \frac{n \times (a + U_n)}{2}$$



**Ayo Kita
Simpulkan**

Dari Informasi Utama di atas, kesimpulan apa yang kamu peroleh?

Jika ... menunjukkan banyaknya suku dari suatu barisan aritmetika, ... menunjukkan suku pertama, ... menunjukkan suku ke- n dari barisan aritmetika, maka rumus jumlah n suku pertama dari barisan aritmetika yang disimbolkan dengan ... adalah ...



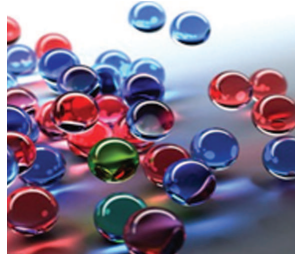
**Ayo Kita
Menalar**

Dengan menggunakan rumus $U_n = a + (n-1)b$, buktikan bahwa jumlah n suku pertama dari deret aritmetika dapat dituliskan sebagai berikut

$$\frac{n}{2} (2a + (n-1)b)$$

Kegiatan 2.10**Koleksi Kelereng****Ayo Kita Amati**

Amin memiliki hobi mengumpulkan kelereng. Tiap akhir minggu ia selalu membeli kelereng untuk dikoleksi. Pada akhir minggu pertama, ia membeli sebanyak 3 buah kelereng. Pada akhir minggu kedua ia membeli lagi sebanyak 6 buah kelereng, dan pada akhir minggu ketiga ia membeli sebanyak 12 buah kelereng. Begitu seterusnya, tiap akhir minggu ia selalu membeli kelereng sebanyak 2 kali lipat dari akhir minggu sebelumnya.



Sumber: <http://www.bimbingan.org>

Gambar 2.21 Kelereng

**Ayo Kita Mencoba**

Perhatikanlah jumlah kelereng yang dibeli oleh Amin setiap akhir minggunya. Coba kamu tuliskan jumlah kelereng yang dibeli serta jumlah total kelereng yang dimiliki oleh Amin setiap akhir minggunya dengan melengkapi tabel di bawah ini. Total kelereng yang dimiliki Amin setiap akhir minggunya selanjutnya disebut dengan jumlah kelereng.

Tabel 2.9 Jumlah kelereng yang dibeli serta total kelereng milik Amin

Minggu ke-	Kelereng yang dibeli	Jumlah Kelereng
1	3	3
2	6	$3 + 6 = 9$
3	12	$3 + 6 + 12 = 21$
4	24	$3 + 6 + 12 + 24 = 45$
5	48	...
6	...	...
7	...	...
8	...	...

- Berapakah banyak total kelereng yang dimiliki oleh Amin pada akhir minggu ke-6 dan akhir minggu ke-8?
- Apakah kamu dapat menebak banyak total kelereng Amin pada akhir minggu ke-11? Berapa jumlahnya?
- Apakah banyaknya kelereng yang dibeli Amin antara dua minggu yang berurutan memiliki perbandingan yang tetap?



**Ayo Kita
Mencoba**

Jika jumlah n suku pertama dinotasikan dengan S_n , maka S_5 menyatakan jumlah 5 suku pertama dari suatu barisan. Sekarang coba kamu jumlahkan 5 suku pertama dari barisan bilangan yang menunjukkan banyaknya kelereng yang dibeli Amin tiap minggunya.

$$S_5 = 3 + \dots + \dots + \dots + \dots \quad (i)$$

Berikutnya coba kamu kalikan masing-masing suku di dalam barisan bilangan tersebut dengan 2, sehingga didapatkan

$$2S_5 = 2 \times 3 + 2 \times \dots + 2 \times \dots + 2 \times \dots + 2 \times \dots$$

$$2S_5 = 6 + \dots + \dots + \dots + \dots \quad (ii)$$

Coba kurangkan (ii) dengan (i) melalui langkah-langkah berikut ini dengan cara mengisi bagian yang kosong

$$2S_5 = 6 + \dots + \dots + \dots + \dots$$

$$S_5 = 3 + \dots + \dots + \dots + \dots$$

$$2S_5 - S_5 = \dots - 3$$

(Coba perhatikan tiap-tiap angka pada ruas kanan dari pengurangan $2S_5$ terhadap S_5 , jika terdapat nilai yang sama maka kamu dapat mengurangi secara langsung sehingga hasil pengurangannya menjadi 0)

$$S_5(2 - 1) = \dots - 3$$

$$S_5(2 - 1) = 3 \times 2^{\dots} - 3$$

$$S_5(2 - 1) = 3 \times (2^{\dots} - 1)$$

$$S_5 = \frac{3 \times (2^{\dots} - 1)}{(2 - 1)} \quad (iii)$$



Ayo Kita Menalar

Coba kamu perhatikan kembali langkah-langkah dalam menghitung S_5 di atas sehingga didapatkan hasilnya seperti pada (iii). Perhatikan nilai-nilai bilangan yang terdapat pada ruas kanan dari (iii). Jawablah pertanyaan di bawah ini.

- Coba kamu perhatikan bilangan 3 pada (iii). Berapakah suku pertama dari barisan bilangan yang menunjukkan jumlah kelereng yang dibeli Amin tiap minggunya? Apa kamu dapat menarik suatu kesimpulan sederhana terkait hal ini?
- Coba kamu perhatikan bilangan 2 pada bagian atas (iii). Perhatikan pula bilangan 2 pada bagian bawah (iii). Berapakah perbandingan antar suku dari barisan bilangan yang menunjukkan jumlah kelereng yang dibeli Amin tiap minggunya? Apa kamu dapat menarik suatu kesimpulan sederhana terkait hal ini?



Ayo Kita Simpulkan

Dari Kegiatan 2.10 di atas, kesimpulan apa yang kamu peroleh?

Jumlah 5 suku pertama pada barisan bilangan yang menunjukkan banyaknya kelereng yang dibeli oleh Amin tiap minggunya disimbolkan dengan ... Bilangan ... pada bagian (iii) menunjukkan suku pertama barisan bilangan, sedangkan bilangan ... menunjukkan perbandingan (rasio) antar suku yang berurutan dari barisan bilangan tersebut.

Informasi Utama

Misalkan dalam suatu barisan geometri, suku pertama $U_1 = a$, dan rasio pada barisan geometri tersebut adalah r . Maka suku ke-2, ke-3, ke-4, ke-5, ke-6, dan ke- n dapat dituliskan dalam bentuk:

$$U_2 = ar$$

$$U_3 = ar^2$$

$$U_4 = ar^3$$

$$U_5 = ar^4$$

$$U_6 = ar^5$$

⋮

$$U_n = ar^{n-1}$$

Secara umum jumlah n suku pertama pada barisan geometri dapat dituliskan sebagai berikut:

$$S_n = a + ar + ar^2 + ar^3 + \dots + ar^{n-1} \quad (i)$$

Kemudian kalikan (i) dengan r , sehingga didapatkan hasil berikut ini.

$$rS_n = ar + ar^2 + ar^3 + \dots + ar^{n-1} + ar^n \quad (ii)$$

Kurangkan (ii) dengan (i), dan dengan cara yang hampir sama dengan langkah-langkah ketika kamu menghitung jumlah 5 suku pertama dari barisan bilangan yang menunjukkan jumlah kelereng yang dibeli Amin tiap minggunya, maka didapatkan

$$rS_n = ar + ar^2 + ar^3 + \dots + ar^{n-1} + ar^n$$

$$S_n = a + ar + ar^2 + ar^3 + \dots + ar^{n-1}$$

$$rS_n - S_n = ar^n - a$$

$$S_n(r - 1) = a(r^n - 1)$$

$$S_n = \frac{a(r^n - 1)}{(r - 1)}$$



**Ayo Kita
Simpulkan**

Dari Informasi Utama di atas, kesimpulan apa yang kamu peroleh?

Jika ... menunjukkan banyaknya suku dari suatu barisan geometri, ... menunjukkan suku pertama, ... menunjukkan rasio dari barisan geometri, maka rumus jumlah n suku pertama dari barisan geometri (disebut dengan deret geometri) yang disimbolkan dengan ... adalah ...

Materi Esensi

Deret Bilangan

Seperti yang telah dijelaskan pada pembahasan sebelumnya, kita dapat menuliskan suku-suku pada barisan bilangan sebagai $U_1, U_2, U_3, \dots, U_n$. Jika suku-suku pada barisan tersebut kita jumlahkan, maka bentuk penjumlahannya disebut dengan deret bilangan, dan dapat dituliskan sebagai $U_1 + U_2 + U_3 + \dots + U_n$.

A. Deret Aritmetika

Coba kamu perhatikan hasil yang telah kamu dapatkan pada Kegiatan 2.9. Deret bilangan genap tersebut dapat kita tuliskan dalam bentuk sebagai berikut:

$$2 + 4 + 6 + 8 + 10 + \dots$$

Jika jumlah n suku pertama dinotasikan dengan S_n , maka S_4 dari deret di atas adalah

$$\begin{aligned}
 S_4 &= 2 + 4 + 6 + 8 \\
 S_4 &= 8 + 6 + 4 + 2 \quad \text{(ditulis dalam urutan terbalik)} \\
 \hline
 2S_4 &= 10 + 10 + 10 + 10 \\
 &\quad \underbrace{\hspace{1.5cm}}_{4 \text{ suku}} \\
 &= (2 + 8) + (2 + 8) + (2 + 8) + (2 + 8) \\
 2S_4 &= 4(2 + 8) \\
 S_4 &= \frac{4(2 + 8)}{2}
 \end{aligned}$$

Perhatikan jumlah 4 suku pertama pada deret bilangan genap, yang disimbolkan dengan S_4 . Angka 2 pada perhitungan tersebut menyatakan suku pertama dari barisan bilangan tersebut, sedangkan angka 8 merupakan suku ke-4. Deret bilangan genap termasuk ke dalam deret aritmetika.

Secara umum jumlah n suku pertama pada barisan aritmetika adalah:

$$S_n = \frac{n(a + U_n)}{2}$$

dengan n adalah banyak suku, a adalah suku pertama, dan U_n adalah suku ke- n

B. Deret Geometri

Coba kamu perhatikan hasil yang telah kamu dapatkan pada Kegiatan 2.10. Jumlah dari kelereng Amin pada akhir minggu ke- n dapat dituliskan dalam bentuk deret sebagai berikut:

$$3 + 6 + 12 + 24 + \dots$$

Deret bilangan tersebut termasuk ke dalam deret geometri. Suku pertama dari deret tersebut adalah 3, dan rasionya adalah 2. Jika jumlah n suku pertama dinotasikan dengan S_n , maka S_5 dari deret di atas adalah:

$$S_5 = 3 + 6 + 12 + 24 + 48 \quad \text{(i)}$$

Berikutnya kalikan (i) dengan 2 pada masing-masing ruas sehingga kita peroleh hasil sebagai berikut:

$$2S_5 = 6 + 12 + 24 + 48 + 96 \quad \text{(ii)}$$

Selanjutnya kurangkan (ii) terhadap (i) sehingga didapatkan :

$$\begin{aligned}
 2S_5 &= 6 + 12 + 24 + 48 + 96 \\
 S_5 &= 3 + 6 + 12 + 24 + 48 \\
 \hline
 2S_5 - S_5 &= 96 - 3
 \end{aligned}$$

$$S_5(2-1) = 3 \times 25 - 3$$

$$S_5(2-1) = 3 \times (25-1)$$

$$S_5 = \frac{3 \times (2^5 - 1)}{(2 - 1)}$$

Perhatikan jumlah 5 suku pertama pada deret bilangan di atas, yang disimbolkan dengan S_5 . Angka 3 di bagian depan dari pembilang pada perhitungan tersebut merupakan suku pertama deret geometri, sedangkan angka 2 pada perpangkatan di dalam tanda kurung dan pada penyebut merupakan rasio dari deret geometri tersebut. Angka 5 menunjukkan penjumlahan pada 5 suku pertama.

Secara umum jumlah n suku pertama pada barisan geometri adalah:

$$S_n = \frac{a(r^n - 1)}{(r - 1)} \text{ jika } r > 1 \text{ dan } S_n = \frac{a(1 - r^n)}{(1 - r)} \text{ jika } r < 1$$

dengan n adalah banyak suku, a adalah suku pertama, dan r adalah rasio dari deret geometri.

Contoh 2.6

Produksi Mobil

Pertambahan hasil produksi mobil pada suatu pabrik tiap bulannya mengikuti barisan aritmetika. Jika produksi mobil pada bulan pertama adalah 100 unit dan pada bulan ke-4 adalah 160 unit, berapa jumlah mobil yang diproduksi oleh pabrik pada tahun tersebut?



Sumber: <http://teknologi.inilah.com>

Gambar 2.22 Produksi mobil

Alternatif Penyelesaian:

Diketahui:

- produksi bulan pertama (suku pertama) $a = 100$
- produksi bulan keempat (suku keempat) $U_4 = 160$

Ditanya:

Jumlah mobil yang diproduksi pabrik dalam satu tahun (12 bulan) $= S_{12}$

Jawab:

Langkah 1: Dari a dan U_4 , hitung nilai b

$U_4 = a + 3b = 160$, substitusikan nilai $a = 100$ ke dalam U_4 didapatkan

$$100 + 3b = 160$$

$$3b = 60$$

$$b = 20$$

Langkah 2: Dari a dan b hitung S_{12}

$$\begin{aligned}S_n &= S_n = \frac{n}{2}(2a + (n-1)b) \\S_{12} &= \frac{12}{2}(2(100) + (12-1)20) \\&= 6(200 + 220) \\&= 6(420) \\&= 2.520\end{aligned}$$

Jadi jumlah mobil yang diproduksi pabrik pada tahun tersebut adalah sebanyak 2.520 unit.



**Ayo Kita
Menalar**

- Pada Contoh 2.6 di atas, kamu dapat menghitung S_{12} tanpa menghitung U_{12} . Apakah nilai U_{12} memang tidak dipergunakan untuk menghitung S_{12} ? Jelaskan jawabanmu!
- Pada Contoh 2.6 di atas, U_1 dari deret telah diketahui. Apakah mungkin mencari S_{12} apabila U_1 tidak diketahui, tetapi sebagai gantinya yang diketahui adalah U_2 dan suku U_4 ? Jelaskan alasanmu dan tuliskan secara detail bagaimana langkah-langkahnya!

Contoh 2.7

Potongan Kayu

Pak Seno memiliki sepotong kayu. Kemudian ia memotongnya menjadi 6 bagian dengan mengikuti aturan deret geometri. Apabila potongan yang terpendek adalah 3 cm dan potongan yang terpanjang adalah 96 cm, berapakah panjang kayu Pak Seno mula-mula?



Sumber: <http://liriklaguanak.com>

Gambar 2.23 Potongan kayu

Alternatif Penyelesaian:

Diketahui:

Sepotong kayu dipotong menjadi 6 bagian dengan

- potongan terpendek (suku pertama) $a = 3$
- potongan terpanjang (suku keenam) $U_6 = ar^5 = 96$

Ditanya:

Panjang kayu mula-mula = S_6

Jawab:

Langkah 1: Dari a dan U_6 , hitung nilai r

$$\frac{U_6}{U_1} = \frac{ar^5}{a} = r^5 = \frac{96}{3} = 32$$

dengan demikian didapatkan nilai $r = 2$

Langkah 2: Dari a dan r hitung S_6

$$\begin{aligned} S_n &= \frac{a(r^n - 1)}{(r - 1)} \\ S_6 &= \frac{3(2^6 - 1)}{(2 - 1)} \\ &= \frac{3(63)}{1} \\ &= 189 \text{ cm} \end{aligned}$$

Jadi panjang kayu Pak Seno mula-mula adalah 189 cm.



**Ayo Kita
Menalar**

Pada Contoh 2.7 di atas telah diketahui bahwa panjang kayu Pak Seno mula-mula sebelum dipotong adalah 189 cm. Di lain pihak, Pak Badu yang merupakan tetangga Pak Seno, juga memiliki sepotong kayu dengan panjang adalah 9 cm lebih panjang dari potongan kayu Pak Seno mula-mula. Apabila Pak Badu ingin memotong kayu miliknya sejumlah 6 bagian dengan mengikuti aturan deret aritmetika, dan potongan kayu terpendeknya adalah 3 cm. Menurutmu, lebih panjang mana antara potongan kayu terpanjang milik Pak Seno atau potongan kayu terpanjang milik Pak Badu? Jelaskan jawabanmu!



**Ayo Kita
Tinjau Ulang**

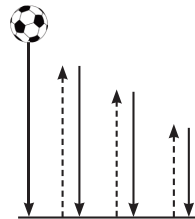
1. Jika U_n adalah suku ke- n dari barisan bilangan, dengan n adalah bilangan asli, buktikanlah bahwa:

$$S_n - S_{n-1} = U_n$$

2. Buatlah langkah-langkah sederhana untuk mendapatkan S_{20} pada suatu deret bilangan apabila diketahui $U_1 = a$, $U_8 = a + 7b$ dan $U_{10} = a + 9b$, dengan a dan b adalah bilangan asli dan b menyatakan beda pada barisan bilangan tersebut. Jelaskan alasanmu!

Latihan 2.3**Deret Bilangan**

1. Tentukan jumlah 10 suku pertama dari barisan bilangan berikut ini :
 - a. $3 + 10 + 17 + 24 + \dots$
 - b. $38 + 33 + 28 + 23 + \dots$
 - c. $-5 + (-10) + (-15) + (-20) + \dots$
 - d. $\frac{1}{2} + 1 + 2 + 4 + \dots$
 - e. $3 + 2 + \frac{4}{3} + \frac{8}{9} + \dots$
 - f. $4 + 6 + 9 + \frac{27}{2} + \dots$
2. Hitunglah n jika $1 + 2 + 4 + 8 + \dots + 2^{n-1} = 127$
3. Jika diketahui jumlah n suku pertama bilangan asli adalah 5.050, berapakah nilai n ? Tentukan rumus untuk n bilangan asli pertama.
4. Jika jumlah n suku pertama suatu barisan adalah $4n^2 (n + 1)$, maka tentukan U_4 .
5. Nomor rumah pada salah satu sisi Jalan Makmur di Perumahan Asri dimulai dari nomor 143, 145, 147, dan seterusnya.
 - a. Pada sisi jalan yang sama, urutan keberapakah rumah nomor 159?
 - b. Pada sisi jalan yang sama, rumah nomor berapakah yang terletak pada urutan ke-25?
6. Tentukan jumlah semua bilangan-bilangan bulat di antara 100 dan 300 yang habis dibagi 5 tetapi tidak habis dibagi 7!
7. **Menjatuhkan Bola.** Sebuah bola dijatuhkan dari ketinggian 4 meter. Bola tersebut kemudian memantul dengan ketinggian sebesar 3 meter pada pantulan pertama. Setelah itu bola tersebut terus memantul dengan ketinggian sebesar $\frac{3}{4}$ dari tinggi sebelumnya. Berapakah meter tinggi bola pada pantulan kedua, ketiga, keempat, dan kelima? (bulatkan sampai 2 angka desimal)



Sumber: Dokumen Kemdikbud

Gambar 2.24 Pantulan bola

- a. Lengkapi tabel di bawah ini:

Pantulan ke-	1	2	3	4	5
Tinggi pantulan (meter)					

- b. Gambarkan hasil yang kamu dapatkan di atas ke dalam bentuk grafik!
- c. Berapakah tinggi pantulan bola pada pantulan ke-6?
- d. Berapa meter total lintasan yang dilalui oleh bola tersebut apabila bola tersebut berhenti tepat saat pantulan keenam?
8. **Menabung.** Ibu memiliki uang sebesar Rp240.000,00 dan ingin memberikan uang tersebut kepada Andi untuk ditabung. Namun ibu tidak memberikan uang tersebut secara langsung, melainkan secara bertahap. Pada hari pertama ibu memberi Andi uang sebesar Rp5.000,00, pada hari kedua ibu memberi Rina uang sebesar Rp6.000,00, begitu seterusnya uang yang diberikan oleh ibu bertambah sebesar Rp1.000,00 setiap harinya. Jika ibu ingin memberikan seluruh uang yang dipunyai kepada Andi, maka berapa hari Andi akan mendapatkan seluruh uang tersebut!



Sumber: <http://dikitiknews.blogspot.com>

Gambar 2.24 Menabung

9. **Turnamen Tennis.** Pada suatu kejuaraan dunia tennis total ada 2.048 peserta mengikuti turnamen tersebut untuk memperebutkan gelar juara peringkat 1 dunia. Sistem yang digunakan dalam kejuaraan tersebut adalah sistem cup, dimana pemenang dari tiap pertandingan akan lolos ke babak berikutnya dan peserta yang kalah akan langsung tereliminasi secara otomatis.



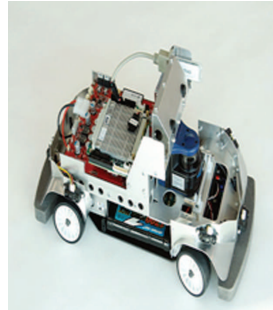
Sumber: <http://www.portalkbr.com>

Gambar 2.26 Pertandingan tennis

- a. Berapakah total pertandingan yang dimainkan dari awal turnamen sampai pada babak final?
- b. Jika diasumsikan bahwa pada tiap pertandingan jumlah tiket yang terjual adalah 500 buah, berapa jumlah tiket yang terjual selama kejuaraan tennis tersebut?
10. **Robot Mobil.** Suatu robot mobil yang digerakkan dengan tenaga baterai memiliki kecepatan awal 21 cm/detik. Energi yang tersimpan di dalam baterai mobil tersebut terus berkurang sepanjang waktu, sehingga setelah berjalan selama setengah menit dari posisi awal kecepatan robot mobil berkurang menjadi

18 cm/detik, dan kecepatannya berkurang lagi menjadi 15 cm/detik setelah berjalan 1 menit dari posisi awal, begitu seterusnya kecepatan robot mobil selalu berkurang sebesar 3 cm/detik setiap setengah menit. Robot mobil tidak dapat berjalan ketika kecepatannya mencapai 0 cm/detik.

- a. Pada jarak berapa meter dari posisi awal dan setelah berapa menit robot mobil tersebut akan berhenti?
- b. Jika lintasan robot mobil berupa lingkaran dengan diameter 56 cm, apakah robot mobil tersebut dapat berjalan sepanjang satu putaran penuh? Berikan penjelasanmu!



Sumber: <http://nibiru-world.blogspot.com>

Gambar 2.27 Robot mobil



Proyek 2

Perhatikan barisan bilangan di bawah ini:

0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, ...

Bagaimana cara untuk mendapatkan suku-suku berikutnya dari barisan bilangan di atas? Dapatkan rumus matematika untuk mendapatkan suku ke- n dari barisan di atas? Barisan bilangan di atas telah secara umum dikenal oleh matematikawan. Tugas kalian adalah tuliskan sejarah singkat dari barisan bilangan yang dimaksud serta penerapannya dalam kehidupan kita sehari-hari! Carilah pada beberapa literatur, baik pada buku, internet, maupun sumber lainnya. Tuliskan secara rapi dan ceritakan kepada teman-temanmu di depan kelas!

1. Tentukan suku-suku dari bilangan-bilangan di bawah ini!
 - a. Suku ke-30 dari barisan bilangan 50, 56, 62, 68, ...
 - b. Suku ke-8 dari barisan bilangan 6, 12, 24, 48, ...
 - c. Suku ke-2015 dari barisan bilangan 2, 7, 12, 17, ...
 - d. Suku ke-10 dari barisan bilangan 15, 10, $\frac{20}{3}$, $\frac{40}{9}$, ...
2. Tentukan suku ke-8 dan suku ke- n (U_n) dari barisan bilangan berikut!
 - a. 1, 6, 11, 16, ...
 - b. 2, 6, 18, 54, ...
 - c. 100, 95, 90, 85, ...
 - d. $\frac{1}{3}$, 1, $\frac{5}{3}$, $\frac{7}{3}$, ...
3. Lengkapi bagian-bagian yang kosong dalam pola bilangan di bawah ini:

$$(1 \times 8) + 1 = 9$$

$$(12 \times 8) + \dots = 98$$

$$(\dots \times 8) + 3 = 987$$

$$(\dots \times \dots) + 4 = 9.876$$

$$(12.345 \times 8) + \dots = 98.765$$

$$(\dots \times \dots) + \dots = 987.654$$

$$(\dots \times \dots) + \dots = 9.876.543$$

$$(\dots \times \dots) + \dots = 98.765.432$$

$$(\dots \times \dots) + \dots = 987.654.321$$

4. Perhatikan pola bilangan di bawah ini:

$$1 + 2 = 3$$

$$4 + 5 + 6 = 7 + 8$$

$$9 + 10 + 11 + 12 = 13 + 14 + 15$$

$$16 + 17 + 18 + 19 + 20 = 21 + 22 + 23 + 24$$

dan seterusnya

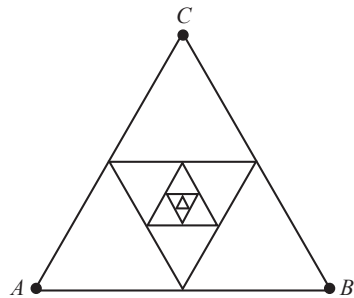
Tentukan bilangan terakhir pada baris ke-25! Bagaimana caramu mendapatkannya? Jelaskan secara singkat!

5. Pada papan catur di bawah terdapat 64 kotak. Kotak pertama diisi 6 butir padi, kotak kedua diisi 12 butir padi, kotak ketiga diisi 18 butir padi, demikian seterusnya setiap kali pengisian berselisih 6 butir. Hitunglah jumlah biji beras pada papan catur berikut!

1	2	3	4	5	6	7	8
9	10	11	12	13	14	15	16
17	18	19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30	31	32
33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48
49	50	51	52	53	54	55	56
57	58	59	60	61	62	63	64

Gambar 2.28 Papan catur yang diisi butir padi

6. **Panjang Sisi Segitiga.** Diketahui keliling dari segitiga sama sisi ABC di bawah ini adalah w cm. Titik tengah dari masing-masing sisi segitiga tersebut kemudian dibubungkan satu dengan yang lainnya sehingga membentuk suatu segitiga baru yang lebih kecil. Proses ini berlangsung secara terus-menerus seperti yang terlihat pada gambar. Apabila keliling dari segitiga ke-8 yang terbentuk adalah 1,5 cm, tentukan nilai dari w !



Sumber: Dokumen Kemdikbud

Gambar 2.29 Segitiga sama sisi

7. Kota Y merupakan kota yang terletak di tepi pantai, namun kota ini juga dikelilingi oleh gunung-gunung. Tabel di bawah ini menunjukkan suhu udara di kota Y pada tiap ketinggian wilayahnya.

Ketinggian (m)	100	200	300	400	500	600
Suhu ($^{\circ}\text{C}$)	32	30	28	26	24	22

Suhu di kota tersebut akan turun dengan nilai tetap dengan semakin tingginya wilayah kota yang diukur dari permukaan laut.

- a. Berapakah suhu di wilayah kota Y yang memiliki ketinggian 1.000 m di atas permukaan laut?

- b. Berapakah suhu di wilayah kota Y yang berada pada wilayah pantai? (ketinggian wilayah pantai diasumsikan sama dengan ketinggian permukaan air laut)
- c. Berapakah suhu terendah di kota Y jika ketinggian maksimum wilayah kota Y adalah 1.300 m di atas permukaan laut?
- d. Menurutmu, berapakah suhu di wilayah kota Y yang memiliki ketinggian 700 m di atas permukaan laut? Berikan alasanmu!

8. **Gaji Manajer.** Pak Hafid adalah seorang manajer di sebuah perusahaan asuransi. Tahun lalu, dia mendapatkan gaji sebesar Rp15.000.000,00 per bulan. Karena prestasinya, tahun ini dia mendapatkan kenaikan gaji sebesar Rp750.000,00 sehingga pada tahun ini dia mendapatkan gaji sebesar Rp15.750.000,00 per bulan. Pada tahun depan gajinya naik lagi menjadi Rp16.500.000,00 per bulan, begitu seterusnya dia mendapatkan kenaikan gaji sebesar Rp750.000,00 setiap tahunnya.

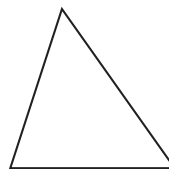


Sumber: <http://www.bimbingan.org>

Gambar 2.30 Manajer perusahaan

- a. Jika tahun ini usia Pak Hafid adalah 40 tahun, berapa besar gaji per bulan yang akan didapatkan Pak Hafid ketika usianya adalah 54 tahun?
- b. Apabila batas pensiun di perusahaan asuransi tersebut adalah 60 tahun dan diasumsikan Pak Hafid akan menjabat sebagai manajer sampai dia pensiun, apakah Pak Hafid pernah mendapatkan gaji minimal sebesar Rp32.000.000,00 tiap bulannya? Jika iya pada usia berapa dia mendapatkannya? Berikan penjelasanmu!

9. Pada sebuah segitiga sembarang diketahui bahwa besar salah satu sudutnya adalah 600. Ketiga sudut segitiga tersebut membentuk suatu barisan aritmetika. Hasil penjumlahan antara sudut pertama dengan sudut kedua adalah 1.000, hasil penjumlahan antara sudut kedua dengan sudut ketiga adalah 1.400, sedangkan hasil penjumlahan antara sudut pertama dengan sudut ketiga adalah 1.200. Berapakah besar kedua sudut lain dari segitiga tersebut?



Gambar 2.31 Segitiga sembarang

10. Jumlah dari deret bilangan $1 + 8 + 15 + \dots$ adalah 396. Berapa banyak suku pada deret bilangan tersebut?
11. **Pabrik Sepeda.** Sebuah pabrik memproduksi sepeda gunung. Permintaan pasar terhadap sepeda gunung tersebut terus meningkat tiap bulannya. Agar tetap bisa memenuhi kebutuhan pasar, maka pabrik terus meningkatkan jumlah produksi sepeda gunung tiap bulannya. Jumlah sepeda gunung yang diproduksi tiap

bulannya membentuk suatu barisan aritmetika. Jika jumlah sepeda gunung yang diproduksi pada bulan ke-3 adalah 1.500 unit dan pada bulan ke-6 jumlah sepeda gunung yang diproduksi adalah 2.250 unit. Tentukan:

- Banyaknya produksi pada bulan pertama
 - Pertambahan produksi tiap bulan
 - Jumlah produksi pada tahun pertama
 - Pada bulan ke berapa setelah pabrik tersebut beroperasi jumlah produksi sepeda melebihi 10.000 unit tiap bulannya?
12. Andre dikontrak untuk bekerja pada suatu perusahaan selama 7 hari. Sebelum bekerja, dia diminta memilih antara diberi gaji sebesar Rp75.000,00 per hari selama seminggu, atau diberikan gaji sebesar Rp10.000,00 pada hari pertama dan bertambah dua kali lipat tiap harinya selama seminggu. Manakah pilihan terbaik yang harus dipilih Andre agar dia mendapatkan gaji yang maksimal? Jelaskan jawabanmu!



Sumber: : <http://sumutpos.co>
Gambar 2.32 Pabrik sepeda



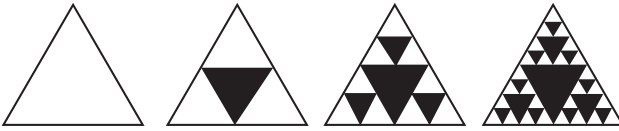
Sumber: : <http://h4rry5450ngko.blogdetik.com>
Gambar 2.33 Pekerja kantoran

13. **Toko Kue.** Pak Udin mempunyai sebuah toko kue. Karena kue yang dijual sangat lezat, maka banyak pembeli baru yang berdatangan setiap harinya untuk membeli kuenya. Dengan semakin larisnya usaha kue yang dimiliki oleh Pak Udin, maka keuntungan yang didapatkan pun juga semakin bertambah setiap harinya dengan jumlah yang tetap. Bila total keuntungan sampai hari keempat adalah Rp700.000,00 ribu rupiah dan total keuntungan sampai hari kesepuluh adalah Rp2.200.000,00 ribu rupiah, maka tentukan total keuntungan sampai hari ke-20!



Sumber: : <http://ipnuralam.wordpress.com>
Gambar 2.34 Toko kue

14. **Tantangan.** Perhatikan gambar di bawah ini!



Sumber: : Dokumen Kemdikbud

Gambar 2.35 Susunan segitiga

Aturan untuk mendapatkan gambar berikutnya adalah dengan menambah gambar segitiga sama sisi berwarna hitam dengan ukuran sisinya adalah setengah dari masing-masing segitiga berwarna putih yang tersisa pada gambar berikutnya.

Jika diketahui luas segitiga sama sisi pada gambar pertama adalah 10 satuan luas, tentukan luas daerah yang dibentuk oleh segitiga berwarna hitam pada gambar ke-5. Jika kamu diminta untuk menentukan luas daerah yang dibentuk oleh segitiga berwarna hitam pada gambar ke-8, bagaimana caramu menentukannya? Berapakah luas daerahnya?

15. **Tantangan.** Tiga bilangan membentuk suatu barisan aritmetika. Apabila suku pertama dikurangi dengan suku ketiga, hasilnya adalah 8. Ketika suku pertama, kedua dan ketiga barisan aritmetika tersebut masing-masing ditambah dengan 3, 5 dan 8 maka bilangan-bilangan yang dihasilkan akan membentuk suatu barisan geometri. Carilah beda dan suku pertama barisan aritmetika tersebut! Bilangan berapa saja yang termasuk dalam barisan aritmetika tersebut?



Bab III

Perbandingan Bertingkat



Kata Kunci

- Perbandingan Bertingkat
- Perbandingan Variabel
- Persen



Kompetensi Dasar

- 1.1 Menghargai dan menghayati ajaran agama yang dianutnya.
- 2.1 Menunjukkan sikap logis, kritis, analitik dan kreatif, konsisten dan teliti, bertanggung jawab, responsif, dan tidak mudah menyerah dalam memecahkan masalah sehari-hari, yang merupakan pencerminan sikap positif dalam bermatematika.
- 3.4 Memahami perbandingan bertingkat dan persentase, serta mendeskripsikan permasalahan menggunakan tabel, grafik, dan persamaan.
- 4.2 Menggunakan konsep perbandingan untuk menyelesaikan masalah nyata mencakup perbandingan bertingkat dan persentase dengan menggunakan tabel, grafik, dan persamaan.



Pengalaman Belajar

1. Menentukan perbandingan antara dua kuantitas atau lebih.
2. Menyelesaikan permasalahan nyata yang berhubungan dengan perbandingan dan persen.



Sumber: Dokumen Kemdikbud

Tentunya kamu sering membandingkan dua atau lebih benda karena perbedaan yang dimiliki benda-benda tersebut. Umumnya, membandingkan benda/obyek didasarkan pada kuantitas benda tersebut. Dapatkah kamu menjelaskan dengan kata-katamu bagaimanakah aturan membandingkan dua benda atau lebih?

Pernahkah kamu memeriksa kandungan dari makanan ringan atau minuman ringan yang kamu konsumsi? Bagaimanakah zat-zat yang terkandung dalam makanan/minuman tersebut disajikan? Tepat sekali, kandungan yang tertera di dalam suatu kemasan makanan/minuman umumnya dalam bentuk persen (%).

Kamu tentu juga sering mengamati diskon/potongan harga ketika sedang berbelanja. Potongan harga di pusat perbelanjaan adalah juga contoh nyata dari penerapan persen. Masih ingatkah kamu cara mendapatkan persentase dari suatu kondisi? Kamu akan memahami konsep perbandingan dan persen di Bab 3 ini.





Sumber: <http://profilbos.com>

Abul Wafa

Abul Wafa adalah seorang saintis serba bisa. Selain ahli di bidang matematika, ia pun terkenal sebagai insinyur dan astronom terkenal pada zamannya. Beliau terlahir bernama Abu al-Wafa Muhammad Ibn Muhammad Ibn Yahya Ibn Ismail Ibn Abbas al-Buzjani di Buzjan, Iran pada tanggal 10 Juni 940.

Buah pemikirannya dalam matematika sangat berpengaruh di dunia Barat. Pada abad ke-19 M, Baron Carra de Vaux meng ambil konsep *secan* yang dicetuskan Abul Wafa. Sayangnya, di dunia Islam justru namanya sangat jarang terdengar. Nyaris tak pernah, pelajaran sejarah peradaban Islam yang diajarkan di Tanah Air mengulas dan memperkenalkan sosok dan buah pikir Abul Wafa.

Ia belajar matematika dari pamannya bernama Abu Umar al- Maghazli dan Abu Abdullah Muhammad Ibn Ataba. Sedangkan, ilmu geometri dikenalnya dari Abu Yahya al-Marudi dan Abu al-Ala' Ibn Karnib.

Abul Wafa tercatat sebagai matematikawan pertama yang mencetuskan rumus umum *sinus*. Selain itu, sang matematikus pun mencetuskan metode baru membentuk tabel *sinus*. Ia juga membenarkan nilai sinus 30 derajat ke tempat desimal kedelapan. Yang lebih mengagumkan lagi, Abul Wafa membuat studi khusus tentang tangen serta menghitung sebuah tabel tangen.

Abul Wafalah yang pertama kali memperkenalkan istilah matematika yang sangat penting itu. Abu Wafa dikenal sangat jenius dalam bidang geometri. Ia mampu menyelesaikan masalah-masalah geometri dengan sangat tangkas.

Sumber: <http://profilbos.com>

Hikmah yang bisa diambil

Hikmah yang dapat diambil adalah untuk mendapatkan ilmu harus diiringi dengan usaha keras. Selain itu juga jangan pernah puas dengan ilmu yang didapat sekarang dan carilah guru sebanyak-banyaknya untuk memperluas ilmu yang dimiliki.

A. Perbandingan Bertingkat



Pertanyaan Penting

Bagaimana kamu membandingkan kualitas dari dua benda atau lebih?

Kegiatan 3.1

Uang Saku

Catatlah uang saku teman sekelasmu, kemudian pilih tiga orang yang mempunyai uang saku yang berbeda.



Ayo Kita Mencoba

Isilah tabel berikut ini:

Uang Saku		
Siswa 1 (Rupiah)	Siswa 2 (Rupiah)	Siswa 3 (Rupiah)

Uang saku siswa 1 : Uang saku siswa 2 : Uang saku siswa 3 = ... : ... : ...

Dapat disederhanakan menjadi

Uang saku siswa 1 : Uang saku siswa 2 : Uang saku siswa 3 = ... : ... : ...

Bentuk perbandingan di atas disebut sebagai **perbandingan tiga variabel**.



Ayo Kita Amati

Berdasarkan perbandingan tiga variabel diatas, tentukan perbandingan dua variabel berikut ini

- uang saku siswa 1 : uang saku siswa 2
- uang saku siswa 1 : uang saku siswa 3
- uang saku siswa 2 : uang saku siswa 3

Apa yang dapat kamu simpulkan?



Ayo Kita Menalar

1. Jika yang kamu ketahui adalah
 - i. uang saku siswa 1 : uang saku siswa 2
 - ii. uang saku siswa 2 : uang saku siswa 3
 Dapatkah kamu menentukan perbandingan tiga variabel yaitu Uang saku siswa 1 : Uang saku siswa 2 : Uang saku siswa 3? Jelaskan.
2. Jelaskan bagaimana bentuk **perbandingan n variabel**.



Ayo Kita Simpulkan

1. Apa yang dimaksud perbandingan tiga variabel?
2. Bagaimana mendapatkan perbandingan dua variabel jika diketahui perbandingan tiga variabelnya?

Kegiatan 3.2

Beasiswa untuk Siswa Kurang Mampu

SMP Harapan Bangsa memiliki 120 siswi dan 80 siswa. Sekolah ini memiliki program “Beasiswa Untuk Semua Siswa Kurang Mampu”, untuk itu dilakukan pendataan mengenai banyaknya siswa-siswa yang kurang mampu. Berdasarkan hasil pendataan didapat 80 siswa perempuan dan 40 siswa laki-laki yang kurang mampu.



Ayo Kita Gali Informasi

Isilah tabel berikut ini.

Banyaknya			
Siswa Laki-laki		Siswa Perempuan	
Mendapat Beasiswa	Tidak Mendapat Beasiswa	Mendapat Beasiswa	Tidak Mendapat Beasiswa
...	...	...	...
Banyaknya siswa = ...		Banyaknya siswa = ...	
Banyak murid di SMA Harapan Bangsa = ...			



Ayo Kita Mencoba

Tentukan perbandingan antara

- Banyak siswa laki-laki dan seluruh siswa di SMP Harapan Bangsa.
- Banyak siswa laki-laki dan banyak siswa laki-laki yang memperoleh beasiswa di SMP Harapan Bangsa.
- Banyak siswa laki-laki yang memperoleh beasiswa dan banyak seluruh siswa di SMP Harapan Bangsa.
- Banyak siswa perempuan dan seluruh siswa di SMP Harapan Bangsa.
- Banyak siswa perempuan keseluruhan dan banyak siswa laki-laki yang memperoleh beasiswa di SMP Harapan Bangsa.
- Banyak siswa perempuan yang memperoleh beasiswa dan banyak seluruh siswa di SMP Harapan Bangsa.



Ayo Kita Menalar

Bagaimana kamu memperoleh perbandingan

- Banyak siswa laki-laki dan seluruh siswa di SMP Harapan Bangsa jika yang diketahui perbandingan
 - Banyak siswa laki-laki dan banyak siswa laki-laki yang memperoleh beasiswa di SMP Harapan Bangsa dan
 - Banyak siswa laki-laki yang memperoleh beasiswa dan banyak seluruh siswa di SMP Harapan Bangsa
- Banyak siswa perempuan dan seluruh siswa di SMP Harapan Bangsa jika diketahui perbandingan
 - Banyak siswa perempuan keseluruhan dan banyak siswa perempuan yang memperoleh beasiswa di SMP Harapan Bangsa
 - Banyak siswa perempuan yang memperoleh beasiswa dan banyak seluruh siswa di SMP Harapan Bangsa



Ayo Kita Simpulkan

Bagaimana memperoleh $a : c$ jika yang diketahui $a : b$ dan $b : c$?

Kegiatan 3.3

Produktifitas Penduduk

Suatu desa mempunyai penduduk sebanyak 500 jiwa. Pada desa ini dilakukan pendataan untuk mengetahui produktifitas penduduk. Berdasarkan hasil pendataan

diperoleh bahwa penduduk yang aktif bekerja sebanyak 80% dari jumlah penduduk keseluruhan. Setelah didata lebih jauh lagi ternyata penduduk yang bekerja terdiri dari 100 jiwa usia tak produktif dan penduduk yang tidak bekerja terdiri dari 75 jiwa usia produktif.



Ayo Kita Gali Informasi

Isilah tabel berikut ini.

Banyak Penduduk (Jiwa)			
...			
Bekerja (Jiwa)		Tidak Bekerja (Jiwa)	
...		...	
Usia Produktif (Jiwa)	Usia Tak Produktif (Jiwa)	Usia Produktif (Jiwa)	Usia Tak Produktif (Jiwa)
...	...	...	...



Ayo Kita Mencoba

Tentukan perbandingan antara

- Banyak penduduk yang bekerja pada usia tak produktif dan penduduk keseluruhan
- Banyak penduduk yang bekerja pada usia tak produktif dan banyak penduduk keseluruhan yang bekerja.
- Banyak penduduk yang bekerja dan penduduk keseluruhan.
- Banyak penduduk yang tak bekerja pada usia produktif dan penduduk keseluruhan
- Banyak penduduk yang tak bekerja pada usia produktif dan banyak penduduk keseluruhan yang tak bekerja.
- Banyak penduduk yang tak bekerja dan penduduk keseluruhan.



Ayo Kita Menalar

Bagaimana kamu memperoleh perbandingan

- Banyak penduduk yang bekerja pada usia tak produktif dan penduduk keseluruhan jika diketahui perbandingan

- a. Banyak penduduk yang bekerja pada usia tak produktif dan banyak penduduk keseluruhan yang bekerja; dan
 - b. Banyak penduduk yang bekerja dan penduduk keseluruhan
2. Banyak penduduk yang tak bekerja pada usia produktif dan penduduk keseluruhan jika diketahui perbandingan
 - a. Banyak penduduk yang tak bekerja pada usia produktif dan banyak penduduk keseluruhan yang tak bekerja; dan
 - b. Banyak penduduk yang tak bekerja dan penduduk keseluruhan.



Ayo Kita Gali Informasi

Carilah informasi mengenai banyaknya penduduk Indonesia. Kemudian carilah informasi mengenai banyaknya penduduk yang bekerja dan tak bekerja. Dan juga cari informasi mengenai banyaknya penduduk yang bekerja pada usia tak produktif dan penduduk yang tak bekerja pada usia produktif. Selanjutnya analisa data tersebut seperti pada kegiatan bab ini.



Ayo Kita Berbagi

Presentasikan informasi yang kamu peroleh didepan kelas.



Ayo Kita Menanya

Buatlah pertanyaan yang berhubungan dengan perbandingan bertingkat.

Materi Esensi

Perbandingan Bertingkat

Berikut langkah-langkah untuk menyelesaikan masalah perbandingan bertingkat

Langkah 1. Jadikan permasalahan $a : b = \text{bilangan 1} : \text{bilangan 2}$ menjadi

$$\frac{a}{b} = \frac{\text{bilangan 1}}{\text{bilangan 2}}$$

Langkah 2. Jadikan permasalahan $b : c = \text{bilangan 3} : \text{bilangan 4}$ menjadi

$$\frac{b}{c} = \frac{\text{bilangan 3}}{\text{bilangan 4}}$$

Langkah 3. Didapatkan

$$\frac{a}{c} = \frac{\text{bilangan 1}}{\text{bilangan 2}} \times \frac{\text{bilangan 3}}{\text{bilangan 4}} = \frac{\text{bilangan 1} \times \text{bilangan 3}}{\text{bilangan 2} \times \text{bilangan 4}}$$

Sehingga $a : c = \text{bilangan 1} \times \text{bilangan 3} : \text{bilangan 2} \times \text{bilangan 4}$

Catatan: Jika dalam permasalahan dalam bentuk persen maka rubahlah bentuk tersebut kedalam bentuk perbandingan biasa ($a : b$). Kemudian lakukan langkah diatas untuk menyelesaikan permasalahannya.

Contoh 3.1

Perbandingan Bertingkat

Dalam suatu kelas, perbandingan banyaknya siswa laki-laki dan seluruh siswa dalam kelas adalah $2 : 3$ dan Perbandingan banyaknya siswa laki-laki yang senang olahraga dan yang tidak adalah $4 : 1$. Tentukan perbandingan banyak siswa laki-laki yang senang olahraga terhadap banyaknya siswa secara keseluruhan.

Alternatif Penyelesaian:

Diketahui:

$$\frac{\text{banyaknya siswa laki - laki}}{\text{banyaknya seluruh siswa}} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{\text{banyaknya siswa laki - laki senang olahraga}}{\text{banyaknya siswa laki - laki tidak senang olahraga}} = \frac{4}{1}$$

Ditanya:

$$\frac{\text{banyaknya siswa laki - laki senang olahraga}}{\text{banyaknya seluruh siswa}}$$

Jawab:

Sudah jelas bahwa

banyaknya siswa laki-laki senang olahraga + banyaknya siswa laki-laki tidak senang olahraga = banyaknya siswa laki-laki

Bagi kedua ruas dengan banyaknya siswa laki-laki didapatkan

$$\frac{\text{banyaknya siswa laki - laki senang olahraga}}{\text{banyaknya siswa laki - laki}} + \frac{\text{banyaknya siswa laki - laki tidak senang olahraga}}{\text{banyaknya siswa laki - laki}} = 1$$

Diketahui bahwa

$$\frac{\text{banyaknya siswa laki - laki senang olahraga}}{\text{banyaknya siswa laki - laki tidak senang olahraga}} = \frac{4}{1},$$

maka

banyaknya siswa laki-laki tidak senang olahraga = $\frac{1}{4}$ banyaknya siswa laki-laki senang olahraga.

Dengan demikian

$$\frac{\text{banyaknya siswa laki-laki senang olahraga}}{\text{banyaknya siswa laki-laki}} + \frac{\frac{1}{4} \text{ banyaknya siswa laki-laki senang olahraga}}{\text{banyaknya siswa laki-laki}} = 1$$

atau

$$\frac{\text{banyaknya siswa laki-laki senang olahraga}}{\text{banyaknya siswa laki-laki}} = \frac{4}{5} \quad \dots (1)$$

Diketahui juga bahwa

$$\frac{\text{banyaknya siswa laki-laki}}{\text{banyaknya seluruh siswa}} = \frac{2}{3} \quad \dots (2)$$

Kalikan Persamaan (1) dan (2) didapat

$$\frac{\text{banyaknya siswa laki-laki senang olahraga}}{\text{banyaknya seluruh siswa}} = \frac{8}{15}$$



*Ayo Kita
Tinjau Ulang*

Kembali ke Contoh 3.1

Jika yang diketahui perbandingan banyaknya siswa perempuan dan seluruh siswa dalam kelas adalah 2 : 3 Dan Perbandingan banyaknya siswa laki-laki yang senang olahraga dan yang tidak adalah 4 : 1. Tentukan perbandingan banyak siswa laki-laki yang senang olahraga terhadap banyaknya siswa secara keseluruhan.

Latihan 3

Perbandingan Bertingkat

1. Tiga buah kotak serupa A, B, C total berisi 72 buah pensil. Perbandingan banyak pensil di kotak A, B , dan C adalah 4 : 1 : 3. Berapa banyak pensil yang berada di kotak C ?
2. Empat buah wadah yang serupa P, Q, R , dan S , total berisi 85 liter air. Perbandingan volume air di wadah P, Q , dan R adalah 4 : 1 : 3. Jika wadah S berisi 13 liter air, berapa air dalam wadah R ?
3. Perbandingan usia antar Tasya : Fina : Caca adalah 5 : 4 : 6. Jika usia Caca empat tahun lebih tua dari Fina, berapa jumlah usia mereka bertiga?
4. Ira dan Ria berbelanja di pasar dengan total uang yang mereka bawa Rp100.000,00. Setelah berbelanja, Ira masih memiliki $\frac{1}{4}$ dari uangnya mula-mula dan uang Ria

- masih bersisa Rp30.000,00. Jika besar uang yang dibelanjakan oleh Ira dan Ria sama, berapa uang yang dibawa Ria mula-mula?
5. Banyak perangko yang dimiliki Wina dan Wini adalah 240 buah. Setelah Wini memberikan $\frac{1}{7}$ perangkonya kepada Wina, banyak perangko mereka menjadi sama. Berapa banyak perangko yang dimiliki Wini mula-mula?
 6. Tubuh manusia terdiri dari 3 bagian yaitu kepala, badan dan kaki. Jika panjang kepala manusia adalah 10% dari tubuh keseluruhan dan perbandingan panjang antara badan dan kepala adalah 3 : 1. Tentukan persentase panjang badan manusia terhadap keseluruhan tubuhnya.
 7. Pada suatu negara dilakukan sensus penduduk ternyata 57% penduduknya masih tergolong miskin dan dari yang miskin tersebut 30% masih bisa sekolah sampai perguruan tinggi. Berapakah perbandingan penduduk miskin yang tidak bisa sekolah sampai perguruan tinggi dengan jumlah penduduk keseluruhan pada negara tersebut?
 8. Tubuh manusia terdiri dari 3 bagian yaitu kepala, badan dan kaki. Untuk manusia normal persentase panjang kepala terhadap tubuh keseluruhan adalah 10% sampai dengan 20% dari tubuh keseluruhan. Seseorang melakukan pengecekan ternyata perbandingan panjang antara badan dan kaki adalah 5 : 8 dan perbandingan panjang antara kepala dan badan adalah 1 : 4. Apakah orang ini normal? Jelaskan.
 9. Pada suatu kelas yang terdiri atas 40 siswa, 45% senang mata pelajaran Fisika, 40% senang mata pelajaran Bahasa Inggris, dan 30% tidak senang kedua-duanya. Dari 50 % siswa yang senang kedua mata pelajaran tersebut masuk dalam 10 peringkat teratas dalam sekolah tersebut. Tentukan banyaknya siswa yang senang kedua mata pelajaran dan masuk dalam 10 peringkat teratas.
 10. Sebuah mobil melakukan perjalanan dari kota A menuju kota B yang berjarak 200 km. Pada 80 km pertama mobil tersebut melaju dengan kecepatan 50 km/jam, 80 km selanjutnya mobil tersebut menaikkan kecepatannya sebesar 60% dan sisa perjalanannya dia menurunkan kecepatannya sebesar $x\%$. Jika mobil tersebut berangkat dari kota A pada pukul 08.24 dan dia menginginkan tiba di kota B pada pukul 12.00, tentukan nilai x .
 11. Pada suatu pemilihan umum yang terdiri dari dua kandidat x dan y . Ternyata setelah dilakukan perhitungan 40% penduduk memilih kandidat x , 35% penduduk memilih kandidat y , dan 10% penduduk salah melakukan pencoblosan. Dari 20% penduduk yang Golput ternyata adalah mahasiswa. Tentukan persentase mahasiswa yang golput terhadap jumlah penduduk.
 12. Andi menabungkan uangnya pada Bank x . Andi mulai menabung pada bulan Januari yaitu menabung sebesar Rp.200.000,00. Pada bulan berikutnya Andi menabung $\frac{5}{8}$ kali lipat dari bulan sebelumnya. Untuk keperluan sekolah, pada bulan Maret Andi mengambil uangnya sebesar Rp135.580,00. Jika bank tersebut

memberi bunga sebesar 2% untuk setiap akhir bulan, tentukan saldo tabungan Andi pada akhir bulan Maret?

13. Pada suatu pemilihan umum yang terdiri dari dua kandidat x dan y . Ternyata setelah dilakukan perhitungan 40% penduduk memilih kandidat x , 35% penduduk memilih kandidat y , dan 10% dari penduduk adalah golput. Jika syarat menjadi pemenang adalah harus unggul 10% dari lawannya dan pengukuran persentasenya dihitung berdasarkan penduduk yang melakukan pemilihan umum saja (Golput tidak dihitung). Apakah kandidat x bisa disimpulkan sebagai pemenang?
14. Pada suatu Super Market melakukan potongan harga sebesar 60% untuk setiap pembelian baju. Ani berbelanja di supermarket tersebut, dia membeli 3 baju. Ternyata ada pemotongan tambahan sebesar 30% jika membeli baju sebanyak 3. Jika harga setiap baju sebelum pemotongan harga adalah Rp.150.000,00. Tentuka seberapa besar uang yang harus dibayar Ani?
15. Nisa mencoba membuat minuman baru dengan cara mencampurkan sirup, soda dan susu dengan perbandingan 1 : 2 : 5. Jika banyaknya minuman baru tersebut 4 liter maka berapa liter banyaknya sirup, soda dan susu tersebut?



Proyek 3

- Buatlah kelompok yang terdiri 10 orang.
- Tiap-tiap kelompok membuat angket mata pelajaran apa yang paling disukai siswa/siswi di sebuah kelas. Untuk tiap kelompok, berikan angket ke satu kelas VII, satu kelas VIII dan satu kelas IX.
- Catatlah mata pelajaran apa yang disukai orang dan buatlah tabel untuk tiap kelas.
- Hitunglah berapa bagian dari setiap mata pelajaran yang disukai untuk tiap-tiap kelas VII, kelas VIII dan kelas IX. Nyatakan pecahan tersebut dalam desimal dan persen.
- Jika sekarang kelas VII, kelas VIII dan kelas IX digabung, hitunglah berapa bagian dari setiap mata pelajaran yang disukai. Nyatakan pecahan tersebut dalam desimal dan persen. Apakah ada perubahan persentase mata pelajaran yang disukai? Apa yang dapat kamu simpulkan?

1. Pada suatu negara dilakukan sensus penduduk ternyata 20% dari penduduknya masih tergolong miskin. Penduduk yang tergolong kaya semuanya bisa sekolah sampai perguruan tinggi. Dari keseluruhan penduduk yang sekolah sampai perguruan tinggi 10% adalah penduduk tergolong miskin. Berapakah perbandingan penduduk miskin yang tidak bisa sekolah sampai perguruan tinggi dengan jumlah penduduk keseluruhan pada negara tersebut?
2. Tubuh manusia terdiri dari 3 bagian yaitu kepala, badan dan kaki. Seseorang diambil fotonya untuk seluruh badan. Ternyata setelah dihitung perbandingan ukuran hasil foto dan ukuran sebenarnya adalah 1:10. Jika pada foto, panjang kepala adalah 15% dari tubuh keseluruhan dan perbandingan panjang antara badan dan kaki adalah 5:7. Tentukan persentase panjang badan manusia terhadap keseluruhan tubuhnya pada ukuran aslinya.
3. Pada suatu negara dilakukan sensus penduduk ternyata 20% dari penduduknya masih tergolong miskin. Dari penduduk yang tergolong kaya 5% tidak sekolah sampai tingkat atas. Selain itu, dari keseluruhan penduduk yang sekolah sampai tingkat atas 10% adalah penduduk tergolong miskin. Berapakah perbandingan penduduk miskin yang tidak bisa sekolah sampai tingkat menengah atas dengan jumlah penduduk keseluruhan pada negara tersebut?
4. Pada suatu kelas yang terdiri 40 siswa, 40% senang mata pelajaran Matematika, 35% senang mata pelajaran Bahasa Indonesia, dan 10% senang kedua-duanya. Dari $\frac{3}{14}$ siswa yang tidak senang kedua mata pelajaran tersebut masuk dalam 10 peringkat teratas dalam sekolah tersebut. Tentukan banyaknya siswa yang tidak senang kedua mata pelajaran dan masuk dalam 10 peringkat teratas.
5. Sebuah mobil melakukan perjalanan dari kota A menuju kota B yang berjarak 200 km. Pada 80 km pertama mobil tersebut melaju dengan kecepatan 50 km/jam, 80 km selanjutnya mobil tersebut menaikkan kecepatannya sebesar 60% dan sisa perjalanannya dia menurunkan kecepatannya sebesar 25%. Tentukan lamanya perjalanan dari kota A dan B .
6. Pada suatu pemilihan umum yang terdiri dari dua kandidat x dan y . Ternyata setelah dilakukan perhitungan 50% penduduk memilih kandidat x , 25% penduduk memilih kandidat y , dan 10% dari penduduk adalah golput. Jika syarat menjadi pemenang adalah harus unggul 10% dari lawannya dan pengukuran persentasenya

dihitung berdasarkan penduduk yang melakukan pemilihan umum saja (Golput tidak dihitung). Kemudian ternyata kelompok dari kandidat y tidak setuju dengan hasil tersebut dan mengajukan pemilu ulang karena menduga terjadi kecurangan, mereka beranggapan hasil yang sebenarnya adalah 45% penduduk memilih kandidat x , 30% penduduk memilih kandidat y , dan 10% dari penduduk adalah golput. Apakah usulan mereka untuk melakukan pemilu ulang bisa diterima? (usulan diterima jika pemenangnya berubah)

7. Sebuah mobil x melakukan perjalanan dari kota A menuju kota B yang berjarak 200 km. Pada 80 km pertama mobil tersebut melaju dengan kecepatan 50 km/jam, 80 km selanjutnya mobil tersebut menaikkan kecepatannya sebesar 60% dan sisa perjalanannya dia menurunkan kecepatannya sebesar 25%. Disisi lain mobil y melakukan perjalanan dari kota B menuju kota A . Pada 80 km pertama mobil tersebut melaju dengan kecepatan 50 km/jam, 80 km selanjutnya mobil tersebut menaikkan kecepatannya sebesar 60% dan sisa perjalanannya dia menurunkan kecepatannya sebesar 25%. Jika mobil x berangkat dari kota A pada pukul 08.36 dan mobil y berangkat dari kota B pada pukul 08.50 maka tentukan waktu mereka tiba di tempat tujuan.
8. Andi menabungkan uangnya pada Bank x . Andi mulai menabung pada bulan Januari yaitu menabung sebesar Rp.100.000,00. Pada bulan berikutnya Andi menabung $\frac{2}{5}$ kali lipat dari bulan sebelumnya. Bulan Maret Andi menabung sebesar 80% dari saldo bulan sebelumnya. Tentukan saldo tabungan Andi pada akhir bulan maret?
9. Seorang pedagang membeli sebuah kemeja dengan harga Rp.100.000,00. Kemudian barang ini dijual kembali. Supaya pelanggan tertarik pedagang memberikan tulisan pada barang dagangannya “Diskon 60%”. Dengan harga berapa dia harus melabelkan barang dagangannya supaya dia mendapatkan keuntungan 40% dari harga beli?
10. Andi menabungkan uangnya pada Bank x . Andi mulai menabung pada bulan Januari yaitu menabung sebesar Rp.200.000,00. Pada bulan berikutnya Andi menabung $\frac{5}{8}$ kali lipat dari bulan sebelumnya. Bulan Maret Andi menabung sebesar 80% dari saldo bulan sebelumnya. Jika bank tersebut memberi bunga sebesar 2% untuk setiap akhir bulan, tentukan saldo tabungan Andi pada akhir bulan maret?

11. Perbandingan banyak siswa di ruang aula 1 dan aula 2 adalah 3 : 4. Perbandingan banyak siswa di ruang aula 2 dan aula 3 adalah 2 : 3. Jika banyak siswa di ruang aula 1 dan aula 2 adalah 420 orang, berapa banyak siswa di ruang aula 3?
12. Banyak siswa di suatu kelas adalah 40 orang. Perbandingan banyak siswa laki-laki dan perempuan adalah 4 : 1. Kemudian beberapa siswa laki-laki keluar kelas, sehingga perbandingan banyak siswa laki-laki dan perempuan adalah 7 : 2. Tentukan berapa banyak siswa laki-laki yang keluar kelas.
13. Jumlah dari tiga bilangan adalah 126. Jika perbandingan bilangan pertama dan kedua adalah 4 : 3, dan perbandingan bilangan kedua dan ketiga adalah 6 : 7, berapakah bilangan kedua?
14. Perbandingan usia Winda dan ayahnya sekarang adalah 4 : 1. Jumlah usia Winda dan ayahnya adalah 50 tahun. Berapa tahun lagi perbandingan usia Winda dan ayahnya menjadi 3 : 1?
15. Tahun ini perbandingan usia Rio dan ibunya adalah 7 : 1 dan jumlah usianya 32 tahun. Berapa tahun lagi perbandingan usia Rio dan ibunya menjadi 5 : 1?
16. Pada sebuah perusahaan 46% pegawai adalah laki-laki. Jika 60% pegawai sudah menikah dan 70% dari pegawai yang sudah menikah adalah laki-laki, berapakah dari pegawai yang belum menikah adalah pegawai perempuan?
17. Perbandingan banyak pengunjung laki-laki dan perempuan dalam suatu bazar adalah 7 : 4. Setelah $\frac{5}{8}$ bagian pengunjung laki-laki keluar dan 20 orang pengunjung perempuan datang, perbandingan pengunjung laki-laki dan perempuan menjadi 1 : 2. Berapakah banyak pengunjung mula-mula?
18. Tamu suatu acara syukuran terdiri orang dewasa dan anak-anak, $\frac{2}{5}$ bagian adalah orang dewasa. Jumlah anak-anak 60 orang lebih banyak dari pada orang dewasa. Perbandingan banyak tamu anak laki-laki dan perempuan adalah 4 : 5. Berapa banyak tamu anak laki-laki yang hadir?
19. Fahri dan Farhan masing-masing mampu menghabiskan segelas jus jambu dalam waktu 25 detik. Sedangkan Zaki membutuhkan waktu 50 detik untuk melakukan hal yang sama. Jika ketiganya diminta bergabung untuk menghabiskan $4\frac{1}{2}$ gelas jus jambu bersama-sama, tetapi Zaki tidak mau bergabung untuk gelas keempat dan ke lima, berapa lama waktu yang mereka butuhkan untuk menghabiskan $4\frac{1}{2}$ jus tersebut?

20. Tabungan Anis lebih banyak daripada jumlah tabungan Benny dan Kinar. Tabungan Benny lebih banyak daripada tabungan Kinar. Tabungan Dian lebih banyak daripada jumlah tabungan Ani, Benny, dan Kinar. Manakah pernyataan berikut yang benar:
- a. Tabungan Anis lebih banyak daripada tabungan Dian
 - b. Jumlah tabungan Dian dan Kinar sama dengan jumlah tabungan Anis dan Benny
 - c. Tabungan Dian merupakan penjumlahan tabungan Anis, Benny, dan Kinar
 - d. Tabungan terbanyak adalah tabungan Anis
 - e. Kinar mempunyai tabungan paling sedikit.



Bab IV

Kekongruenan dan Kesebangunan



Kata Kunci

- Kekongruenan
- Faktor Skala
- Sebangun



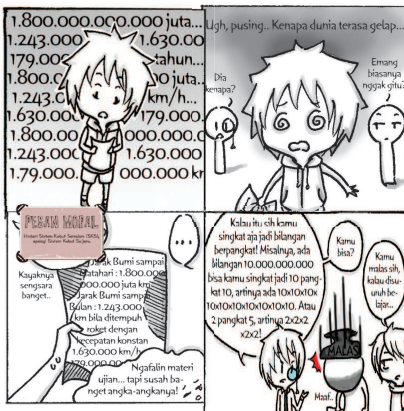
Kompetensi Dasar

- 1.1 Menghargai dan menghayati ajaran agama yang dianutnya.
- 2.1 Menunjukkan sikap logis, kritis, analitik dan kreatif, konsisten dan teliti, bertanggung jawab, responsif, dan tidak mudah menyerah dalam memecahkan masalah sehari-hari, yang merupakan pencerminan sikap positif dalam bermatematika.
- 3.6 Memahami konsep kekongruenan dan kesebangunan geometri melalui pengamatan.
- 4.5 Menyelesaikan permasalahan nyata hasil pengamatan yang terkait penerapan kekongruenan dan kesebangunan.



Pengalaman Belajar

1. Mengidentifikasi, mendeskripsikan, menjelaskan sifat atau karakteristik benda dengan permukaan yang kongruen atau sebangun berdasarkan hasil pengamatan.
2. Membuat model, menggambar atau melukis, dan menentukan bangun-bangun datar yang kongruen atau sebangun dengan berbagai cara dan posisi.
3. Menguji dua segitiga sebangun dan dua segitiga kongruen.
4. Menentukan panjang sisi, besar sudut, atau unsur lainnya berkaitan dengan bangun datar yang kongruen atau sebangun dan menyelesaikan permasalahan nyata yang terkait dengan konsep kekongruenan dan kesebangunan.

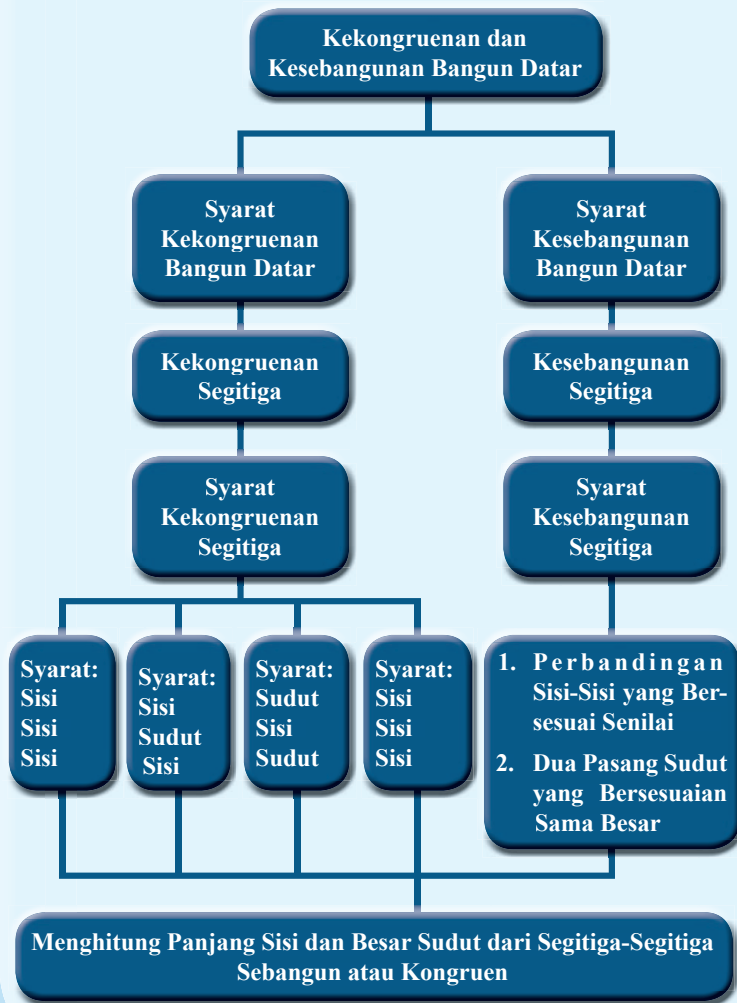


Sumber: Dokumen Kemdikbud

Coba amatilah pigura foto presiden RI dan wakilnya yang ada di kelasmu. Apakah bentuk dan ukurannya sama? Bagaimana dengan pigura tersebut dibanding pigura lukisan atau dibanding dengan papan tulis yang ada di kelasmu, apakah sebangun?

Pernahkan kamu membayangkan bagaimana memperkirakan ukuran tinggi pohon, tiang bendera, atau gedung tanpa harus mengukurnya secara langsung? Bagaimana mengukur lebar sungai atau danau tanpa harus mengukurnya secara langsung? Semua itu merupakan beberapa contoh manfaat konsep kekongruenan dan kesebangunan geometri dalam kehidupan sehari-hari.

Nah, masalah-masalah tersebut di atas dapat diselesaikan dengan konsep kekongruenan dan kesebangunan. Konsep ini akan kita pelajari bersama di Bab 4 ini.





Sumber: www.wikipedia.com

Thales

Thales merupakan salah seorang filsuf Yunani yang hidup pada abad ke-6 SM. Ia (624-546 SM) lahir di kota Miletus. Awalnya, Thales adalah seorang pedagang, profesi yang membuatnya sering melakukan perjalanan. Kondisi kota Miletos yang cukup makmur memungkinkan orang-orang di sana untuk mengisi waktu dengan berdiskusi dan berpikir tentang segala sesuatu yang ada di sekitar mereka, sehingga banyak para filsuf Yunani pertama yang lahir di tempat ini. Pemikiran Thales dianggap sebagai kegiatan berfilsafat pertama karena ia mencoba menjelaskan dunia dan gejala-gejala di dalamnya dengan menggunakan rasio manusia dan tidak bergantung pada mitos yang berkembang di masyarakat. Ia juga dikenal sebagai salah satu dari Tujuh Orang Bijaksana (dalam bahasa Yunani disebut dengan *hoi hepta sophio*), yang oleh Aristoteles diberi gelar 'filsuf yang pertama'.

Thales juga dikenal sebagai ahli geometri, astronomi, dan politik. Pada bidang matematika, Thales mengungkapkan salah satu gagasan yang cukup fenomenal, yakni di bidang kesebangunan. Diceritakan bahwa dia dapat menghitung tinggi piramida dengan menggunakan bantuan dari bayangan suatu tongkat. Thales menggunakan kenyataan bahwa segitiga yang dibentuk oleh piramida dan bayangannya sebangun dengan segitiga kecil yang dibentuk oleh tongkat dan bayangannya. Dengan menggunakan perbandingan kesebangunan dua segitiga itu ia dapat memperkirakan tinggi dari piramida tersebut.

Selain itu, dia juga dapat mengukur jauhnya kapal di laut dari pantai. Kemudian Thales menjadi terkenal setelah dia berhasil memprediksi terjadinya gerhana matahari pada tanggal 28 Mei atau 30 September tahun 609 SM. Dia dapat melakukan prediksi tersebut karena dia telah mempelajari catatan-catatan astronomis yang tersimpan di Babilonia sejak tahun 747 SM. Thales tidak meninggalkan cukup bukti tertulis mengenai pemikiran filsafatnya. Pemikirannya didapatkan melalui tulisan Aristoteles tentang dirinya. Aristoteles mengatakan bahwa Thales adalah orang yang pertama kali memikirkan tentang asal mula terjadinya alam semesta. Oleh karena itu, Thales juga dianggap sebagai perintis filsafat alam (*natural philosophy*).

Sumber: www.wikipedia.com dan *Ensiklopedia Matematika*, (2013)

Hikmah yang bisa diambil

1. Thales adalah orang yang mempunyai rasa ingin tahu yang sangat tinggi. Dia selalu memikirkan setiap kejadian alam yang ada di sekitarnya dan mencari tahu penyebabnya. Ia mencoba memprediksi gerhana matahari dengan menggunakan ilmu pengetahuan yang telah dia pelajari tanpa bersandar pada mitos yang ada.
2. Tidak mudah puas terhadap sesuatu yang sudah didapatkan, sehingga terus berfikir melakukan inovasi untuk menemukan sesuatu yang baru. Hal ini bisa kita lihat dari gagasannya dalam mengukur tinggi piramida tanpa perlu mengukur secara langsung, tapi dapat dilakukan dengan menggunakan bantuan dari bayangan suatu tongkat dan konsep kesebangunan yang dikemukakannya.
3. Matematika adalah ilmu yang menarik untuk kita pelajari, bukan ilmu yang menyeramkan seperti dikatakan sebagian orang. Karena telah banyak sejarah yang menceritakan tentang peran matematika dalam memajukan peradaban manusia, salah satunya adalah konsep kesebangunan dari Thales yang berguna dalam kehidupan manusia saat ini.

A. Kekongruenan Bangun Datar



Pertanyaan Penting

Bagaimana kamu dapat mengidentifikasi dua bangun datar dikatakan kongruen? Supaya kamu dapat mengetahui dan memahami jawaban pertanyaan diatas silakan amati gambar-gambar di bawah ini dengan seksama.

Kegiatan 4.1

Mengidentifikasi Dua Benda Kongruen atau Tidak

Kumpulkanlah data tinggi dan berat badan teman sekelasmu.



Ayo Kita Amati

Coba kamu amati gambar di bawah ini dengan seksama.



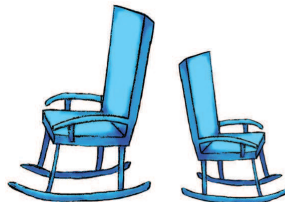
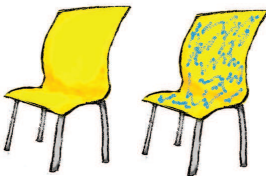
(a) Dua gambar mobil yang kongruen

(b) Dua gambar mobil yang tidak kongruen

Sumber: Dokumen Kemdikbud

Gambar 4.1 Sepasang mobil kongruen dan tidak kongruen

Perhatikan pula pasangan di bawah ini dengan teliti.

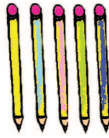


(a) Dua gambar mobil yang kongruen

(b) Dua gambar mobil yang tidak kongruen

Sumber: Dokumen Kemdikbud

Gambar 4.2 Sepasang kursi kongruen dan tidak kongruen



(a) Lima gambar pensil yang kongruen

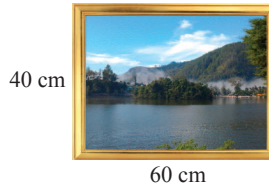
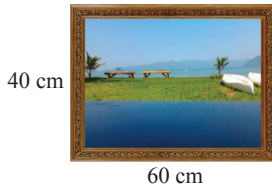


(b) Dua gambar pensil tidak kongruen

Sumber: Dokumen Kemdikbud

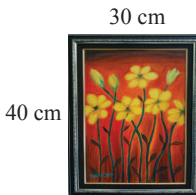
Gambar 4.3 Pensil-pensil yang kongruen dan tidak kongruen

Coba kamu amati pula Gambar 4.4 dan 4.5 di bawah ini.



Sumber: Dokumen Kemdikbud

Gambar 4.4 Dua pigura lukisan yang kongruen



Sumber: Dokumen Kemdikbud

Gambar 4.5 Dua pigura lukisan yang tidak kongruen



**Ayo Kita
Menalar**

Gunakan Kalimatmu Sendiri

Setelah mengamati Gambar 4.1 sampai dengan Gambar 4.5, menurutmu mengapa dua bangun atau lebih dikatakan kongruen?

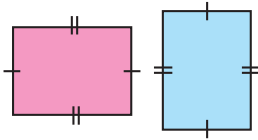


**Ayo Kita
Berbagi**

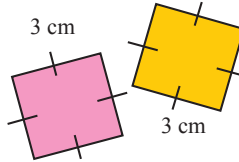
Coba carilah contoh lainnya di sekitarmu. Kemudian diskusikan dengan temanmu dan paparkan hasil Kegiatan 4.1 dari kelompokmu ini kepada teman sekelasmu.

Kegiatan 4.2**Menemukan Konsep Dua Bangun Kongruen**

Perhatikanlah beberapa pasangan bangun berikut ini.



(a) Dua persegipanjang kongruen



(b) Dua persegi kongruen



(c) Tiga bintang kongruen

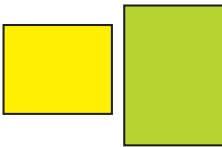


(d) Tiga tabung kongruen

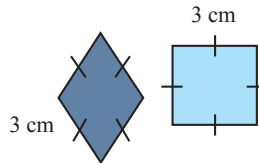
Sumber: Dokumen Kemdikbud

Gambar 4.6 Pasangan bangun yang kongruen

Gambar di bawah ini adalah contoh pasangan bangun tidak kongruen.



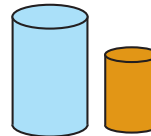
(a) Dua persegipanjang tidak kongruen



(b) Dua segiempat tidak kongruen



(c) Dua bintang tidak kongruen



(d) Dua tabung tidak kongruen

Sumber: Dokumen Kemdikbud

Gambar 4.7 Pasangan bangun yang tidak kongruen



Ayo Kita Menalar

Diskusikan dengan kelompokmu dan paparkan ke teman sekelasmu.

1. Mengapa bangun-bangun pada Gambar 4.6 kongruen, sedangkan bangun-bangun pada Gambar 4.7 tidak kongruen?
2. Syarat apakah yang dipenuhi oleh bangun-bangun pada Gambar 4.6 yang tidak dipenuhi oleh bangun-bangun pada Gambar 4.7?

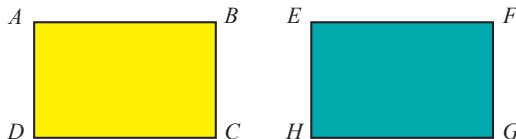
Kegiatan 4.3

Mendapatkan Dua Bangun Kongruen dengan Translasi



Ayo Kita Mencoba

Perhatikanlah gambar di bawah ini.



Gambar 4.8

1. Salinlah persegi panjang $ABCD$ pada Gambar 4.8 pada kertas lain kemudian guntinglah.
2. Geser (translasikan) persegi-panjang $ABCD$ yang kamu buat tadi sehingga titik A berhimpit dengan E , dan titik B berhimpit dengan titik F . Apa yang terjadi dengan titik-titik lain?
3. Apakah persegi panjang $ABCD$ tepat menempati (menutupi) persegi panjang $EFGH$?

Jika benar setiap titik pada persegi panjang $ABCD$ dapat menempati titik-titik persegi panjang $EFGH$, maka dikatakan bahwa persegi panjang $ABCD$ kongruen dengan persegi panjang $EFGH$.

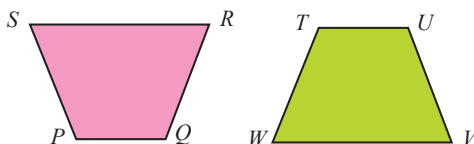
Bangun $ABCD$ kongruen dengan $EFGH$ disimbolkan dengan $ABCD \cong EFGH$.

Kegiatan 4.4**Mendapatkan Dua Bangun Kongruen dengan Rotasi**

*Ayo Kita
Mencoba*

Lakukan kegiatan di bawah ini bersama temanmu.

Perhatikan gambar di bawah ini.



Gambar 4.9

1. Jiplaklah bangun trapesium $PQRS$ (lihat Gambar 4.9) pada kertas lain lalu guntinglah.
2. Putarlah (rotasikan) trapesium yang kamu buat dan geserlah menuju trapesium $TUVW$.
Apakah trapesium $PQRS$ tepat menempati trapesium $ABCD$?
Jika benar, maka $PQRS \cong ABCD$.

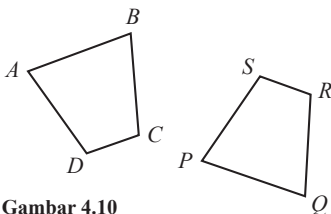


*Ayo Kita
Berbagi*

Berdasarkan Kegiatan 4.3 dan 4.4 yang sudah kamu kerjakan bersama temanmu, diskusikan dengan temanmu apa hubungan tranformasi dengan bangun yang kongruen. Silakan paparkan kepada teman sekelasmu.

Kegiatan 4.5**Syarat Dua Bangun Segibanyak (Poligon) Kongruen**

Perhatikan gambar di bawah ini.



Gambar 4.10

1. Ukurlah panjang sisi dan besar sudut-sudut segiempat $ABCD$ dan segiempat $PQRS$. Tuliskan pada Gambar 4.10.
2. Tuliskan sisi-sisi yang bersesuaian. Bagaimana panjang sisi-sisi yang bersesuaian tersebut?

3. Tuliskan sudut-sudut yang bersesuaian. Bagaimana besar sudut-sudut yang bersesuaian tersebut?
4. Apakah kedua bangun itu kongruen? Jelaskan.
5. Menurut kamu, apa saja syarat-syarat dua bangun segi banyak (poligon) kongruen? Jelaskan.
6. Carilah benda-benda di sekitarmu yang permukaannya kongruen. Selidikilah apakah syarat-syarat yang kamu berikan untuk dua bangun kongruen terpenuhi?



Ayo Kita Simpulkan

Berdasarkan Kegiatan 4.5, kesimpulan yang kamu peroleh adalah:

Dua bangun segibanyak (poligon) dikatakan kongruen jika memenuhi dua syarat, yaitu:

1. ...
2. ...



Ayo Kita Menalar

Apakah jika sisi-sisi yang bersesuaian sama panjang sudah menjamin dua bangun kongruen?

Apakah jika sudut-sudut yang bersesuaian sama sudah menjamin dua bangun kongruen?

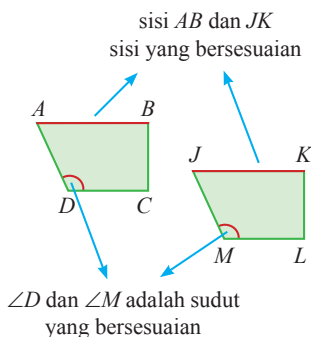
Materi Esensi

Syarat Dua Bangun Datar Kongruen

Dua bangun yang mempunyai bentuk dan ukuran yang sama dinamakan kongruen.

Dua bangun segi banyak (poligon) dikatakan kongruen jika memenuhi dua syarat, yaitu:

- (i) sisi-sisi yang bersesuaian sama panjang
- (ii) sudut-sudut yang bersesuaian sama besar.



Sudut-sudut yang bersesuaian:

$$\angle A \text{ dan } \angle J \rightarrow \angle A = \angle J$$

$$\angle B \text{ dan } \angle K \rightarrow \angle B = \angle K$$

$$\angle C \text{ dan } \angle L \rightarrow \angle C = \angle L$$

$$\angle D \text{ dan } \angle M \rightarrow \angle D = \angle M$$

Sisi-sisi yang bersesuaian:

$$AB \text{ dan } JK \rightarrow AB = JK$$

$$BC \text{ dan } KL \rightarrow BC = KL$$

$$CD \text{ dan } LM \rightarrow CD = LM$$

$$DA \text{ dan } MJ \rightarrow DA = MJ$$

Jika bangun $ABCD$ dan $JKLM$ memenuhi kedua syarat tersebut, maka bangun $ABCD$ dan $JKLM$ kongruen, dinotasikan dengan $ABCD \cong JKLM$.

Jika bangun $ABCD$ dan $JKLM$ tidak memenuhi kedua syarat tersebut maka bangun $ABCD$ dan $JKLM$ tidak kongruen, dinotasikan dengan $ABCD \not\cong JKLM$.

Catatan:

Ketika menyatakan dua bangun sebangun sebaiknya dinyatakan berdasarkan titik-titik sudut yang bersesuaian dan berurutan, contohnya:

$$ABCD \sim JKLM$$



atau

$$BADC \sim KJML$$



atau

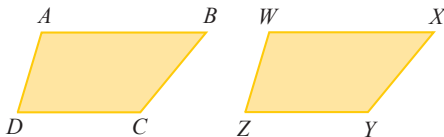
$$CDAB \sim LMJK$$



Contoh 4.1

Menentukan Sisi-sisi dan Sudut-sudut yang Bersesuaian

Segi empat $ABCD$ dan $WXYZ$ pada gambar di bawah kongruen. Sebutkan sisi-sisi dan sudut-sudut yang bersesuaian



Alternatif Penyelesaian:

Sisi-sisi yang bersesuaian:

$$\overline{AB} \text{ dan } \overline{WX}$$

$$\overline{BC} \text{ dan } \overline{XY}$$

$$\overline{CD} \text{ dan } \overline{YZ}$$

$$\overline{DA} \text{ dan } \overline{ZW}$$

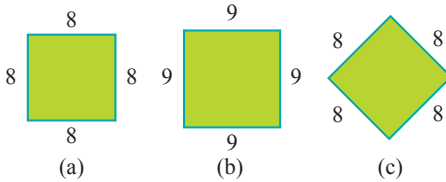
Sudut-sudut yang bersesuaian:

$$\angle A \text{ dan } \angle W$$

$$\angle B \text{ dan } \angle X$$

$$\angle C \text{ dan } \angle Y$$

$$\angle D \text{ dan } \angle Z$$

Contoh 4.2**Mengidentifikasi Dua Bangun Kongruen**

Manakah persegi di samping yang kongruen? Jelaskan.

Alternatif Penyelesaian:

Dua bangun dikatakan kongruen jika memenuhi dua syarat, yaitu:

(i) *sudut-sudut yang bersesuaian sama besar*

Setiap persegi mempunyai empat sudut siku-siku, sehingga sudut-sudut yang bersesuaian pada persegi (a), (b) dan (c) besarnya pasti sama.

(ii) *sisi-sisi yang bersesuaian sama panjang*

Persegi (a) dan persegi (b)

Panjang setiap sisi persegi (a) adalah 8 cm. Panjang setiap sisi persegi (b) adalah 9 cm. Jadi, sisi-sisi yang bersesuaian persegi (a) dan (b) tidak sama panjang.

Persegi (b) dan persegi (c)

Panjang setiap sisi persegi (b) adalah 9 cm. Panjang setiap sisi persegi (c) adalah 8 cm. Jadi, sisi-sisi yang bersesuaian persegi (b) dan (c) tidak sama panjang.

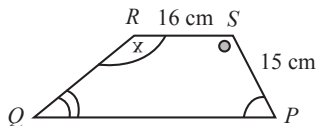
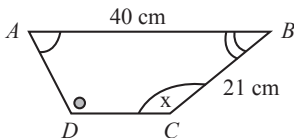
Persegi (a) dan persegi (c)

Panjang setiap sisi persegi (a) adalah 8 cm. Panjang setiap sisi persegi (c) adalah 8 cm. Jadi, sisi-sisi yang bersesuaian persegi (a) dan (c) sama panjang.

Berdasarkan (i) dan (ii) di atas, maka persegi yang kongruen adalah persegi (a) dan (c).

Contoh 4.3**Menentukan Panjang Sisi dan Besar Sudut yang Belum Diketahui**

Perhatikan gambar trapesium $ABCD$ dan $PQRS$ yang kongruen di bawah ini.



- Jika panjang sisi $AB = 40$ cm, $BC = 21$ cm, $RS = 16$ cm, dan $PS = 15$ cm, tentukan panjang sisi AD , DC , PQ , dan QR .
- Jika besar $\angle A = 60^\circ$, $\angle B = 40^\circ$. Berapakah besar $\angle R$ dan $\angle S$?
(selanjutnya, besar $\angle A$ ditulis dengan $m\angle A$, seperti yang sudah kamu kenal di kelas 7 dan 8)

Alternatif Penyelesaian:

Diketahui: bangun $ABCD \cong PQRS$, berarti

- sisi-sisi yang bersesuaian sama panjang
 - sudut-sudut yang bersesuaian sama besar
- Untuk menentukan panjang sisi AD , DC , PQ , dan QR , tentukan terlebih dulu sisi-sisi yang bersesuaian yaitu:

$$\left. \begin{array}{l} \overline{AB} \text{ dengan } \overline{PQ} \rightarrow AB = PQ \\ \overline{BC} \text{ dengan } \overline{QR} \rightarrow BC = QR \\ \overline{DC} \text{ dengan } \overline{SR} \rightarrow DC = SR \\ \overline{AD} \text{ dengan } \overline{PS} \rightarrow AD = PS \end{array} \right\} \text{menentukan sisi-sisi yang bersesuaian}$$

(mengapa bukan $AB = SR$? Jelaskan)

Dengan demikian, jika $AB = 40$ cm, $BC = 21$ cm, $RS = 16$ cm, dan $PS = 15$ cm maka:

$$AD = PS = 15 \text{ cm}$$

$$DC = SR = 16 \text{ cm}$$

$$QR = BC = 21 \text{ cm}$$

$$PQ = AB = 40 \text{ cm}$$

- Untuk menentukan besar $\angle R$ dan $\angle S$, tentukan terlebih dulu sudut-sudut yang bersesuaian yaitu:

$$\left. \begin{array}{l} \angle A = \angle P \rightarrow m\angle A = m\angle P \\ \angle B = \angle Q \rightarrow m\angle B = m\angle Q \\ \angle C = \angle R \rightarrow m\angle C = m\angle R \\ \angle D = \angle S \rightarrow m\angle D = m\angle S \end{array} \right\} \text{menentukan sudut-sudut yang bersesuaian}$$

Dengan demikian, jika $\angle A = 60^\circ$, $\angle B = 40^\circ$ maka:

$$m\angle P = m\angle A = 60^\circ \text{ dan } (Mengapa bukan } m\angle P = m\angle B? \text{ Jelaskan)}$$

$$m\angle Q = m\angle B = 40^\circ (Mengapa bukan } m\angle Q = m\angle A? \text{ Jelaskan)}$$

$$m\angle R + m\angle Q = 180^\circ (Mengapa? Ingat pelajaran kelas VII)$$

$$m\angle R = 180^\circ - m\angle Q$$

$$m\angle R = 180^\circ - 40^\circ$$

$$m\angle R = 140^\circ$$

$$m\angle S = 180^\circ - m\angle P$$

(Mengapa? Ingat pelajaran kelas VII)

$$m\angle S = 180^\circ - 60^\circ$$

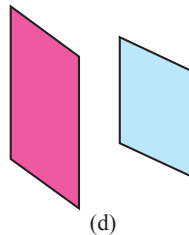
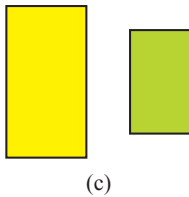
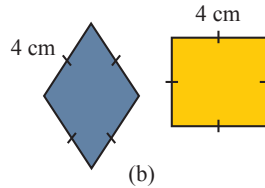
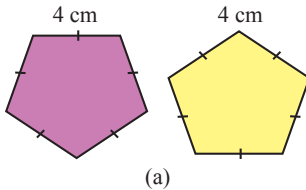
$$m\angle S = 120^\circ$$

Jadi $m\angle R = 140^\circ$ dan $m\angle S = 120^\circ$.



Ayo Kita Tinjau Ulang

Tentukan mana pasangan bangun berikut ini yang kongruen dan tidak kongruen? Jelaskan.

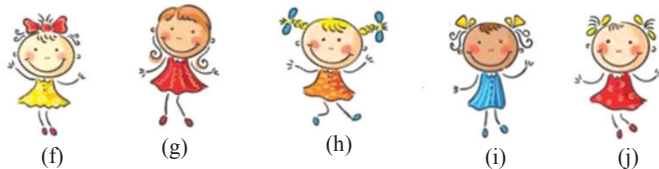


Latihan 4.1

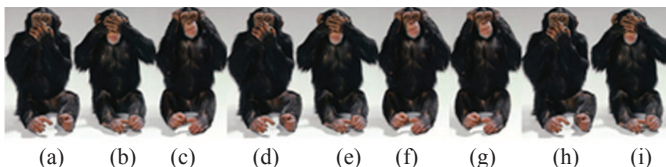
Bangun-bangun yang Kongruen

1. Manakah di antara gambar di bawah ini yang kongruen?





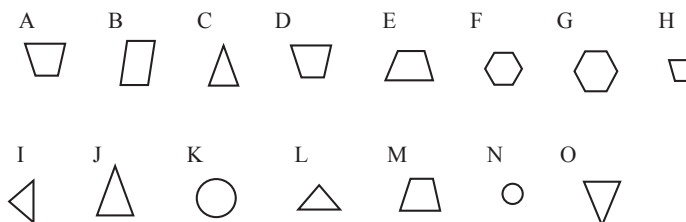
2. Manakah di antara gambar di bawah ini yang kongruen?



3. Pensil warna pada gambar di samping ini apakah menurutmu kongruen atau tidak? Jelaskan.

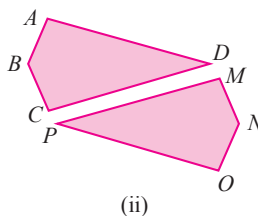
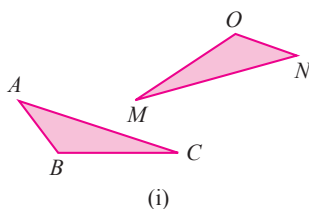


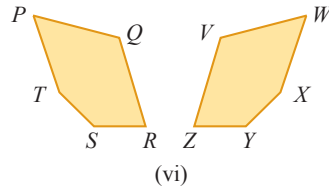
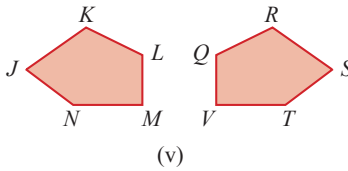
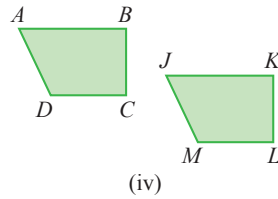
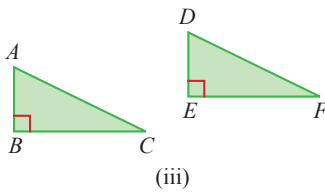
4. Tuliskan pasangan bangun yang kongruen?



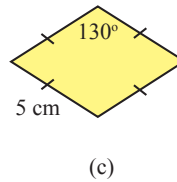
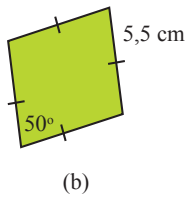
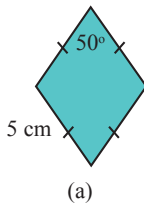
Tuliskan langkahmu menentukan bangun tersebut? Digeser (rotasi), diputar (translasi) atau gabungannya?

5. Berikut ini adalah pasangan bangun yang kongruen. Tuliskan dan sudut-sudut yang bersesuaian.



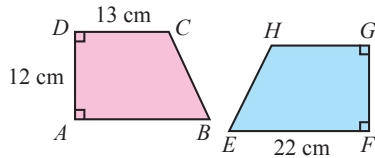


6. Manakah belahketupat di bawah ini yang kongruen? Jelaskan.

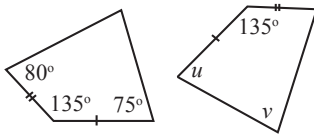


7. Diketahui trapesium $ABCD$ dan trapesium $EFGH$ adalah kongruen.

Jika panjang sisi $AD = 12$ cm, $DC = 13$ cm dan $EF = 22$ cm maka tentukan panjang EH .

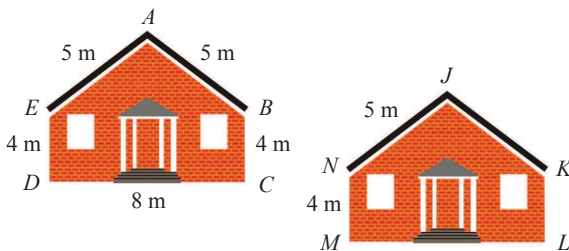


8. Perhatikan gambar berikut ini.



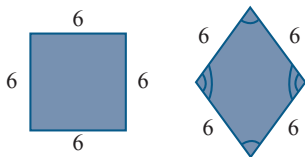
Jika dua gambar di samping kongruen, tentukan nilai u dan v pada gambar tersebut.

9. Perhatikan dua gambar rumah tampak dari depan yang kongruen berikut ini.



- Tentukan sisi-sisi yang bersesuaian.
- Tentukan sudut-sudut yang bersesuaian.
- Berapa panjang KJ , KL , dan LM ?
- Berapa keliling dan luas $JKLMN$ jika jarak J ke LM adalah 7 m?

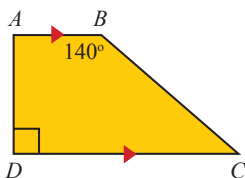
10. Analisis Kesalahan



Jelaskan dan perbaikilah pernyataan yang salah berikut.

“Kedua bangun di samping mempunyai empat sisi dan sisi-sisi yang bersesuaian sama panjang, jadi kedua bangun tersebut kongruen”

11. Benar atau Salah

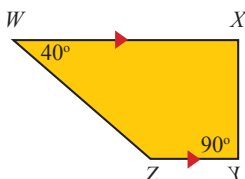


Trapezium pada gambar di bawah ini kongruen. Tentukan pernyataan berikut ini benar atau salah. Jelaskan.

Besar $\angle Z = 140^\circ$

Besar $\angle C = 40^\circ$

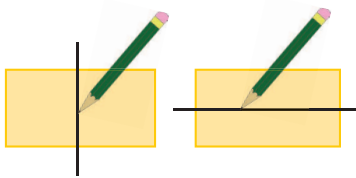
Sisi WZ bersesuaian dengan sisi CB



Keliling bangun $ABCD$ sama dengan keliling $WXYZ$.

Luas bangun $ABCD$ tidak sama dengan luas $WXYZ$.

12. Bernalar



Gambar di samping menunjukkan dua cara menggambar satu garis untuk membagi persegipanjang menjadi dua bangun yang kongruen. Gambarkan tiga cara lainnya.

Sumber: Dokumen Kemdikbud

13. Berpikir Kritis

Apakah luas dua bangun yang kongruen pasti sama?

Apakah dua bangun dengan luas yang sama pasti kongruen?

Jelaskan dengan gambar/diagram untuk mendukung jawabanmu.

14. Berpikir Kritis

Berapa banyak segitiga sama sisi kongruen paling sedikit yang diperlukan untuk membentuk segitiga samasisi. Demikian juga, berapa persegi kongruen paling sedikit yang diperlukan untuk menghasilkan persegi. Dapatkah hasil ini diperluas untuk segi- n beraturan yang lain? Jelaskan alasanmu. Harus ditambah berapa banyak segi- n beraturan lagi supaya tetap jadi segi- n ?

B. Kekongruenan Dua Segitiga



Pertanyaan Penting

Berdasarkan Sub Bab A, dua bangun dikatakan kongruen jika panjang sisi-sisi yang bersesuaian adalah sama dan besar sudut-sudut yang bersesuaian adalah sama. Sehingga, dua segitiga kongruen yaitu jika ketiga pasang sisi yang bersesuaian sama panjang dan ketiga pasang sudut yang bersesuaian sama besar.

Apakah perlu diuji keenam pasang unsur tersebut untuk menentukan dua segitiga kongruen atau tidak? Atau ada alternatif lain untuk menguji kekongruenan dua segitiga?

Untuk mengetahui jawabannya coba lakukan kegiatan-kegiatan berikut ini dengan teman sekelompokmu.

Kegiatan 4.6**Menguji Kekongruenan Segitiga dengan Kriteria Sisi – Sisi – Sisi**

Sediakan alat dan bahan sebagai berikut:

- Selembar kertas (kertas berpetak akan lebih memudahkan)
- Pensil
- Batang lidi
- Penggaris
- Gunting
- Busur derajat

Lakukan kegiatan berikut ini.

1. Potonglah batang lidi menjadi 3 potong dengan ukuran-ukuran yang bisa dibentuk menjadi segitiga (ingat kembali tentang syarat panjang sisi segitiga di kelas VII). Misalnya: 5 cm, 6 cm, dan 7 cm. Kemudian bentuklah ketiga potongan lidi tersebut menjadi segitiga.
2. Salinlah segitiga yang terbentuk tersebut pada selembar kertas.
3. Ukurlah masing-masing besar sudut pada segitiga itu dengan busur.
4. Lakukan lagi langkah 1 sampai 3 oleh anggota yang lain di kelompokmu (dengan ukuran potongan lidi yang sama dengan di langkah 1).
5. Bandingkan dengan segitiga yang dihasilkan temanmu. Apakah kamu mendapatkan pasangan sudut-sudut yang bersesuaian sama besar?
6. Atau gunting salah satu dari gambar segitiga tersebut kemudian tempelkan pada segitiga satunya, apakah kedua segitiga itu tepat saling menutupi?
7. Menurutmu, apakah kedua segitiga tersebut kongruen? Jelaskan. Tuliskan kesimpulanmu.

Alternatif kegiatan pada Kegiatan 4.6 ini dapat juga kamu lakukan kegiatan di bawah ini:

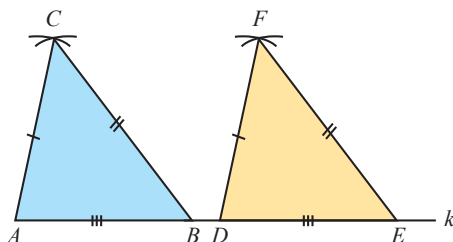
Sediakan alat dan bahan sebagai berikut:

- Selembar kertas
- Pensil
- Penggaris
- Busur derajat
- Jangka dan gunting

Lakukan kegiatan berikut ini.

1. Gambarkanlah $\triangle ABC$ dan $\triangle DEF$ dengan panjang sisi $AB = DE$, $BC = EF$, dan $AC = DF$ pada selembar kertas dengan langkah sebagai berikut: (lihat gambar)

- Gambarlah garis k sebarang pada selembar kertas.
 - Pada garis k , buatlah segmen garis AB dan DE , dengan $AB = DE$.
 - Dengan menggunakan jangka, lukislah dua busur lingkaran masing-masing berpusat di A dan D , dengan jari-jari sama.
 - Dengan menggunakan jangka, lukislah dua busur lingkaran masing-masing berpusat di B dan E , dengan jari-jari sama. (jari-jari tidak harus sama dengan jari-jari pada langkah c)
 - Beri label titik C dan F pada perpotongan kedua busur lingkaran di atas. Hubungkan titik C dengan A dan B maka terbentuklah $\triangle ABC$. Hubungkan titik F dengan D dan E maka terbentuklah $\triangle DEF$.
- Apakah kamu memperoleh panjang $AB = DE$, $BC = EF$, dan $AC = DF$?



- Guntinglah $\triangle DEF$ dan tumpukkan di atas $\triangle ABC$, apakah kedua segitiga tersebut kongruen? Jelaskan.
- Untuk memastikan jawaban kamu pada no. 2, ukurlah sudut-sudut yang bersesuaian. Apakah sudut-sudut yang bersesuaian sama besar? Berikan penjelasan.



Ayo Kita Simpulkan

Dari kegiatan di atas, kesimpulan apa yang kamu peroleh?

Dua segitiga kongruen jika dan hanya jika ...

Kegiatan 4.7

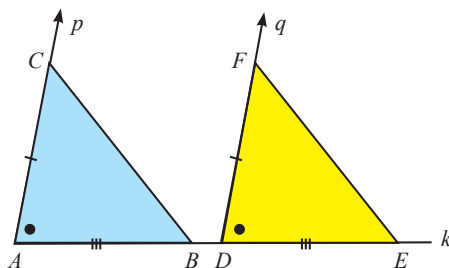
Menguji Kekongruenan Segitiga dengan Kriteria Sisi – Sudut – Sisi

Sediakan alat sebagai berikut:

- Selembar kertas
- Pensil
- Penggaris
- Gunting
- Busur

Lakukan kegiatan berikut ini.

1. Gambarlah $\triangle ABC$ dan $\triangle DEF$ dengan panjang sisi $AB = DE$, $m\angle A = m\angle D$, dan $AC = DF$ pada selembar kertas dengan langkah sebagai berikut: (lihat gambar)
 - a) Gambarlah garis k sebarang pada selembar kertas.
 - b) Pada garis k , buatlah segmen garis AB dan DE , dengan $AB = DE$.
 - c) Buatlah garis p melalui titik A dan buatlah garis n melalui titik D , sedemikian hingga garis p sejajar dengan q . Apakah $m\angle A = m\angle D$? Jelaskan.
 - d) Buatlah segmen garis AC pada garis p , dan segmen garis DF pada garis q , sedemikian hingga panjang $AC = DF$.
 - e) Hubungkan titik B dengan titik C dan juga hubungkan titik E dengan titik F sehingga terbentuk $\triangle ABC$ dan $\triangle DEF$ dengan panjang $AB = DE$, $m\angle A = m\angle D$, dan $AC = DF$.



2. Guntinglah $\triangle DEF$ dan tumpukkan di atas $\triangle ABC$, apakah kedua segitiga tersebut kongruen? Jelaskan.
3. Untuk memastikan jawaban kamu pada no. 2, ukurlah besar sudut-sudut dan panjang sisi yang lainnya. Apakah sudut-sudut yang bersesuaian sama besar? Apakah sisi-sisi yang bersesuaian sama panjang? Berikan penjelasan.



**Ayo Kita
Simpulkan**

Dari kegiatan di atas, kesimpulan apa yang kamu peroleh?

Dua segitiga kongruen jika dan hanya jika ...

Kegiatan 4.8

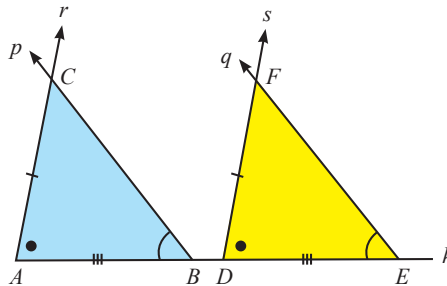
Menguji Kekongruenan Segitiga dengan Kriteria Sudut – Sisi – Sudut

Sediakan alat sebagai berikut:

- Selembar kertas
- Pensil
- Penggaris
- Gunting
- Busur

Lakukan kegiatan berikut ini.

1. Gambarlah $\triangle ABC$ dan $\triangle DEF$ dengan $m\angle A = m\angle D$, $AB = DE$, dan $m\angle B = m\angle E$ pada selembar kertas dengan langkah sebagai berikut: (lihat gambar)
 - a) Gambarlah garis k sebarang pada selembar kertas.
 - b) Pada garis k , buatlah segmen garis AB dan DE , dengan $AB = DE$.
 - c) Buatlah garis r melalui titik A dan buatlah garis s melalui titik D , sedemikian hingga garis r sejajar dengan s . Apakah $m\angle A = m\angle D$? Jelaskan.
 - d) Buatlah garis p melalui titik B dan buatlah garis q melalui titik E , sedemikian hingga garis p sejajar dengan q . Apakah $m\angle B = m\angle E$? Jelaskan.
 - e) Titik perpotongan garis r dan p beri nama titik C , perpotongan garis s dan q beri nama titik F , sehingga terbentuk $\triangle ABC$ dan $\triangle DEF$ dengan $m\angle A = m\angle D$, $AB = DE$, dan $m\angle B = m\angle E$.



2. Guntinglah $\triangle DEF$ dan tumpukkan di atas $\triangle ABC$, apakah kedua segitiga tersebut kongruen? Jelaskan.
3. Untuk memastikan jawaban kamu pada no. 2, ukurlah besar sudut-sudut dan panjang sisi yang lainnya. Apakah sudut-sudut yang bersesuaian sama besar? Apakah sisi-sisi yang bersesuaian sama panjang? Berikan penjelasan.



Ayo Kita Simpulkan

Dari kegiatan di atas, kesimpulan apa yang kamu peroleh?

Dua segitiga kongruen jika dan hanya jika ...

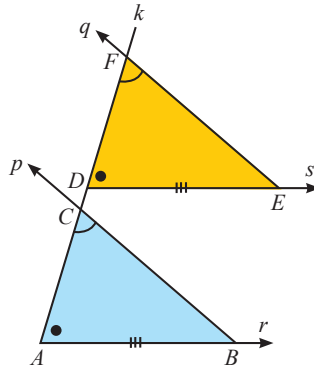
Kegiatan 4.9**Menguji Kekongruenan Segitiga dengan Kriteria Sisi – Sudut – Sudut**

Sediakan alat sebagai berikut:

- Selembar kertas
- Gunting
- Penggaris
- Busur

Lakukan kegiatan berikut ini.

1. Gambarlah $\triangle ABC$ dan $\triangle DEF$ dengan $m\angle A = m\angle D$, $m\angle C = m\angle F$, dan $AB = DE$ pada selembar kertas dengan langkah sebagai berikut: (lihat gambar)
 - a) Gambarlah garis k sebarang pada selembar kertas.
 - b) Buatlah garis r yang memotong garis k di titik A .
 - c) Buatlah garis s yang memotong garis k di titik D dan sejajar dengan garis r .
 - d) Pada garis r , buatlah segmen garis AB .
Pada garis s , buatlah segmen garis DE dengan $DE = AB$.
 - e) Dari titik B buatlah garis p yang memotong garis k . Perpotongan antara garis p dan garis k beri nama titik C .
 - f) Dari titik E buatlah garis q yang memotong garis k di titik F dan sejajar dengan garis p . Perpotongan antara garis q dan garis k beri nama titik F .
 - g) Apakah pasti $m\angle A = m\angle D$ dan $m\angle C = m\angle F$? Jelaskan.
 - h) Terbentuk $\triangle ABC$ dan $\triangle DEF$ dengan $AB = DE$, $m\angle A = m\angle D$, dan $m\angle C = m\angle F$. (kriteria sisi – sudut – sudut)
4. Guntinglah $\triangle DEF$ dan tumpukkan di atas $\triangle ABC$, apakah kedua segitiga tersebut kongruen? Jelaskan.
5. Untuk memastikan jawaban kamu pada no. 2, ukurlah besar sudut-sudut dan panjang sisi yang lainnya. Apakah sudut-sudut yang bersesuaian sama besar? Apakah sisi-sisi yang bersesuaian sama panjang? Berikan penjelasan.



**Ayo Kita
Simpulkan**

Dari kegiatan di atas, kesimpulan apa yang kamu peroleh?

Dua segitiga kongruen jika dan hanya jika ...



Ayo Kita Menalar

Apakah dua segitiga yang mempunyai tiga pasang sudut-sudut yang bersesuaian sama besar pasti kongruen? Jelaskan dengan alasan yang mendukung jawabanmu.



Ayo Kita Gali Informasi

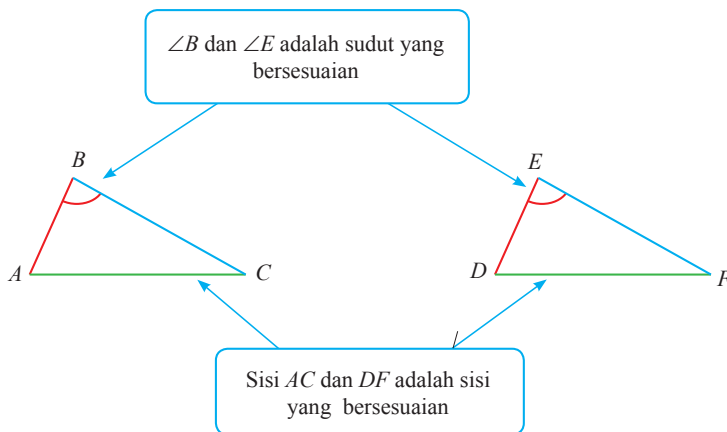
Dengan Kegiatan 4.6 sampai dengan 4.9, kamu sudah menemukan syarat-syarat (kriteria) dua segitiga kongruen. Coba carilah kriteria lain untuk menguji dua segitiga kongruen.

Materi Esensi

Syarat Dua Segitiga Kongruen

Dua bangun yang mempunyai bentuk dan ukuran yang sama dinamakan kongruen. Dua segitiga dikatakan kongruen jika hanya jika memenuhi syarat berikut ini:

- (i) sisi-sisi yang bersesuaian sama panjang
- (ii) sudut-sudut yang bersesuaian sama besar.



Sisi-sisi yang bersesuaian:

$$\begin{aligned} AB \text{ dan } DE &\rightarrow AB = DE \\ BC \text{ dan } EF &\rightarrow BC = EF \\ CA \text{ dan } FD &\rightarrow CA = FD \end{aligned}$$

Sudut-sudut yang bersesuaian:

$$\begin{aligned} \angle A \text{ dan } \angle D &\rightarrow \angle A = \angle D \\ \angle B \text{ dan } \angle E &\rightarrow \angle B = \angle E \\ \angle C \text{ dan } \angle F &\rightarrow \angle C = \angle F \end{aligned}$$

atau dengan kata lain

$$\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{AC}{DF} = 1$$

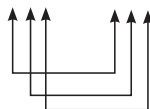
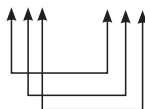
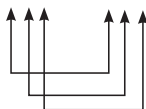
Jika $\triangle ABC$ dan $\triangle DEF$ memenuhi syarat tersebut, maka $\triangle ABC$ dan $\triangle DEF$ kongruen, dinotasikan dengan $\triangle ABC \cong \triangle DEF$.

Jika $\triangle ABC$ dan $\triangle DEF$ tidak memenuhi syarat tersebut maka $\triangle ABC$ dan $\triangle DEF$ tidak kongruen, dinotasikan dengan $\triangle ABC \not\cong \triangle DEF$.

Catatan:

Ketika menyatakan dua segitiga kongruen sebaiknya berdasarkan titik-titik sudut yang bersesuaian dan berurutan, contohnya:

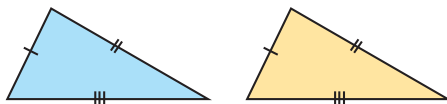
$\triangle ABC \sim \triangle DEF$ atau $\triangle BAC \sim \triangle EDF$ atau $\triangle CBA \sim \triangle FED$



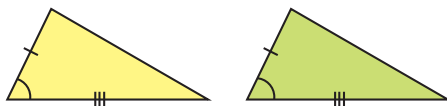
bukan $\triangle ABC \cong \triangle EDF$ atau $\triangle ABC \cong \triangle EFD$ atau yang lainnya.

Untuk menguji apakah dua segitiga kongruen atau tidak, tidak perlu menguji semua pasangan sisi dan sudut yang bersesuaian. Dua segitiga dikatakan kongruen jika memenuhi salah satu kondisi berikut ini:

1. Ketiga pasangan sisi yang bersesuaian sama panjang. Biasa disebut dengan kriteria *sisi – sisi – sisi*.



2. Dua pasang sisi yang bersesuaian sama panjang dan sudut yang diapitnya sama besar. Biasa disebut dengan kriteria *sisi – sudut – sisi*.



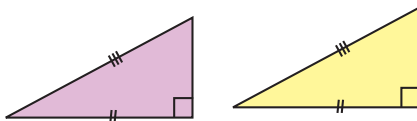
3. Biasa disebut dengan kriteria *sudut – sisi – sudut*.



4. Dua pasang sudut yang bersesuaian sama besar dan sepasang sisi yang bersesuaian sama panjang. Biasa disebut dengan kriteria *sudut – sudut – sisi*.



5. Khusus untuk segitiga siku-siku, sisi miring dan satu sisi siku yang bersesuaian sama panjang.

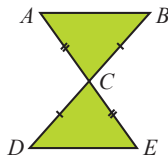


Contoh 4.4

Membuktikan Dua Segitiga Kongruen

- a. Perhatikan gambar di samping.

Buktikan bahwa $\triangle ABC \cong \triangle EDC$.



Alternatif Penyelesaian:

Berdasarkan gambar di atas diperoleh bahwa:

$$AC = EC \quad (\text{diketahui ada tanda sama panjang})$$

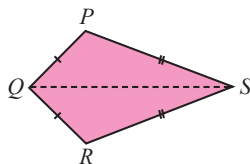
$$m\angle ACB = m\angle ECD \quad (\text{karena saling bertolak belakang})$$

$$BC = DC \quad (\text{diketahui ada tanda sama panjang})$$

Jadi, $\triangle ABC \cong \triangle EDC$ (berdasarkan kriteria sisi – sudut – sisi).

- b. Perhatikan gambar di samping.

Buktikan bahwa $\triangle PQS \cong \triangle RQS$.



Alternatif Penyelesaian:

Berdasarkan gambar di samping diperoleh bahwa:

$$PQ = RQ \quad (\text{diketahui ada tanda sama panjang})$$

$$PS = RS \quad (\text{diketahui ada tanda sama panjang})$$

QS pada $\triangle PQS$ sama dengan QS pada $\triangle RQS$ (QS berimpit)

Jadi, $\triangle PQS \cong \triangle RQS$ (berdasarkan kriteria sisi – sisi – sisi).



**Ayo Kita
Tinjau Ulang**

Jelaskan dengan alasan yang mendukung jawabanmu.

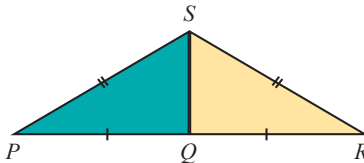
1. Apakah dua segitiga yang mempunyai tiga pasang sisi-sisi yang bersesuaian sama panjang pasti kongruen?
2. Apakah dua segitiga yang mempunyai tiga pasang sudut-sudut yang bersesuaian sama besar pasti kongruen?
3. Apakah dua segitiga yang mempunyai dua pasang sisi yang bersesuaian sama panjang dan sepasang sudut yang bersesuaian sama besar pasti kongruen?
4. Apakah dua segitiga yang mempunyai dua pasang sudut yang bersesuaian sama besar dan sepasang sisi yang bersesuaian sama panjang pasti kongruen?

Latihan 4.2

Kekongruenan Dua Segitiga

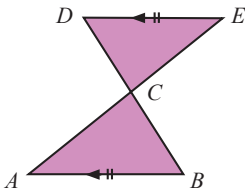
Selesaikan soal-soal berikut ini dengan benar dan sistematis.

1. Perhatikan gambar di bawah ini.



Buktikan bahwa $\triangle PQS$ dan $\triangle RQS$ kongruen.

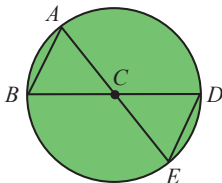
2. Perhatikan gambar di bawah ini.



Panjang $AB = DE$ dan $AB \parallel DE$.

Buktikan bahwa $\triangle ABC$ dan $\triangle EDC$ kongruen.

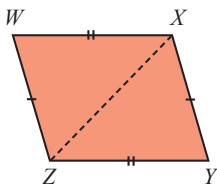
- 3.



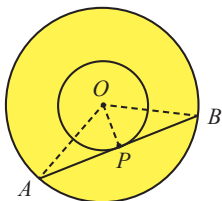
Titik C adalah titik pusat lingkaran. Tunjukkan bahwa dua segitiga pada gambar di samping adalah kongruen.

4. Bangun $WXYZ$ adalah segi empat dengan sisi-sisi yang berhadapan panjangnya sama. XY adalah salah satu diagonalnya.

- Buktikan bahwa $\triangle WXZ \cong \triangle ZYX$.
- Tunjukkan bahwa $WXYZ$ adalah jajargenjang.



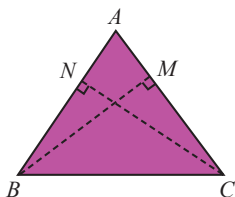
5. Perhatikan gambar di bawah ini.



Titik O adalah pusat lingkaran dalam dan lingkaran luar. AB adalah garis singgung dan titik P adalah titik singgung pada lingkaran kecil.

Dengan menggunakan kekongruenan segitiga, tunjukkan bahwa titik P adalah titik tengah AB .

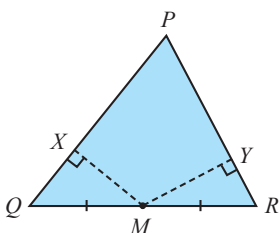
6. Perhatikan gambar di bawah ini.



Pada segitiga ABC , BM tegak lurus dengan AC , CN tegak lurus dengan AB . Panjang $BM = CN$.

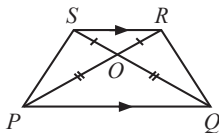
Tunjukkan bahwa $\triangle BCM \cong \triangle CBN$

7. Perhatikan gambar di bawah ini.



Titik M adalah titik tengah QR . Garis XM dan YM masing-masing tegak lurus pada PQ dan PR . Panjang $XM = YM$. Buktikan bahwa $\triangle QMX \cong \triangle RMY$.

8. **Menalar**



Diketahui $SR \parallel PQ$, $OP = OQ$, $OS = OR$.

Ada berapa pasang segitiga yang kongruen? Sebutkan dan buktikan.

9. Berpikir Kritis

Apakah dua segitiga yang mempunyai tiga pasang sudut-sudut yang bersesuaian sama besar pasti kongruen? Jelaskan dengan alasan yang mendukung jawabanmu.

10. Berpikir Kritis

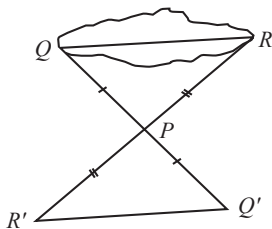
Apakah dua segitiga yang mempunyai dua pasang sisi yang bersesuaian sama panjang dan sepasang sudut yang bersesuaian sama besar pasti kongruen? Jelaskan dengan alasan yang mendukung jawabanmu.

11. Membagi Sudut

Gambarlah sebuah sudut dan beri nama $\angle ABC$, kemudian

- Dengan menggunakan jangka, bagilah $\angle ABC$ tersebut menjadi dua sama besar.
- Gambarlah lagi $\angle ABC$ yang sama, kemudian tanpa menggunakan jangka maupun busur derajat, bagilah $\angle ABC$ tersebut menjadi dua sama besar. (petunjuk: gunakan konsep segitiga kongruen)

12. Mengukur Panjang Danau



Chan ingin mengukur panjang sebuah danau tetapi tidak memungkinkan mengukurnya secara langsung. Dia merencanakan suatu cara yaitu ia memilih titik P , Q , R dan mengukur jarak QP dan RP (lihat ilustrasi gambar). Kemudian memperpanjang QP menuju ke Q' dan RP menuju ke R' sehingga panjang $QP = PQ'$ dan $RP = PR'$.

Chan menyimpulkan bahwa dengan mengukur panjang $Q'R'$ dia mendapatkan panjang danau tersebut. Apakah menurutmu strategi Chan benar? Jelaskan.

C. Kesebangunan Bangun Datar



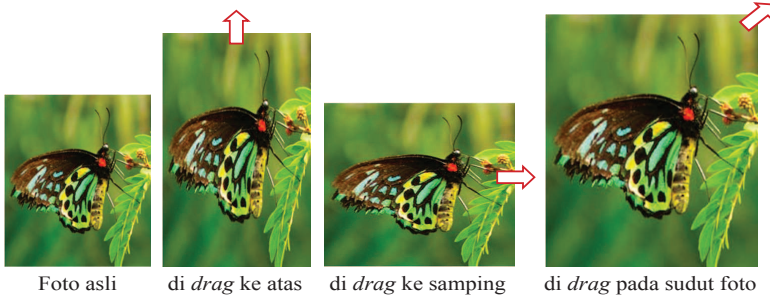
Pertanyaan Penting

Bagaimana kamu dapat mengidentifikasi dua bangun atau lebih sebangun?

Bagaimana kamu dapat menggunakan perbandingan (*proportion*) untuk membantumu dalam desain grafis, fotografi atau membuat layout majalah?

Ketika kamu mengedit foto dalam komputer, kamu menge-klik dan menggeser (*drag*) foto pada sisi foto (ke atas, ke bawah, atau ke samping,) maka ukurannya terhadap foto asli menjadi tidak proporsional. Tetapi jika kamu menge-klik dan

menggeser (*drag*) foto pada sisi sudut foto maka ukuran foto proporsional terhadap foto aslinya.



Sumber: Dokumen Kemdikbud
Gambar 4.10

Kegiatan 4.10

Kesebangunan Bangun Datar

Alat dan bahan yang diperlukan:

- Pas foto ukuran 2×3 , 3×4 , dan 4×6
- Busur derajat
- Penggaris
- Pensil

Lakukan kegiatan di bawah bersama temanmu.

1. Siapkan pas fotomu ukuran 2×3 , 3×4 , dan 4×6 masing-masing 1 lembar



(i)



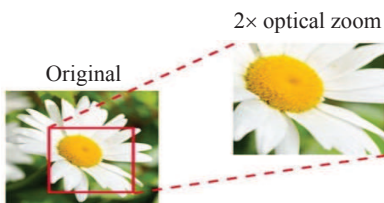
(ii)



(iii)

Sumber: Dokumen Kemdikbud
Gambar 4.11

2. Ukurlah kembali foto-foto itu dengan penggaris untuk memastikan bahwa ukurannya sesuai.
3. Selidikilah manakah menurut kalian di antara foto-foto tersebut yang sebangun, manakah yang tidak sebangun.
4. Menurutmu, bagaimana cara menentukan dua bangun sebangun atau tidak?

Kegiatan 4.11**Masalah Nyata Sederhana: *Optical Zoom***

Sumber: www.aiptek.com.tw



Sumber: www.amazon.co.uk

Coba selesaikan masalah berikut ini bersama temanmu.

Optical zoom atau perbesaran optik sering dijumpai pada kamera. Fasilitas optical zoom pada kamera adalah berfungsi untuk memperbesar tampilan gambar. Jika gambar diperbesar dua kali disebut $2\times$ zoom. Kata optical berarti menggunakan lensa kamera bukan menggunakan sistem digital. Misalkan telepon genggam Ayah memiliki $2\times$ optical zoom sedangkan telepon genggam Ibu memiliki $4\times$ optical zoom, berapa ukuran gambar bunga krisan di samping jika ukuran gambar awalnya adalah $1,6\text{ cm} \times 1,4\text{ cm}$. Berapa pula ukuran gambar orang

main ski disamping jika ukuran gambar awalnya adalah $1,9\text{ cm} \times 1,2\text{ cm}$

- pada kamera telepon genggam ayah.
- pada kamera telepon genggam ibu.

**Ayo Kita Gali Informasi**

Coba carilah informasi melalui buku, majalah, internet dan lain-lain mengenai peralatan atau teknologi yang prinsip kerjanya menggunakan konsep kesebangunan.

**Ayo Kita Berbagi**

Buatlah presentasi mengenai informasi yang telah kamu peroleh di atas dan paparkan kepada temanmu di kelas.

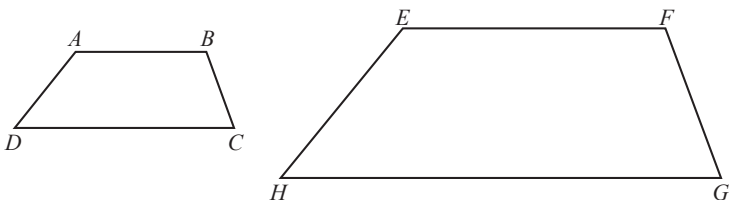
Kegiatan 4.12**Syarat-syarat Dua Bangun Segibanyak (Poligon) Sebangun**

Alat yang diperlukan:

- Pensil
- Penggaris
- Busur derajat

Kerjakanlah kegiatan di bawah ini bersama temanmu.

Perhatikan gambar di bawah ini.



1. Ukurlah panjang sisi dan besar sudut bangun pada gambar di atas.
2. Lengkapilah tabel di bawah ini.

Panjang Sisi (dalam satuan cm)			
$AB = \dots$	$BC = \dots$	$CD = \dots$	$AD = \dots$
$EF = \dots$	$FG = \dots$	$GH = \dots$	$EH = \dots$
Besar Sudut			
$m\angle A = \dots^\circ$	$m\angle B = \dots^\circ$	$m\angle C = \dots^\circ$	$m\angle D = \dots^\circ$
$m\angle E = \dots^\circ$	$m\angle F = \dots^\circ$	$m\angle G = \dots^\circ$	$m\angle H = \dots^\circ$

3. Tuliskan pasangan sisi-sisi yang bersesuaian.
Bagaimana perbandingan sisi-sisi yang bersesuaian?
4. Tuliskan pasangan sudut-sudut yang bersesuaian.
Bagaimana besar sudut-sudut yang bersesuaian?



**Ayo Kita
Simpulkan**

Dari kegiatan di atas, kesimpulan apa yang kamu peroleh?

Dua bangun segibanyak (poligon) sebangun jika memenuhi syarat:

.....

.....

Materi Esensi

Kesebangunan Bangun Datar

Dua bangun datar yang mempunyai bentuk yang sama disebut sebangun. Tidak perlu ukurannya sama, tetapi sisi-sisi yang bersesuaian sebanding (*proportional*) dan

sudut-sudut yang bersesuaian sama besar. Perubahan bangun satu menjadi bangun lain yang sebangun melibatkan perbesaran atau pengecilan.

Dengan kata lain dua bangun dikatakan sebangun jika memenuhi syarat:

- (i) perbandingan panjang sisi yang bersesuaian senilai

$$\frac{AB}{EF} = \frac{BC}{FG} = \frac{CD}{GH} = \frac{AD}{EH}$$

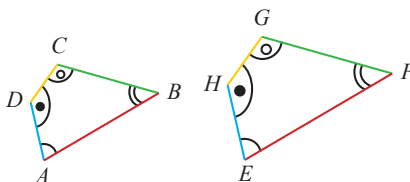
- (ii) sudut yang bersesuaian besarnya sama

$$m\angle A = m\angle E$$

$$m\angle B = m\angle F$$

$$m\angle C = m\angle G$$

$$m\angle D = m\angle H$$



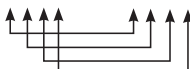
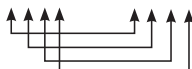
Jika bangun ABC dan DEF memenuhi kedua syarat tersebut, maka bangun $ABCD$ dan $EFGH$ sebangun, dinotasikan dengan $ABCD \sim EFGH$.

Jika bangun ABC dan DEF tidak memenuhi kedua syarat tersebut maka bangun $ABCD$ dan $EFGH$ tidak sebangun, dinotasikan dengan $ABCD \not\sim EFGH$.

Catatan:

Ketika menyatakan dua bangun kongruen sebaiknya dinyatakan berdasarkan titik-titik sudut yang bersesuaian dan berurutan, contohnya:

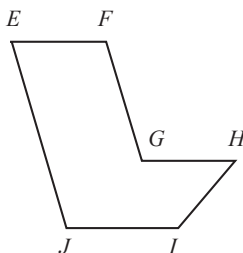
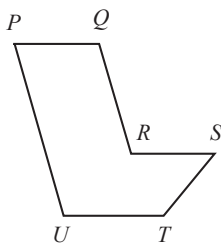
$$\triangle ABCD \cong \triangle EFGH \text{ atau } \triangle BADC \cong \triangle FEHG \text{ atau } \triangle CDAB \cong \triangle GHEF$$



Contoh 4.5

Menentukan Sisi-sisi dan Sudut-sudut yang Bersesuaian

Perhatikan gambar dua bangun yang sebangun di bawah ini.



Tentukan:

- Sisi-sisi yang bersesuaian
- Sudut-sudut yang bersesuaian

Alternatif Penyelesaian:

Sisi-sisi yang bersesuaian:

$$\overline{PQ} \rightarrow \overline{EF} \quad \overline{ST} \rightarrow \overline{HI}$$

$$\overline{QR} \rightarrow \overline{FG} \quad \overline{TU} \rightarrow \overline{IJ}$$

$$\overline{RS} \rightarrow \overline{GH} \quad \overline{UP} \rightarrow \overline{JE}$$

Sudut-sudut yang bersesuaian:

$$\angle P \rightarrow \angle E \quad \angle S \rightarrow \angle H$$

$$\angle Q \rightarrow \angle F \quad \angle T \rightarrow \angle I$$

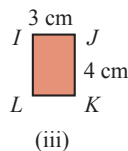
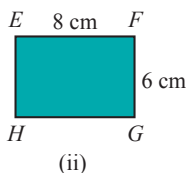
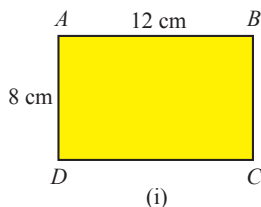
$$\angle R \rightarrow \angle G \quad \angle U \rightarrow \angle J$$

Contoh 4.6

Mengidentifikasi Dua Bangun Sebangun

Perhatikan gambar di bawah ini.

Manakah pasangan persegipanjang yang sebangun? Jelaskan.



Alternatif Penyelesaian:

Periksa sudut-sudut yang bersesuaian:

Ketiga gambar tersebut adalah persegipanjang, maka masing-masing sudutnya adalah 90° . Sehingga, sudut-sudut yang bersesuaian pasti sama besar yaitu 90° .

Periksa perbandingan sisi-sisi yang bersesuaian:

- Persegipanjang (i) dan (ii)

$$\frac{AB}{EF} = \frac{DC}{HG} = \frac{12}{8} = \frac{3}{2}$$

$$\frac{AD}{EH} = \frac{BC}{FG} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$$

Tampak bahwa perbandingan sisi-sisi yang bersesuaian tidak sama.

Jadi, persegipanjang (i) dan (ii) tidak sebangun.

- Persegipanjang (i) dan (iii)

$$\frac{AB}{JK} = \frac{DC}{IL} = \frac{12}{4} = \frac{3}{1}$$

$$\frac{AD}{JI} = \frac{BC}{KL} = \frac{8}{3}$$

Tampak bahwa perbandingan sisi-sisi yang bersesuaian tidak sama.

Jadi, persegipanjang (i) dan (ii) tidak sebangun.

- Persegipanjang (ii) dan (iii)

$$\frac{EF}{JK} = \frac{HG}{IL} = \frac{8}{4} = \frac{2}{1}$$

$$\frac{EH}{JI} = \frac{FG}{KL} = \frac{6}{3} = \frac{2}{1}$$

Tampak bahwa perbandingan sisi-sisi yang bersesuaian senilai.

Jadi, persegipanjang (ii) dan (iii) sebangun.

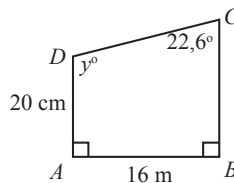
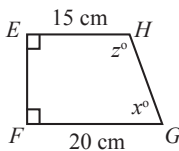
Ingat: EFGH sebangun dengan JKLI, tetapi EFGH tidak sebangun dengan IJKL

Jadi, pasangan persegipanjang yang sebangun adalah persegipanjang (ii) dan (iii) sebangun.

Contoh 4.7

Menentukan Panjang Sisi dan Besar Sudut yang Belum Diketahui Dari Dua Bangun Datar Sebangun

Perhatikan di bawah ini.



Bangun $ABCD$ dan $EFGH$ sebangun.

Tentukan:

- nilai x , y dan z
- panjang sisi EF , BC , dan HG
- perbandingan luas $EFGH$ dan $ABCD$

Alternatif Penyelesaian:

Bangun $ABCD$ dan $EFGH$ sebangun berarti sudut-sudut yang bersesuaian sama besar dan perbandingan sisi-sisi yang bersesuaian senilai, yaitu:

$$m\angle E = m\angle A, m\angle F = m\angle B, m\angle G = m\angle C, m\angle H = m\angle D,$$

$$\frac{EF}{AB} = \frac{FG}{BC} = \frac{GH}{CD} = \frac{HE}{DA}$$

- a. Bangun $ABCD$ dan $EFGH$ sebangun dengan sudut-sudut yang bersesuaian

$$m\angle E = m\angle A, m\angle F = m\angle B, m\angle G = m\angle C, \text{ dan } m\angle H = m\angle D,$$

Sehingga,

$$m\angle G = m\angle C \Leftrightarrow x^\circ = 22,6^\circ$$

$$m\angle D = 180^\circ - m\angle C \Leftrightarrow y^\circ = 180^\circ - x^\circ = 180^\circ - 22,6^\circ = 157,4^\circ \quad (\text{Mengapa?})$$

$$m\angle H = m\angle D \Leftrightarrow z^\circ = y^\circ = 157,4^\circ$$

Jadi nilai adalah $x^\circ = 22,6^\circ$, $y^\circ = 157,4^\circ$ dan $z^\circ = 157,4^\circ$

- b. Perbandingan sisi yang bersesuaian adalah

$$\frac{EF}{AB} = \frac{FG}{BC} = \frac{GH}{CD} = \frac{HE}{DA}$$

pada gambar diketahui bahwa

$$\frac{HE}{DA} = \frac{15}{20} = \frac{3}{4}$$

Sehingga,

$$\frac{EF}{AB} = \frac{HE}{DA} = \frac{3}{4}$$

$$\frac{EF}{16} = \frac{3}{4}$$

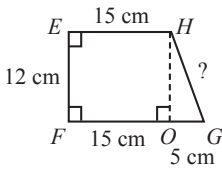
$$EF = \frac{16 \times 3}{4} = 12$$

Selanjutnya, menghitung panjang BC sebagai berikut:

$$\frac{FG}{BC} = \frac{3}{4}$$

$$\frac{20}{BC} = \frac{3}{4}$$

$$BC = \frac{20 \times 4}{3} = 26\frac{2}{3}$$



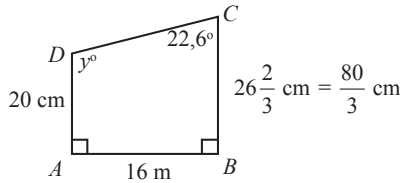
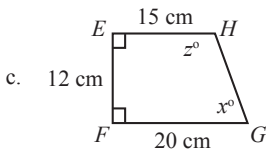
Untuk mencari panjang HG , buat garis bantuan HO seperti pada gambar di samping. Sehingga,

$$FO = EH = 15 \text{ cm}, HO = EF = 12 \text{ cm}, OG = FG - FO = 20 - 15 = 5 \text{ cm}$$

Gunakan teorema Pythagoras untuk menghitung panjang HG (lihat segitiga HOG)

$$HG = \sqrt{HO^2 + OG^2} = \sqrt{12^2 + 5^2} = \sqrt{144 + 25} = \sqrt{169} = 13$$

Jadi, panjang $EF = 12 \text{ cm}$, $BC = 26 \frac{2}{3} \text{ cm}$, dan $HG = 13 \text{ cm}$.



$$\frac{\text{Luas } EFGH}{\text{Luas } ABCD} = \frac{\frac{1}{2}(EH + FG) \times EF}{\frac{1}{2}(AD + BC) \times AB}$$

$$= \frac{\frac{1}{2}(15 + 20) \times 12}{\frac{1}{2}\left(20 + \frac{80}{3}\right) \times 16}$$

$$= \frac{35 \times 3}{\frac{140}{3} \times 4}$$

$$= \frac{35 \times 3}{4} \times \frac{3}{140}$$

$$= \frac{9}{16}$$

Jadi, perbandingan luas $EFGH$ dan $ABCD$ adalah $9 : 16$.



**Ayo Kita
Tinjau Ulang**

Pada Contoh 4.7 di atas, perbandingan luas $EFGH$ dan $ABCD$ adalah $9 : 16$. Apakah kaitannya dengan perbandingan sisi yang bersesuaian bangun $EFGH$ dan $ABCD$ yaitu

$$\frac{EF}{AB} = \frac{FG}{BC} = \frac{GH}{CD} = \frac{HE}{DA} = \frac{3}{4}$$

Apakah pada dua bangun yang sebangun jika perbandingan panjang sisi yang bersesuaian adalah $x : y$ maka apakah pasti perbandingan luasnya adalah $x^2 : y^2$? Berikan penjelasan.

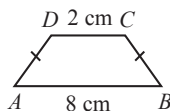
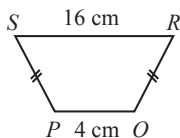
Bagaimana jika pada dua bangun ruang yang sebangun apakah jika perbandingan ukuran yang bersesuaian adalah $x : y$ maka apakah pasti perbandingan volumenya adalah $x^3 : y^3$? Berikan penjelasan.

Latihan 4.3

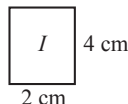
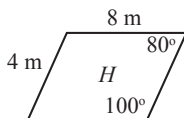
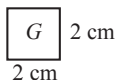
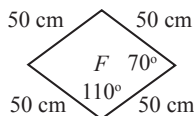
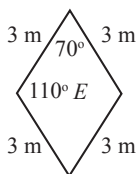
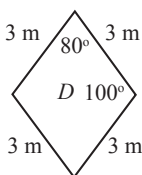
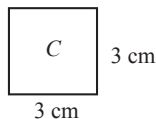
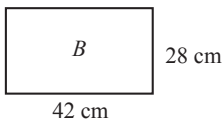
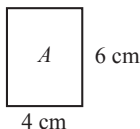
Kesebangunan Bangun Datar

Selesaikan soal-soal di bawah ini dengan benar dan sistematis.

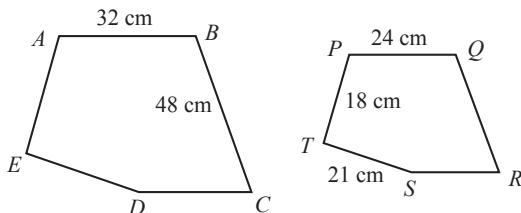
1. Selidikilah apakah dua trapesium di bawah ini sebangun? Jelaskan.



2. Carilah pasangan bangun yang sebangun diantara gambar di bawah ini.

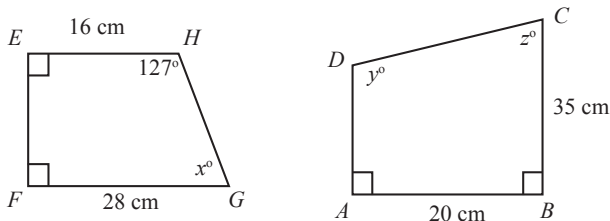


3. Perhatikan dua bangun yang sebangun pada gambar di bawah ini.



Hitunglah panjang sisi AE , ED , dan QR .

4. Dua buah bangun di bawah ini sebangun



Hitunglah:

- Panjang EF , HG , AD , dan DC .
 - Nilai x , y dan z .
5. Sebuah gambar berbentuk persegi panjang berukuran $16,8 \text{ cm} \times 8,4 \text{ cm}$. Gambar tersebut diperkecil sehingga ukurannya menjadi $k \text{ cm} \times 2 \text{ cm}$. Hitunglah panjang k .



16,8 cm

8,4 cm



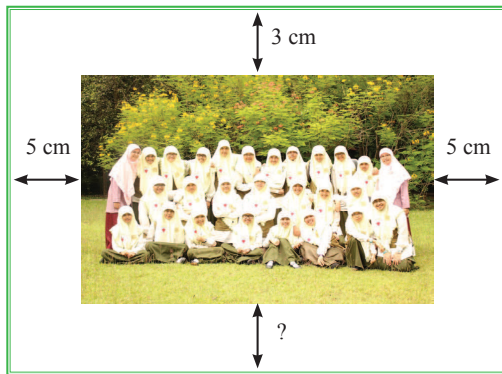
$k \text{ cm}$

2 cm

Sumber: Dokumen Kemdikbud

Sumber: Dokumen Kemdikbud

6. Sebuah foto diletakkan pada selembar karton yang berukuran $50 \text{ cm} \times 40 \text{ cm}$, sebelum dipasang di pigura. Di bagian sisi kiri, kanan, atas, dan bawah foto diberi jarak seperti nampak pada gambar. Jika foto dan karton tersebut sebangun,



Sumber: Dokumen Kemdikbud

- a. Berapa lebar karton di bagian bawah yang tidak tertutup oleh foto tersebut?
 - b. Perbandingan luas foto dan luas karton.
7. Sebuah batako berukuran panjang 24 cm, lebar 12 cm, dan tingginya 8 cm dengan berat 1,6 kg. Terdapat miniatur batako yang sebangun dengan batako tersebut dan terbuat dari bahan yang sama dengan batako asli dan panjangnya 6 cm. Hitunglah:
- a. Lebar dan tinggi miniatur batako.
 - b. Perbandingan volume batako asli dan batako miniatur.
 - c. Berat miniatur batako (dalam gram).
8. Panjang sisi terpendek dari dua buah segi enam (*hexagon*) sebangun adalah 10 cm dan 8 cm. Jika luas segi enam yang besar adalah 200 cm^2 , berapakah luas segi enam yang kecil?

9. Usaha Konveksi

Wina mempunyai usaha konveksi. Untuk mengetahui bahan kain yang dibutuhkan, sebelum memproduksi dalam jumlah besar ia membuat sampel baju ukuran kecil dengan skala $\frac{1}{4}$ terhadap ukuran sebenarnya. Ternyata satu sampel tersebut membutuhkan kain sekitar $0,25 \text{ m}^2$. Berapa luas kain yang dibutuhkan jika ia mendapat pesanan untuk memproduksi baju tersebut sebanyak 1.000 baju?



Sumber: Dokumen Kemdikbud

10. Botol Air Mineral

Ada dua macam kemasan air mineral yaitu botol ukuran sedang dan besar. Kedua kemasan tersebut sebangun. Botol sedang tingginya 15 cm dan botol besar tingginya 25 cm. Volume botol besar adalah 1250 ml. Berapa volume botol kecil?



Sumber: Dokumen Kemdikbud

11. Denah Rumah



Sumber: Dokumen Kemdikbud

Perhatikan gambar denah rumah di bawah ini.

Denah di samping menggunakan skala 1 : 200.

Hitunglah:

- Ukuran dan luas garasi sebenarnya
- Ukuran dan luas kamar mandi sebenarnya
- Luas taman depan sebenarnya
- Luas rumah sebenarnya
(tanah dan bangunan)

12. Miniatur Kereta Api



Sumber: www.kereta-api.co.id

Sebuah miniatur salah satu gerbong kereta api dibuat dengan material yang sama dengan kereta api sebenarnya. Panjang miniatur kereta api tersebut adalah 40 cm, panjang sebenarnya adalah 10 m, dan berat miniatur adalah 4 kg. Berapakah berat kereta api sebenarnya?

D. Kesebangunan Dua Segitiga



Pertanyaan Penting

Tahukah kamu, pada saat teknologi mesin fotokopi, kamera dan komputer belum ditemukan bagaimana cara manusia menduplikat, memperbesar atau memperkecil suatu gambar?

Bagaimana mengidentifikasi dua segitiga atau lebih sebangun? Bagaimana syarat yang harus dipenuhi sehingga dua segitiga atau lebih dikatakan sebangun?

Bagaimana pula cara mengukur tinggi bangunan atau pohon yang tinggi tanpa mengukurnya secara langsung?

Kegiatan 4.13

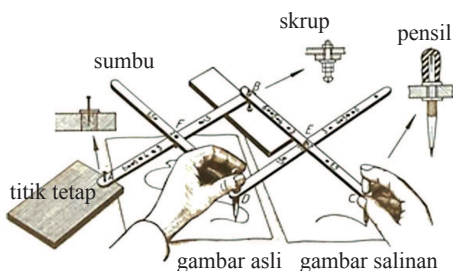
Pantograf

Ada salah satu alat gambar yang diciptakan oleh Christoooph Scheiner sekitar tahun 1630 yang digunakan untuk membuat salinan gambar dengan skala yaitu pantograf. Prinsip kerja pantograf menggunakan konsep kesebangunan.



Ayo Kita Amati

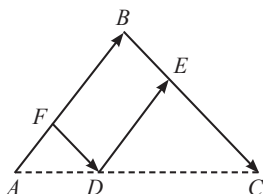
Amatilah gambar pantograf di bawah ini.



Saat pensil pada gambar asli digerakkan, pensil pada sisi kanan secara otomatis akan membuat salinannya. Ukuran salinan gambar dapat disesuaikan dengan mengubah posisi sumbu.

Dengan mengamati dan memahami cara kerja pantograf, kamu bisa membuat pantograf sendiri dan membuat salinan gambar dengan skala tertentu.

Berdasarkan gambar di atas, sumbu-sumbu pada gambar pantograf tersebut dapat diwakili oleh gambar di bawah ini:



Pada gambar di samping titik tetapnya adalah A dan gambar aslinya adalah D . Pensil gambar salinan berada pada titik C . Lengan AB dan BC sama panjang. FD selalu sejajar dengan BC dan AB selalu sejajar dengan DE .

Menurut kamu apakah $\triangle ABC$ dan $\triangle AFD$ sebangun? Untuk menjawabnya coba kamu selidiki besar sudut-sudut dan perbandingan sisi-sisi yang bersesuaian.

Untuk menyelidiki besar sudut-sudutnya gunakan sifat-sifat garis sejajar yang dipotong oleh suatu garis.

Perhatikan $\triangle ABC$ dan $\triangle AFD$.

$m\angle BAC = m\angle \dots$ (karena)

$m\angle ABC = m\angle \dots$ (karena)

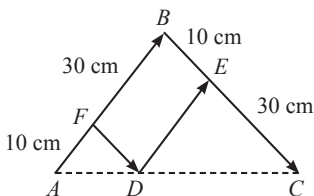
$m\angle BCA = m\angle \dots$ (karena)

Apakah sudut-sudut yang bersesuaian sama besar?

Misalkan dibuat rancangan pantograf berukuran $AF = 10$ cm, $FB = 30$ cm, $EC = 30$ cm, $BE = 10$ cm, $AD = 14$ cm, dan $DC = 42$ cm.

Berapa panjang DE dan FD ?

Berapa skala perbesaran pada pantograf tersebut?



Seperti tampak pada gambar di samping bahwa FD sejajar dengan BE dan FB sejajar dengan DE , akibatnya jelas bahwa $FD = BE = 10$ cm dan $DE = FB = 30$ cm.

Sekarang coba selidiki perbandingan sisi-sisi yang bersesuaian yaitu

$$\frac{AB}{AF}, \frac{BC}{FD}, \frac{AC}{AD}$$

Apakah $\frac{AC}{AD} = \frac{AB}{AF} = \frac{BC}{FD}$?

Berapa skala perbesaran pantograf tersebut?

Gambar yang dihasilkan nanti berapa kali ukuran gambar aslinya?

Nah, dengan menyelesaikan permasalahan di atas kamu telah menggunakan konsep kesebangunan dua bangun yaitu gambar asli dengan gambar hasil perbesarannya.



Ayo Kita Mencoba

Bersama temanmu, coba buatlah pantograf buatan kelompokmu yang bisa menghasilkan salinan gambar lima kali lebih besar.

Presentasikan pantograf hasil karya kelompokmu tersebut beserta gambar salinannya.

Pada Sub Bab 4.2 kamu telah mempelajari bahwa dua bangun datar dikatakan sebangun jika memenuhi dua syarat sebagai berikut:

- perbandingan panjang sisi yang bersesuaian senilai
- sudut yang bersesuaian besarnya sama

Bagaimana menguji kesebangunan dua segitiga tanpa harus menguji kedua syarat di atas? Melalui kegiatan berikut ini, coba kamu temukan jawabannya.

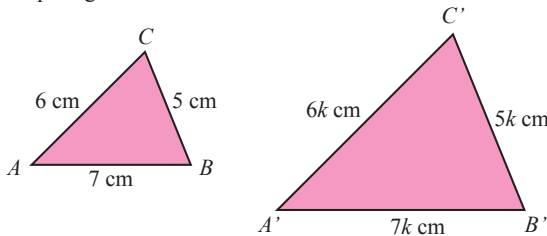
Kegiatan 4.14

Syarat Dua Segitiga Sebangun

Kerjakanlah kegiatan berikut ini bersama kelompokmu.

1. Gambarlah $\triangle ABC$ dengan panjang sisi sesuai keinginanmu

Misalkan seperti gambar berikut:



2. Gambarlah $\triangle A'B'C'$ dengan panjang sisi k kali panjang sisi $\triangle ABC$ (boleh diperbesar atau diperkecil)
3. Ukurlah masing-masing sudut $\triangle ABC$ dan $\triangle A'B'C'$ dengan menggunakan busur derajat. Bandingkan sudut-sudut yang bersesuaian dari dua segitiga tersebut.
4. Bandingkan hasilnya dengan temanmu.
5. Diskusikan dengan temanmu dan jawablah pertanyaan berikut:
 - a) Apakah sudut-sudut yang bersesuaian sama besar?
 - b) Berapa perbandingan panjang sisi $\frac{A'B'}{AB} = \frac{B'C'}{BC} = \frac{C'A'}{CA}$?

c) Apakah segitiga yang diperbesar atau diperkecil dengan faktor skala yang sama akan sebangun dengan segitiga semula?

6. Dari Sub bab 4.2 kamu telah mengetahui bahwa dua segitiga kongruen jika panjang sisi yang bersesuaian sama. (kriteria *sisi - sisi - sisi*)

Dalam hal ini $\triangle ABC$ dan $\triangle A'B'C'$ kongruen jika $\frac{A'B'}{AB} = \frac{B'C'}{BC} = \frac{C'A'}{CA} = 1$.

Berdasarkan no. 5, menurut kamu apakah $\triangle ABC$ dan $\triangle A'B'C'$ sebangun jika $\frac{A'B'}{AB} = \frac{B'C'}{BC} = \frac{C'A'}{CA} = k$, dengan k tetap (konstan). Selidikilah.

7. Dari Sub bab 4.2 kamu telah mengetahui bahwa dua segitiga kongruen jika dua pasang sisi yang bersesuaian sama panjang dan sudut yang diapitnya sama besar. (kriteria *sisi - sudut - sisi*)

Dalam hal ini, $\triangle ABC$ dan $\triangle A'B'C'$ kongruen jika $\frac{A'B'}{AB} = \frac{B'C'}{BC} = 1$ dan $m\angle B = m\angle B'$. Menurut kamu apakah $\triangle ABC$ dan $\triangle A'B'C'$ sebangun jika $\frac{A'B'}{AB} = \frac{B'C'}{BC} = k$, dengan k tetap (konstan) dan $m\angle B = m\angle B'$. Selidikilah.

8. Dari Sub Bab 4.2 kamu telah mengetahui bahwa dua segitiga kongruen jika dua pasang sudut yang bersesuaian sama besar dan sepasang sisi yang bersesuaian sama panjang. (kriteria *sudut - sudut - sisi*)

Dalam hal ini, $\triangle ABC$ dan $\triangle A'B'C'$ kongruen jika $\frac{A'B'}{AB} = 1$, $m\angle B = m\angle B'$, dan $m\angle C = m\angle C'$. Menurut kamu apakah $\triangle ABC$ dan $\triangle A'B'C'$ sebangun jika $\frac{A'B'}{AB} = k$, dengan k tetap (konstan), $m\angle B = m\angle B'$, dan $m\angle C = m\angle C'$. Bagaimana jika $\frac{A'B'}{AB} = k$ diabaikan, menurutmu apakah $\triangle ABC$ dan $\triangle A'B'C'$ sebangun jika $m\angle B = m\angle B'$, dan $m\angle C = m\angle C'$. Selidikilah.

Berdasarkan kegiatan di atas (khususnya nomor 6, 7, dan 8), menurutmu bagaimana syarat yang lebih sederhana sehingga dua segitiga sebangun?

Dua segitiga sebangun jika memenuhi salah satu syarat berikut ini:

1.
2.
3.

Kegiatan 4.15

Kesebangunan Khusus dalam Segitiga Siku-siku

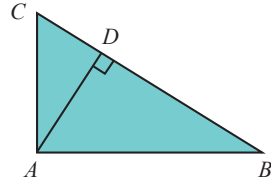
Alat dan bahan yang diperlukan:

- Kertas lipat
- Pensil

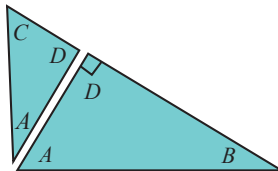
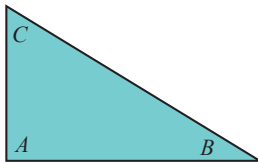
- Penggaris
- Busur derajat
- Gunting

Kerjakanlah kegiatan berikut ini bersama kelompokmu.

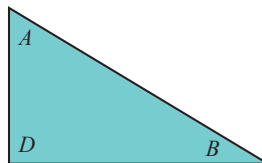
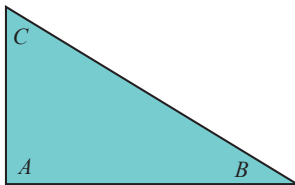
1. Gambarlah segitiga siku-siku seperti gambar di samping (ukuran boleh berbeda), lalu guntinglah pada sisi AB , BC , dan AC . Buatlah sekali lagi. Sehingga kamu mempunyai dua buah segitiga ABC .



2. Guntinglah salah satu segitiga ABC tersebut pada garis AD . Sehingga kamu sekarang mempunyai tiga buah segitiga yaitu $\triangle ABC$, $\triangle DBA$ dan $\triangle DAC$.



3. Perhatikan $\triangle ABC$ dan $\triangle DBA$



Tumpuklah $\triangle ABC$ dan $\triangle DBA$ tersebut, di mana $\angle B$ saling berhimpit.

Selidikilah apakah $\triangle ABC$ dan $\triangle DBA$ sebangun? (gunakan kesimpulan yang sudah kamu peroleh dari *Kegiatan 2 tentang syarat dua bangun sebangun*).

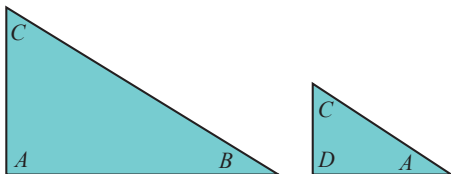
Jika $\triangle ABC$ dan $\triangle DBA$ sebangun, tuliskan perbandingan sisi-sisi yang bersesuaian.

$$\frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots}$$

dan kamu akan memperoleh bahwa:

$$AB^2 = \dots \times \dots$$

4. Perhatikan $\triangle ABC$ dan $\triangle DAC$



Tumpuklah $\triangle ABC$ dan $\triangle DAC$ tersebut, di mana $\angle B$ pada $\triangle ABC$ dan $\angle A$ pada $\triangle DAC$ saling berhimpit.

Selidikilah apakah $\triangle ABC$ dan $\triangle DAC$ sebangun? (gunakan kesimpulan yang sudah kamu peroleh $\triangle ABC$ Kegiatan 2 tentang syarat dua bangun sebangun)

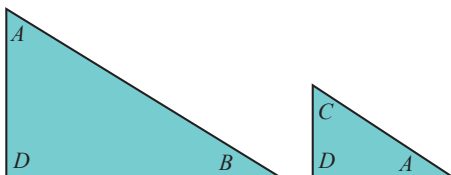
Jika $\triangle ABC$ dan $\triangle DAC$ sebangun, tuliskan perbandingan sisi-sisi yang bersesuaian.

$$\frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots}$$

dan kamu akan memperoleh bahwa:

$$AC^2 = \dots \times \dots$$

5. Perhatikan $\triangle DBA$ dan $\triangle DAC$



Tumpuklah $\triangle DBA$ dan $\triangle DAC$ tersebut, di mana $\angle B$ pada $\triangle DBA$ dan $\angle A$ pada $\triangle DAC$ saling berhimpit.

Selidikilah apakah $\triangle DBA$ dan $\triangle DAC$ sebangun? (gunakan kesimpulan yang sudah kamu peroleh dari Kegiatan 2 tentang syarat dua bangun sebangun)

Jika $\triangle DBA$ dan $\triangle DAC$ sebangun, tuliskan perbandingan sisi-sisi yang bersesuaian.

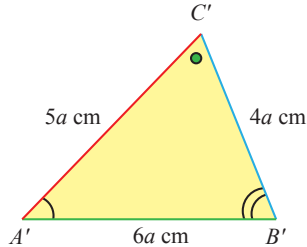
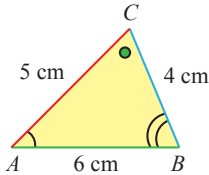
$$\frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots}$$

dan kamu akan memperoleh bahwa:

$$AD^2 = \dots \times \dots$$

Dua segitiga dikatakan sebangun jika hanya jika memenuhi syarat berikut ini:

- (i) Perbandingan sisi-sisi yang bersesuaian senilai
- (ii) Besar sudut-sudut yang bersesuaian sama.



- (i) Perbandingan sisi-sisi yang bersesuaian senilai

$$\frac{A'B'}{AB} = \frac{B'C'}{BC} = \frac{A'C'}{AC} = a$$

- (ii) Besar sudut-sudut yang bersesuaian sama

$$\begin{aligned}\angle A &= \angle A' \\ \angle B &= \angle B' \\ \angle C &= \angle C'\end{aligned}$$

Jika $\triangle ABC$ dan $\triangle DEF$ memenuhi syarat tersebut, maka $\triangle ABC$ dan $\triangle A'B'C'$ sebangun, dinotasikan dengan $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$

Jika $\triangle ABC$ dan $\triangle DEF$ tidak memenuhi syarat tersebut maka $\triangle ABC$ dan $\triangle DEF$ tidak sebangun, dinotasikan dengan $\triangle ABC \not\sim \triangle A'B'C'$.

Catatan:

Ketika menyatakan dua segitiga sebangun sebaiknya berdasarkan titik-titik sudut yang bersesuaian dan berurutan, contohnya:

$$\triangle ABC \cong \triangle A'B'C' \quad \text{atau} \quad \triangle BAC \cong \triangle B'A'C' \quad \text{atau} \quad \triangle CBA \cong \triangle C'B'A'$$

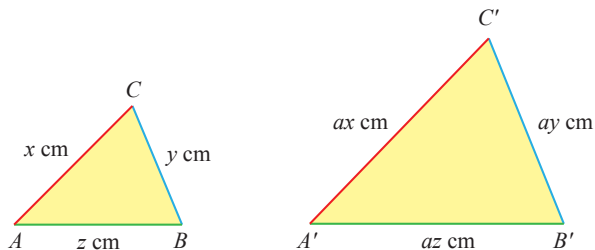
bukan $\triangle ABC \cong \triangle B'C'A'$ atau $\triangle ABC \cong \triangle C'A'B'$ atau yang lainnya.

Syarat Dua Segitiga Sebangun

Untuk lebih sederhana, berdasarkan Kegiatan 4.14, dua segitiga dikatakan sebangun (misal: $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$), jika memenuhi salah satu kondisi berikut ini:

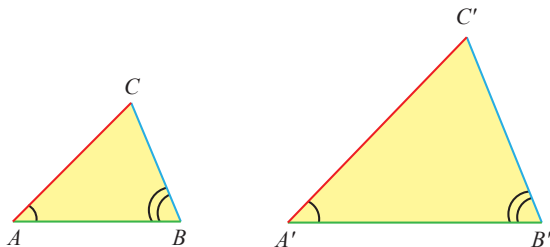
1. Perbandingannya ketiga pasangan sisi yang bersesuaian sama, yaitu:

$$\frac{A'B'}{AB} = \frac{B'C'}{BC} = \frac{A'C'}{AC} = a$$



2. Dua pasang sudut yang bersesuaian sama besar.

Contoh: $\angle A = \angle A'$ dan $\angle B = \angle B'$



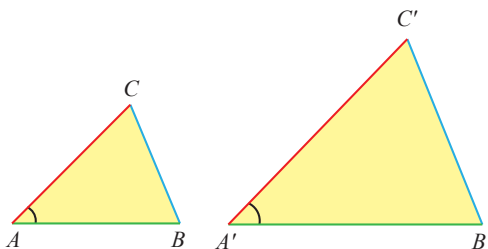
3. Perbandingan dua pasang sisi yang bersesuaian sama dan sudut yang diapitnya sama besar.

Contoh:

$$\frac{A'B'}{AB} = \frac{A'C'}{AC} = a$$

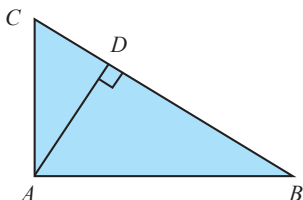
dan

$$\angle A = \angle A'$$



Kesebangunan Khusus dalam Segitiga Siku-Siku

Perhatikan gambar. Berdasarkan Kegiatan 3, dengan memperhatikan bahwa $\triangle ABC \sim \triangle DBA$, $\triangle ABC \sim \triangle DAC$ dan $\triangle DBA \sim \triangle DAC$, diperoleh:



$$AB^2 = BD \times BC$$

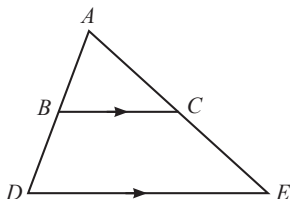
$$AC^2 = CD \times CB$$

$$AD^2 = DB \times DC$$

Contoh 4.8

Membuktikan Dua Segitiga Sebangun

Perhatikan gambar di bawah ini.



Buktikan bahwa $\triangle ABC \sim \triangle ADE$.

Alternatif Penyelesaian:

Pada $\triangle ABC$ dan $\triangle ADE$ dapat diketahui bahwa:

$$m\angle ABC = m\angle ADE$$

(karena $BC \parallel DE$, sehingga $\angle ABC$ dan $\angle ADE$ adalah pasangan sudut yang sehadap, besarnya pasti sama)

$$m\angle BAC = m\angle DAC$$

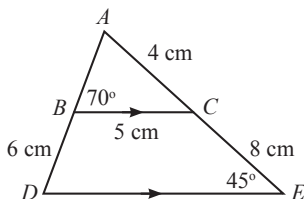
(karena $\angle BAC$ dan $\angle DAC$ berhimpit)

Karena dua pasang sudut yang bersesuaian sama besar, jadi $\triangle ABC \sim \triangle ADE$. (terbukti)

Contoh 4.9

Menghitung Panjang Sisi dan Besar Sudut yang Belum Diketahui dari Dua Segitiga Sebangun

Perhatikan gambar di bawah ini.



Tentukan

- panjang sisi DE dan AB
- besar $\angle ACB$, $\angle ADE$ dan $\angle DAE$

Alternatif Penyelesaian:

Pada Contoh 4.8, sudah dibuktikan bahwa $\triangle ABC$ dan $\triangle ADE$ sebangun.

- a. Perbandingan sisi-sisi yang bersesuaian adalah

$$\frac{AB}{AD} = \frac{BC}{DE} = \frac{AC}{AE}$$

Diketahui:

panjang $AC = 4$ cm, $AE = AC + CE = 4 + 8 = 12$ cm, maka

$$\frac{AC}{AE} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$$

panjang $BC = 5$ cm, maka

$$\frac{BC}{DE} = \frac{AC}{AE}$$

$$\frac{5}{DE} = \frac{1}{3}$$

$$DE = 5 \times 3$$

$$DE = 15$$

panjang $BD = 5$ cm, maka

$$\frac{AB}{AD} = \frac{AC}{AE}$$

$$\frac{AB}{AB + BD} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{AB}{AB + 5} = \frac{1}{3}$$

$$3AB = 1 (AB + 5)$$

$$3AB = AB + 5$$

$$3AB - AB = 5$$

$$2AB = 5$$

$$\frac{2AB}{2} = \frac{5}{2}$$

$$AB = 2,5$$

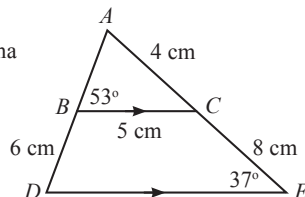
Jadi panjang $DE = 15$ cm dan $AB = 2,5$ cm

- b. Sudut-sudut yang bersesuaian besarnya sama

$$m\angle ABC = m\angle ADE \quad (\text{Mengapa?})$$

$$m\angle ACB = m\angle AED \quad (\text{Mengapa?})$$

$$m\angle BAC = m\angle DAE \quad (\text{Mengapa?})$$



Sehingga,

$$m\angle ACB = m\angle AED = 37^\circ$$

$$m\angle ADE = m\angle ABC = 53^\circ$$

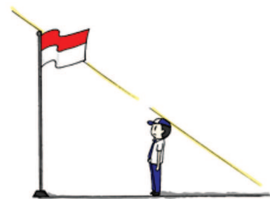
$$\begin{aligned} m\angle DAE &= 180^\circ - (m\angle ADE + m\angle AED) && (\text{Mengapa?}) \\ &= 180^\circ - (53^\circ + 37^\circ) \\ &= 180^\circ - 90^\circ \\ &= 90^\circ \end{aligned}$$

Jadi, besar $\angle ACB = 37^\circ$, $\angle ADE = 53^\circ$ dan $\angle DAE = 90^\circ$.

Contoh 4.10

Penerapan Sederhana dari Kesebangunan Segitiga

Diketahui seorang siswa dengan tinggi badan 150 cm berdiri di lapangan pada pagi hari yang cerah dan panjang bayangannya adalah 2,5 m. Saat itu di sebelahnya terdapat tiang bendera dengan panjang bayangan 6 m, maka tentukan tinggi tiang bendera tersebut.



Sumber: Dokumen Kemdikbud

Alternatif Penyelesaian:

Diketahui:

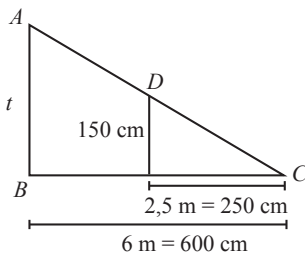
Tinggi badan siswa = 150 cm

Panjang bayangan siswa = 2,5 m = 250 cm

Panjang bayangan tiang bendera = 6 m = 600 cm

Misal tinggi tiang bendera = t

Permasalahan di atas dapat dibuat model atau sketsa sebagai berikut:



$\triangle ABC \sim \triangle DEC$, sehingga

$$\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EC}$$

$$\frac{t}{150} = \frac{600}{250}$$

$$250 t = 150 \times 600$$

$$t = \frac{150 \times 600}{250}$$

$$t = 360$$

Jadi, tinggi tiang bendera tersebut adalah 360 cm atau 3,6 m.



Ayo Silakan Bertanya

Setelah mempelajari contoh-contoh di atas, pertanyaan apakah yang muncul di benakmu. Silakan tanyakan pada guru dan temanmu.



Ayo Kita Menalar

Coba pikirkan alternatif cara lain bagaimana menyelesaikan permasalahan yang serupa dengan Contoh 4.10 di atas jika tanpa menggunakan bayangan objek yang diamati.



Ayo Kita Gali Informasi

Coba kamu cari informasi dari buku, internet atau lainnya mengenai berbagai cara memperkirakan tinggi pohon, tinggi gedung, tinggi bukit, atau lebar sungai secara tidak langsung dengan alat bantu seadanya.

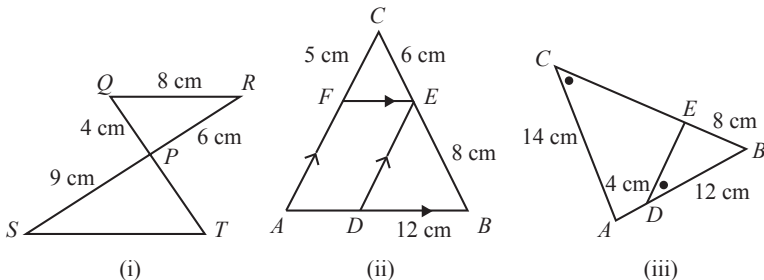
Carilah pula alat ukur modern apa saja yang bisa digunakan untuk itu dan jelaskan cara kerjanya.



Ayo Kita Tinjau Ulang

Diskusikan dengan temanmu masalah berikut ini.

1. Tentukan pasangan segitiga yang sebangun pada gambar di bawah ini. Buktikan.
2. Hitunglah panjang sisi-sisi yang belum diketahui.



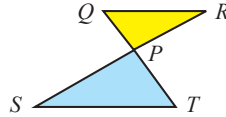
Latihan 4.4

Kesebangunan Dua Segitiga

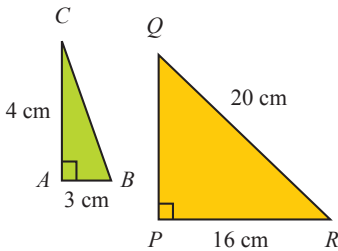
Selesaikan soal-soal berikut ini dengan benar dan sistematis.

1. Pada gambar di samping, $QR \parallel ST$.

- Buktikan bahwa $\triangle QRP$ dan $\triangle TPS$ sebangun
- Tuliskan perbandingan sisi-sisi yang bersesuaian?

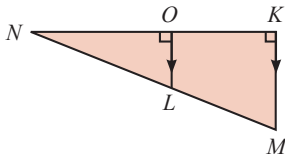


2. Perhatikan gambar berikut.



- Buktikan bahwa $\triangle ABC$ dan $\triangle PQR$ sebangun.
- Tuliskan perbandingan sisi-sisi yang bersesuaian?

3. Perhatikan gambar berikut.



Apakah $\triangle KLN$ sebangun dengan $\triangle OMN$?
Buktikan.

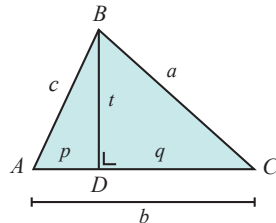
4. Pada $\triangle ABC$ dan $\triangle PQR$ diketahui $m\angle A = 105^\circ$, $m\angle B = 45^\circ$, $m\angle P = 45^\circ$ dan $m\angle Q = 105^\circ$.

- Apakah kedua segitiga tersebut sebangun? Jelaskan.
- Tuliskan pasangan sisi yang mempunyai perbandingan yang sama.

5. Perhatikan gambar.

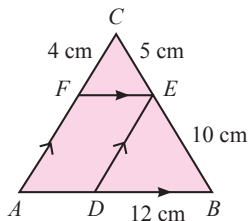
Diketahui $m\angle ABC = 90^\circ$, siku-siku di B.

- Tunjukkan bahwa $\triangle ADB$ dan $\triangle ABC$ sebangun.
- Tunjukkan bahwa $\triangle BDC$ dan $\triangle ABC$ sebangun.



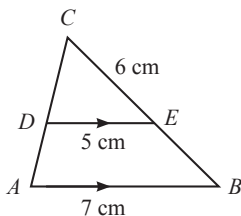
6. Perhatikan gambar.

- Tunjukkan bahwa $\triangle FCE \sim \triangle ACB$.
- Tunjukkan bahwa $\triangle FCE \sim \triangle DEB$.
- Tunjukkan bahwa $\triangle ACB \sim \triangle DEB$.
- Tentukan panjang FE dan AF .

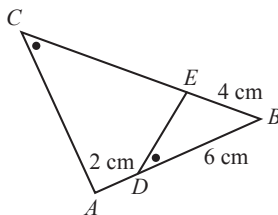


7. Perhatikan gambar.

- Hitunglah panjang EB

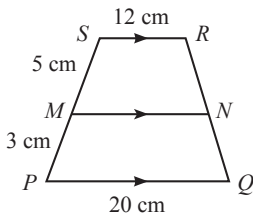


- Hitunglah panjang CE

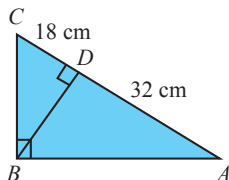


8. Perhatikan gambar.

Hitunglah panjang MN pada gambar di bawah ini.



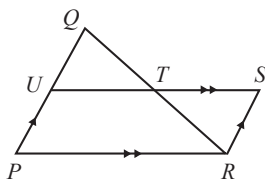
9. Perhatikan gambar.



Tentukan:

- Pasangan segitiga yang sebangun.
- Pasangan sudut yang sama besar dari masing-masing pasangan segitiga yang sebangun tersebut..
- Pasangan sisi bersesuaian dari masing-masing pasangan segitiga yang sebangun tersebut.
- Panjang sisi BA , BC , dan BD .

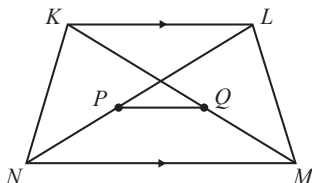
10. Perhatikan gambar.



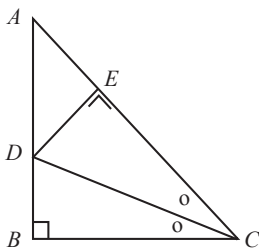
Diketahui $PR = 15$ cm dan $QU = \frac{2}{3} UP$.
Tentukan panjang TS .

11. Perhatikan gambar.

Diketahui $KL = 10$ cm dan $MN = 14$ cm. P dan Q berturut-turut adalah titik tengah LN dan KM . Tentukan panjang PQ .



12. Perhatikan gambar.



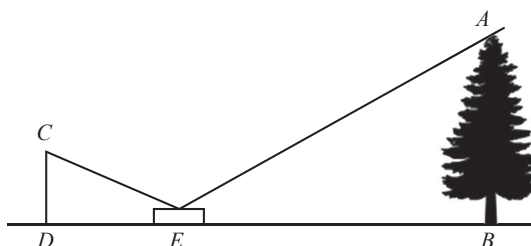
Segitiga ABC adalah segitiga siku-siku sama kaki. Jika $AB = 10$ cm dan CD garis bagi sudut C ,
Tentukan panjang BD .

13. Memperkirakan Tinggi Rumah

Pada suatu sore, sebuah rumah dan pohon yang bersebelahan memiliki panjang bayangan berturut-turut 10 m dan 4 m. Jika ternyata tinggi pohon sebenarnya adalah 10 m, tentukan tinggi rumah tersebut sebenarnya.

14. Memperkirakan Tinggi Pohon

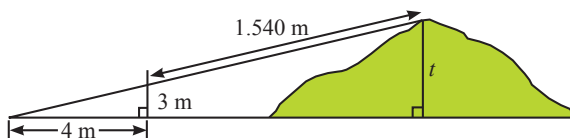
Untuk menentukan tinggi sebuah pohon, Ahmad menempatkan cermin di atas tanah (di titik E) seperti gambar di bawah ini. Dari titik E Ahmad berjalan mundur (ke titik D), sedemikian hingga dia dapat melihat ujung pohon pada cermin. Ahmad mengukur panjang $BE = 18$ m, $ED = 2,1$ cm dan ketika berdiri jarak mata Ahmad ke tanah (CD) adalah 1,4 m. Perkirakan tinggi pohon tersebut.



15. Memperkirakan Tinggi Bukit

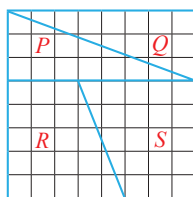
Dua mahasiswa Teknik Sipil Agung dan Ali ingin memperkirakan tinggi suatu bukit terhadap posisinya berdiri yang tidak jauh dari bukit itu. Mereka menggunakan bantuan peralatan laser yang dipasang pada sebuah tongkat penyangga setinggi 3 m dari permukaan tanah. Agung mengamati puncak bukit melalui alat tersebut dan diperoleh garis pandang ke puncak bukit adalah 1540 m. Ali berbaring di tanah memandang ke arah ujung peralatan tersebut dan puncak bukit sehingga tampak sebagai garis lurus. Posisi kepala Ali berjarak 4 m dari tongkat penyangga. Perkiraan tinggi bukit tersebut.

(perhatikan gambar)

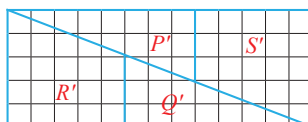


16. Analisis Kesalahan

Gambar (a) menunjukkan persegi dengan panjang sisi 8 satuan. Persegi itu dibagi menjadi 4 bagian yaitu dua segitiga (P dan Q), serta dua trapesium (R dan S). Gambar (b) menunjukkan persegipanjang berukuran 5 satuan $\times$ 13 satuan. Persegi itu dibagi menjadi 4 bagian yaitu dua segitiga (P' dan Q'), serta dua trapesium (R' dan S'). Apakah $8 \times 8 = 5 \times 13$? Jika tidak, bagaimana kamu menjelaskan hal ini? Di mana letak kesalahannya?



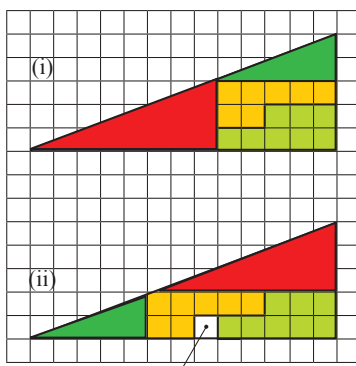
(a)



(b)

17. Analisis Kesalahan

Perhatikan gambar di bawah ini! Jelaskan di manakah letak kesalahannya?



Jelaskan dari manakah lubang satu kotak ini berasal?



Proyek 4

Kerjakan proyek di bawah ini bersama kelompokmu.

- Perhatikan gambar jembatan Suramadu dan jembatan Barito di bawah ini.



(i) Jembatan Suramadu



(ii) Jembatan Barito

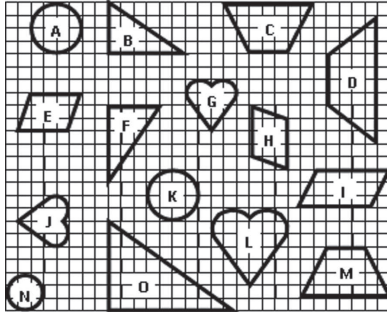
Sumber: www.jalan2.com

- Berdasarkan gambar di atas, susunlah strategi bagaimana kamu dapat memperkirakan tinggi tiang jembatan Suramadu dan jembatan Barito?

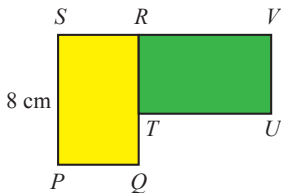
- b. Berdasarkan strategi tersebut kira-kira berapa tinggi tiang jembatan Suramadu tersebut?
 - c. Presentasikan hasil kerja kelompokmu di kelas.
 2. Coba carilah gedung, pohon, tiang listrik atau tiang bendera yang ada di sekitar sekolahmu. Bersama temanmu,
 - a. Buat strategi untuk memperkirakan tinggi gedung, pohon, tiang listrik atau tiang bendera tersebut dengan menggunakan konsep kesebangunan dua segitiga. (minimal dua strategi yang berbeda).
 - b. Berdasarkan strategi yang kamu buat, perkirakan berapa gedung, pohon, tiang listrik atau tiang bendera tersebut?
 - c. Presentasikan hasil kerja kelompokmu di kelas.
 3. Coba carilah sungai atau danau yang ada di sekitar sekolah atau rumahmu. Bersama temanmu,
 - a. Buatlah strategi untuk memperkirakan lebar sungai atau danau tersebut dengan menggunakan konsep kesebangunan atau kekongruenan dua segitiga.
 - b. Berdasarkan strategi yang kamu buat, perkirakan berapa gedung, pohon, tiang listrik atau tiang bendera tersebut?
 - c. Presentasikan hasil kerja kelompokmu di kelas.
 4. Bersama temanmu, buatlah pantograf buatan kelompokmu yang bisa menghasilkan salinan gambar k kali lebih besar (boleh $k = 2, 3, 4, 5$ atau lebih). Dokumentasikan prosesnya. Presentasikan pantograf hasil karya kelompokmu tersebut beserta gambar salinannya.

Selesaikan soal-soal berikut dengan benar dan sistematis.

1. Perhatikan gambar di bawah ini. Tulislah pasangan bangun yang kongruen.



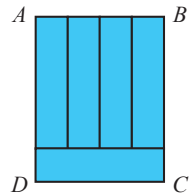
2. Perhatikan gambar.



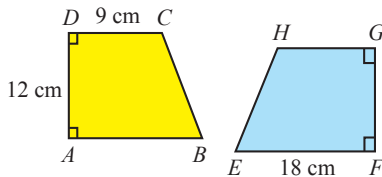
Jika $PQRS$ kongruen dengan $TUVR$ dan $RT = \frac{3}{5} RQ$. Tentukan panjang PQ .

3. Perhatikan gambar.

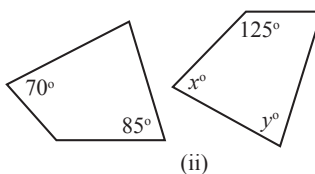
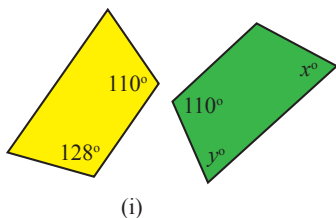
Persegipanjang $ABCD$ dibentuk dari 5 persegipanjang yang kongruen. Jika keliling setiap persegipanjang kecil adalah 10 cm, maka tentukan keliling $ABCD$.



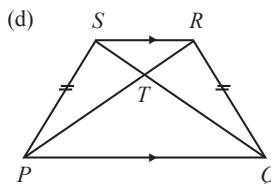
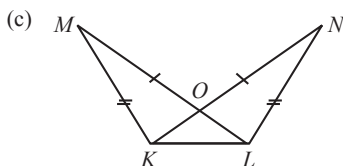
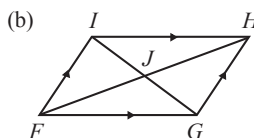
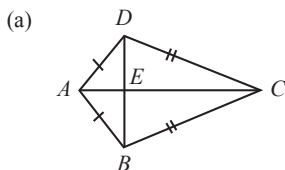
4. Diketahui trapesium $ABCD$ dan trapesium $EFGH$ pada gambar di bawah ini adalah kongruen. Jika panjang $AD = 12$ cm, $DC = 9$ cm dan $EF = 18$ cm. Tentukan panjang CB .



5. Pasangan bangun di bawah ini kongruen, tentukan nilai x dan y pada gambar.

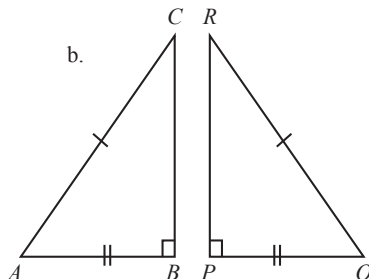
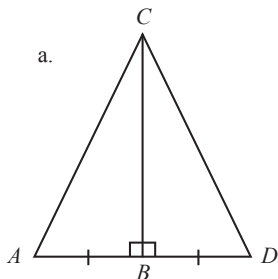


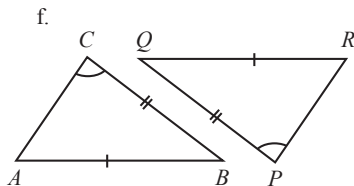
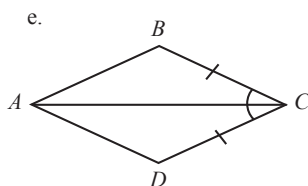
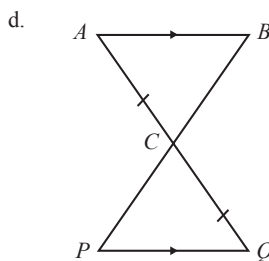
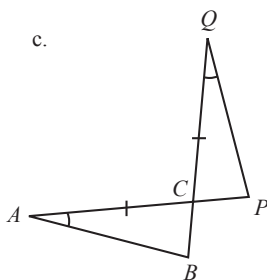
6. Perhatikan gambar di bawah ini.



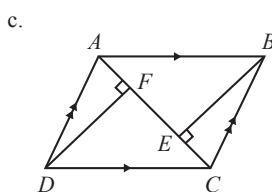
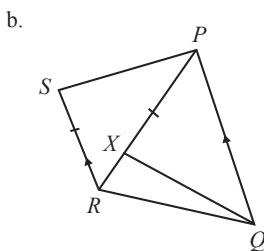
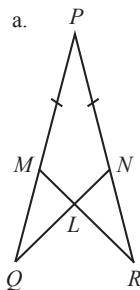
Berapa banyak pasangan segitiga kongruen pada setiap bangun di atas? Tuliskan semua pasangan segitiga kongruen tersebut.

7. Apakah pasangan segitiga berikut ini pasti kongruen? Jika ya, kriteria apakah yang menjamin pasangan segitiga berikut ini kongruen?





8. Tuliskan satu pasangan segitiga kongruen pada setiap bangun berikut dan buktikan.

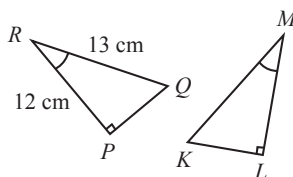


$PM = PN$ dan $PQ = PR$ $PX = SR$ dan $\triangle PQR$ segitiga sama sisi

9. Perhatikan gambar.

Diketahui $\triangle PQR \cong \triangle KLM$ dan $m\angle PQR = 60^\circ$.
Tentukanlah.

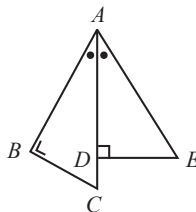
- besar $m\angle PRQ$
- besar $m\angle LKM$
- besar $m\angle KML$
- panjang KL
- Panjang KM



10. Perhatikan gambar di samping.

Diketahui $AC = AE$ dan $m\angle BAC = m\angle DAE$

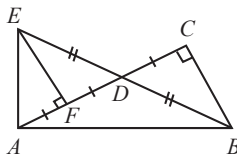
- Buktikan bahwa $\triangle ABC \cong \triangle ADE$.
- Jika $CD = 2$ cm dan $AE = 10$ cm,
- Tentukanlah panjang BC dan AB



11. Perhatikan gambar di samping.

Diketahui panjang $AB = 13$ cm dan $EF = 5$ cm.

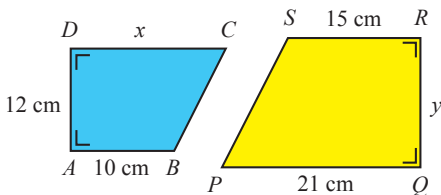
- Buktikan bahwa $\triangle AFE \cong \triangle DFE$
- Buktikan bahwa $\triangle DCB \cong \triangle DFE$
- Hitunglah panjang AC
- Hitunglah panjang AE



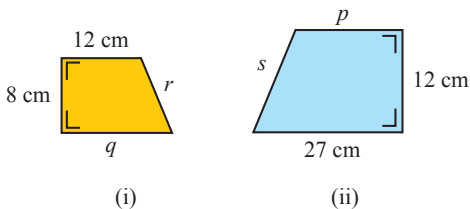
12. Apakah bangun di bawah ini pasti sebangun? Jelaskan.

- dua persegi
- dua lingkaran
- dua segitiga sama sisi
- dua belahketupat

13. Trapesium $ABCD$ sebangun dengan trapesium $PQRS$, tentukan nilai x dan y pada gambar di bawah.

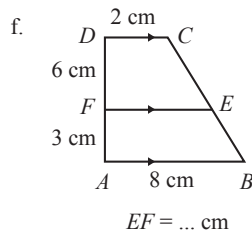
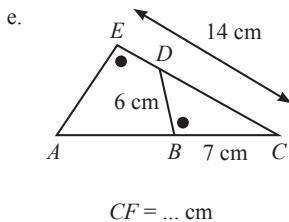
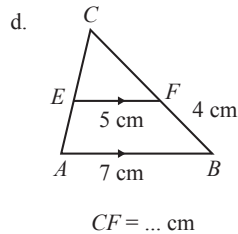
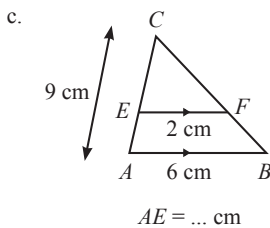
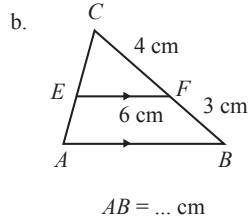
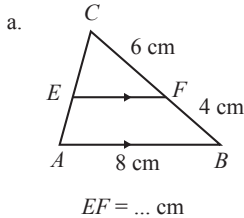


14. Perhatikan gambar berikut ini.

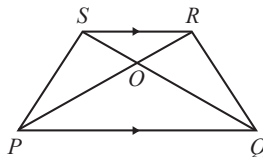


- Jika trapesium (i) dan (ii) sebangun, tentukan nilai p , q , r dan s .
- Tentukan perbandingan keliling trapesium (i) dan (ii).
- Tentukan perbandingan luas trapesium (i) dan (ii).

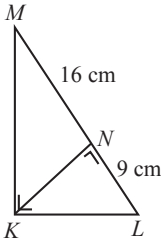
15. Hitunglah panjang sisi yang ditanyakan pada gambar berikut ini.



16. Diketahui trapesium samakaki $PQRS$ pada gambar di bawah ini, dengan panjang $SR = 4 \text{ cm}$, $PQ = 12 \text{ cm}$ dan $QS = 20 \text{ cm}$. Tentukan panjang SO .



17. Perhatikan gambar.

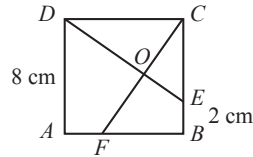


- Tuliskan pasangan segitiga sebangun pada gambar tersebut.
- Dari tiap-tiap pasangan segitiga sebangun tersebut, tentukan pasangan sisi yang bersesuaian dan buat perbandingannya.
- Tentukan panjang NK , KL dan MK .

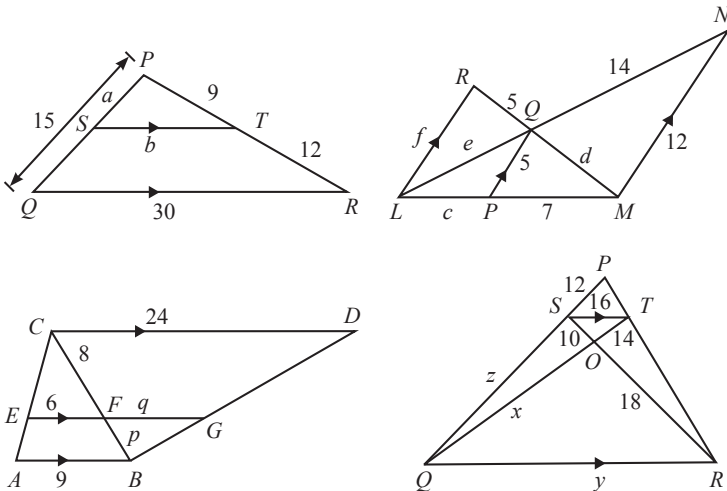
18. $ABCD$ adalah persegi.

Jika $DE = CF$, maka tentukanlah panjang:

- DE
- OE
- OD
- OC
- OF



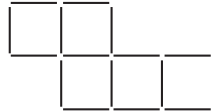
19. Hitunglah panjang sisi yang diberi label pada gambar di bawah ini.
(semua dalam satuan sentimeter)



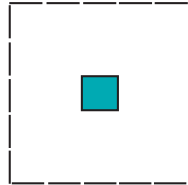
20. Dua belas tusuk gigi disusun seperti pada gambar di samping. Dengan memindahkan hanya dua tusuk gigi bagaimana kamu membentuk enam persegi atau tujuh persegi?



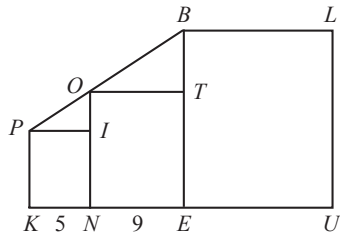
21. Enam belas tusuk gigi disusun seperti gambar di samping. Dengan memindahkan hanya dua tusuk gigi bagaimana kamu membentuk empat persegi?



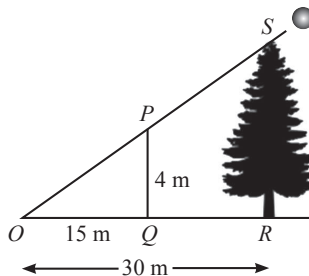
22. Pada gambar di bawah ini menunjukkan persegi yang dibentuk dengan 20 tusuk gigi. Di tengahnya terdapat lubang kotak dengan luas $\frac{1}{25}$ luas seluruhnya. Dengan menggunakan 18 tusuk gigi, bagilah luasan di antara persegi luar dan persegi di tengah menjadi 6 daerah yang sebangun.



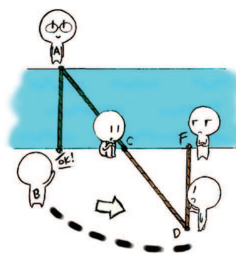
23. Perhatikan gambar. Bangun *PINK*, *NOTE*, dan *BLUE* adalah persegi. Panjang $KN = 5$ cm, $NE = 9$ cm, Titik $P - O - B$ terletak dalam satu garis lurus. Tentukan panjang sisi dan luas bangun *BLUE*.



24. Pada gambar di bawah ini, tinggi tongkat PQ sesungguhnya adalah 4 m dan panjang bayangannya 15 m. Jika panjang bayangan pohon adalah 30 m, tentukan tinggi pohon.



25. Sekelompok peserta jelajah alam mendapat tugas untuk menaksir lebar suatu sungai tanpa mengukurnya secara langsung. Mereka menentukan titik acuan di seberang sungai yaitu titik *A*. Satu peserta lain berdiri di titik *C*. Peserta yang lain berdiri di titik *B* tepat di depan *A*. Kemudian berjalan menuju ke titik *F* dengan jarak *B* ke *F* adalah dua kali jarak *B* ke *C*. Dari titik *F* ia berjalan menuju titik *D*, di mana dengan pandangannya objek di titik *A-C-D* terletak pada satu garis lurus. Sehingga lebar sungai dapat diketahui dengan mengukur jarak *F* ke *D*. Apakah cara tersebut tepat untuk menaksir lebar sungai? Jelaskan.



Sumber: Dokumen Kemdikbud



Bab V

Bangun Ruang Sisi Lengkung



Kata Kunci

- Tabung
- Kerucut
- Bola
- Jaring-jaring
- Luas Permukaan
- Volume



Kompetensi Dasar

- 1.1 Menghargai dan menghayati ajaran agama yang dianutnya.
- 2.2 Memiliki rasa ingin tahu, percaya diri dan ketertarikan pada matematika sertamemiliki rasa percaya pada daya dan kegunaan matematika, yang terbentuk melalui pengalaman belajar.
- 3.7 Menentukan luas selimut dan volume tabung, kerucut, dan bola.
- 3.8 Menaksir dan mengitung luas permukaan bangun datar dan bangun ruang yang tidak beraturan dengan menerapkan kombinasi geometri dasarnya.



Pengalaman Belajar

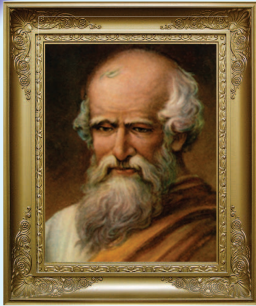
1. Mengenali bangun tabung, kerucut dan bola beserta unsur-unsurnya.
2. Menentukan jaring-jaring tabung, kerucut dan bola.
3. Mengidentifikasi luas permukaan tabung, kerucut dan bola.
4. Menentukan hubungan antara luas alas dan tinggi dengan volume.
5. Mengidentifikasi volume tabung, kerucut dan bola.
6. Menyelesaikan permasalahan nyata yang berhubungan dengan bangun ruang sisi lengkung.



Sumber: Dokumen Kemdikbud

Bangun ruang sisi lengkung merupakan bangun ruang yang memiliki minimal satu sisi lengkung. Tong sampah, cone eskrim, topi ulang tahun dan bola basket merupakan model bangun ruang sisi lengkung dalam kehidupan sehari-hari.





Sumber: www.edulens.org

Leonardo Fibonacci

tersebut, ia menceburkan dirinya ke dalam bak mandi yang penuh air, Archimedes mengamati bahwa ada air yang tumpah ke lantai. Saat ini juga ia menemukan jawabannya. Dari peristiwa tersebut Archimedes lantas menyimpulkan bahwa sebuah benda yang dicelupkan dalam air akan mendapatkan gaya apung yang sama besar dengan berat cairan yang dipindahkan. Dengan prinsip itu ia membuktikan bahwa mahkota raja dicampuri dengan perak. Prinsip ini lantas dikenal sebagai Hukum Archimedes.

Di bidang matematika, penemuan Archimedes yang cukup penting adalah besaran nilai π (π) yang lebih akurat daripada nilai π yang telah ditemukan oleh ilmuwan sebelumnya. Penemuan lain Archimedes di bidang matematika adalah tentang bangun ruang sisi lengkung. Dalam karyanya yang berjudul "*On Spheres and Cylinder*", ia menyatakan bahwa sebarang tabung yang memiliki jari-jari yang sama dengan jari-jari bola dan tingginya sama dengan diameter bola, maka luas permukaan tabung sama dengan $\frac{3}{2}$ kali luas permukaan bola.

Sumber: www.edulens.org

Hikmah yang bisa diambil

1. Archimedes adalah orang yang mempunyai rasa ingin tahu yang sangat tinggi. Ia mencoba mencari penyebab pada tiap kejadian yang ada di sekitarnya. Hal ini dapat dilihat dari kisah saat ia diminta untuk memeriksa mahkota Raja Hieron II sampai akhirnya ia menemukan Hukum Archimedes.
2. Archimedes selalu berusaha untuk berinovasi dan menemukan sesuatu yang baru. Kita dapat perhatikan inovasi yang telah ia lakukan dalam penentuan besaran nilai π (π) yang lebih akurat daripada nilai π yang telah ditemukan sebelumnya.
3. Peran matematika dalam kehidupan manusia sangat banyak, salah satunya adalah besaran nilai π yang dikemukakan Archimedes serta penemuan Archimedes dalam bukunya "*On Spheres and Cylinder*".

A. Tabung



Pertanyaan Penting

Tahukah kamu bangun tabung? Tahukah kamu rumus untuk menghitung luas permukaan dan volume tabung?

Kerjakan beberapa kegiatan berikut agar kamu dapat mengetahui dan memahami jawaban pertanyaan-pertanyaan di atas.

Kegiatan 5.1

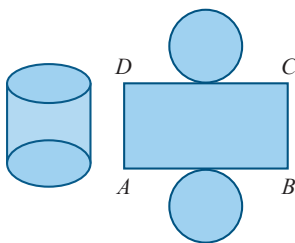
Membuat Jaring-jaring Tabung

Siapkan beberapa alat berikut:

1. Kaleng susu yang masih ada labelnya
2. Alat tulis
3. Penggaris
4. Kertas karton
5. Cutter atau gunting

Kerjakan secara berkelompok (3-5 siswa).

1. Dengan menggunakan cutter dan penggaris, potong label kaleng susu secara vertikal (jangan sampai sobek). Didapatkan label yang berbentuk persegi panjang.
2. Gambarlah persegipanjang pada kertas karton yang sudah disiapkan sesuai ukuran persegipanjang yang diperoleh Langkah 1 dan tandai titik sudutnya dengan huruf A , B , C dan D .
3. Hitung panjang AB dan BC menggunakan penggaris. Panjang BC merupakan tinggi kaleng tersebut sedangkan panjang AB merupakan keliling dari lingkaran bawah (alas) dan lingkaran atas (tutup).
4. Hitung jari-jari lingkaran pada kaleng tersebut. Dari panjang AB kamu dapat menghitung jari-jari lingkaran, yakni dengan membagi panjang AB dengan 2π .
5. Gambarlah dua buah lingkaran dengan jari-jari yang diperoleh dari Langkah 4. Kedua lingkaran tersebut menyinggung/menempel persegipanjang $ABCD$ pada sisi AB dan CD .
6. Gunting gambar yang diperoleh dari Langkah 5. Apakah dari gambar yang telah digunting kamu dapat membuat tabung? Cobalah untuk menempelkan kedua lingkaran dengan persegipanjang.



Gambar 5.1 Tabung dan jaring-jaring tabung



Ayo Kita Amati

Unsur-unsur tabung.

Lingkaran L_2

Lingkaran L_1

r_2

r_1

D

C

A

B

- Daerah lingkaran L_1 merupakan alas tabung dengan jari-jari r_1 .
- Daerah lingkaran L_2 merupakan tutup tabung dengan jari-jari r_2 .
- Daerah persegipanjang $ABCD$ merupakan selimut tabung.
- r_1 dan r_2 merupakan jari – jari tabung ($r_1 = r_2 = r$).
- Jarak titik pusat lingkaran L_1 dengan titik pusat lingkaran L_2 merupakan tinggi tabung (disimbolkan dengan t).
- $AB = CD =$ Keliling daerah lingkaran $L_1 =$ Keliling daerah lingkaran L_2 .
- $AD = BC = t$.
- Permukaan tabung terdiri atas dua daerah lingkaran dan sebuah daerah persegi.



Ayo Bertanya

Dari pengamatanmu terhadap unsur-unsur tabung buatlah beberapa pertanyaan.

Contoh:

1. Apakah jari-jari tabung selalu lebih pendek daripada tinggi tabung?
2. Bagaimana bentuk selimut tabung?

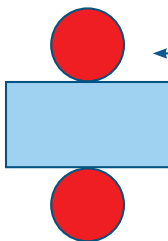
Kegiatan 5.2

Menendapatkan Rumus Luas Permukaan Tabung

Kamu telah mengetahui jaring-jaring tabung melalui Kegiatan 5.1. Dengan menggunakan kalimatmu sendiri jawablah pertanyaan berikut?

1. Bagaimana bentuk muka atau sisi tabung? Berapa banyak sisi tabung tabung?
2. Apakah hubungan antara jaring-jaring tabung dengan luas permukaan tabung?

Permukaan tabung adalah bangun-bangun yang membatasi tabung tersebut. Berdasarkan Kegiatan 5.1 kamu sudah mengetahui bahwa permukaan tabung terdiri dari dua daerah lingkaran dan sebuah daerah persegi panjang. Luas permukaan tabung merupakan jumlah luas muka atau sisi-sisi tabung.



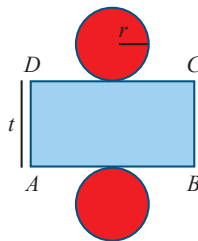
Kamu juga mengetahui bahwa jaring-jaring tabung terdiri atas persegi panjang dan dua lingkaran yang identik. Kemudian dari jaring-jaring tabung tersebut kamu dapat membuat tabung. Sehingga dapat disimpulkan bahwa luas permukaan tabung sama dengan luas jaring-jaring tabung tersebut.



Ayo Kita Simpulkan

Gambar di samping merupakan jaring-jaring tabung dengan jari-jari r dan tinggi t . Karena luas permukaan tabung sama dengan luas jaring-jaring tabung maka:

$$\begin{aligned}
 L &= \text{Luas permukaan tabung} \\
 &= \text{Luas jaring-jaring tabung} \\
 &= 2 \times \text{Luas lingkaran} + \text{Luas } ABCD \\
 &= \dots + \dots \\
 &= \dots
 \end{aligned}$$



Kegiatan 5.3**Menentukan Volume Tabung Melalui Eksperimen**

Kumpulkan uang koin Rp500,00 sebanyak 12 buah.
Kerjakan kegiatan ini dengan teman sebangkumu.

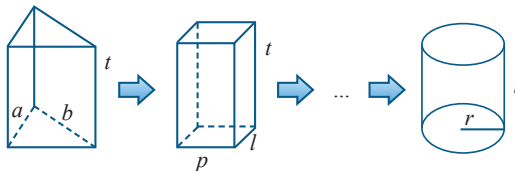
- Ambil salah satu uang koin dan ukurlah diameternya. Hitunglah luas permukaan koin tersebut.
- Kemudian tumpuk 12 uang koin menjadi satu. Tumpukan uang koin tersebut membentuk tabung. Perkirakan volume tabung yang terbentuk dari tumpukan uang koin tersebut.
- Berdasarkan butir *b*, tentukan rumus untuk menghitung volume tabung.



Sumber: Dokumen Kemdikbud
Gambar 5.2 Uang

Kegiatan 5.4**Membandingkan Tabung Dengan Bangun Ruang Lainnya**

Pada gambar di bawah ini terdapat prisma segitiga, balok dan tabung dengan tinggi yang sama.



- Menurut kamu bagaimana hubungan antara prisma, balok dan tabung?

- Tentukan rumus volume prisma dan balok.

Volume prisma = ...

Volume balok = ...

= ...

= ...

- Dari jawaban butir *a* dan *b* kamu dapat mendapatkan rumus volume tabung.

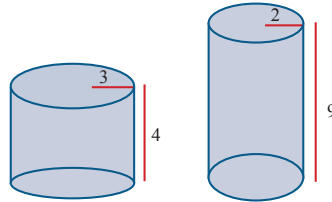
Volume tabung = ...

= ...

Kegiatan 5.5**Membandingkan Volume Dua Tabung**

Kamu sudah mengetahui rumus volume tabung melalui Kegiatan 5.3 dan 5.4. Perhatikan dua tabung di samping.

- Hanya dengan memperhatikan kedua tabung, manakah yang memiliki volume lebih besar?
- Hitung volume kedua tabung, apakah tebakan kamu di pertanyaan bagian (a) benar?



**Ayo Kita
Simpulkan**

- Gunakan kalimatmu sendiri. Bagaimana cara kamu menentukan volume tabung?

A large dashed rectangular box for writing the answer to question (a).

- Dari hasil (a) diperoleh bahwa volume tabung dengan jari-jari r dan tinggi t adalah

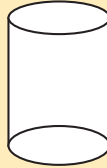
$$V = \dots$$

Catatan:

Bilangan π sering dituliskan $\pi = 3,14$ atau $\pi = \frac{22}{7}$, namun keduanya masih nilai pendekatan. Jika pada soal tidak diperintahkan menggunakan $\pi = 3,14$ atau $\pi = \frac{22}{7}$ maka cukup gunakan π saja.

Definisi:

Tabung adalah bangun ruang sisi lengkung yang dibentuk oleh dua buah lingkaran identik yang sejajar dan sebuah persegi panjang yang mengelilingi kedua lingkaran tersebut. Tabung memiliki tiga sisi yakni dua sisi datar dan satu sisi lengkung.



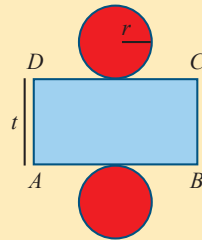
Benda-benda dalam kehidupan sehari-hari yang menyerupai tabung adalah tong sampah, kaleng susu, lilin dan pipa.

Luas Tabung:

Luas tabung ekuivalen dengan jumlahan semua luas bangun penyusun dari jaring-jaring tabung. Jaring-jaring tabung terdiri atas dua lingkaran dan satu persegi panjang.

Misalkan terdapat tabung dengan jari jari r dan tinggi t , maka:

$$\begin{aligned} L &= \text{Luas jaring-jaring tabung} \\ &= 2 \times \text{Luas Lingkaran} + \text{Luas } ABCD \\ &= 2\pi r^2 + \overline{AB} \times \overline{BC} \\ &= 2\pi r^2 + 2\pi r \times t \\ &= 2\pi r(r + t) \end{aligned}$$

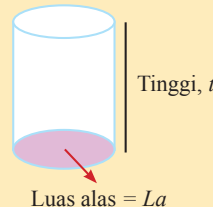


Ingat: panjang AB = Keliling lingkaran, panjang BC = tinggi tabung.

Volume Tabung:

Volume tabung adalah hasil dari luas alas tabung dengan tinggi tabung atau dapat dirumuskan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} V &= La \times t \\ &= \pi r^2 \times t \end{aligned}$$



Contoh 5.1**Menghitung Luas Permukaan Tabung**

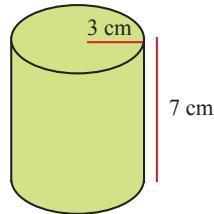
Hitung luas permukaan tabung di samping.

Alternatif Penyelesaian:

Tabung di samping memiliki jari-jari $r = 3$ cm dan tinggi $t = 7$ cm, maka luas permukaannya adalah

$$\begin{aligned} L &= 2\pi r(r + t) && \text{rumus luas permukaan tabung} \\ &= 2\pi \times 3 \times (3 + 7) && \text{substitusi nilai } r \text{ dan } t \\ &= 60\pi \end{aligned}$$

Jadi, luas permukaan tabung adalah 60π cm².

**Contoh 5.2****Menghitung Jari-jari Tabung Jika Diketahui Luas**

Hitung jari-jari tabung di samping.

Alternatif Penyelesaian:

Tabung di samping memiliki tinggi 8 cm dan luas 528 cm².

$$\text{Gunakan } \pi = \frac{22}{7}.$$

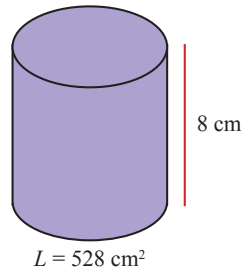
$$L = 2\pi r(r + t) \quad \text{rumus luas permukaan tabung}$$

$$528 = 2\left(\frac{22}{7}\right)r(r + 8) \quad \text{substitusi nilai } L \text{ dan } t$$

$$84 = r(r + 8) \quad \text{kedua ruas dikalikan dengan } \frac{7}{44}$$

Selanjutnya perhatikan tabel di samping.

Diperoleh $r = 6$, sehingga jari-jari tabung adalah 6 cm.



$$\begin{aligned} 84 &= 1 \times 84 = 4 \times 21 \\ &= 2 \times 42 = 6 \times 14 \\ &= 3 \times 28 = 7 \times 12 \end{aligned}$$

Contoh 5.3**Menghitung Volume Tabung**

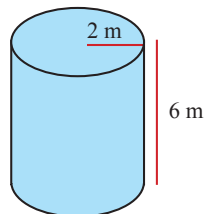
Hitung volume tabung di samping.

Alternatif Penyelesaian:

Tabung di samping memiliki jari-jari $r = 2$ m dan tinggi $t = 6$ m.

$$\begin{aligned} V &= \pi r^2 t && \text{rumus volume tabung} \\ &= \pi (2)^2 \times 6 && \text{substitusi nilai } r \text{ dan } t \\ &= 24\pi \end{aligned}$$

Jadi, volume tabung adalah 24π m³.



Contoh 5.4**Menghitung Tinggi Tabung Jika Diketahui Volume**

Hitung tinggi tabung di samping.

Alternatif Penyelesaian:

Diameter tabung adalah 10 cm, maka jari-jari tabung adalah $r = 5$ cm dan volumenya adalah $300\pi \text{ cm}^3$.

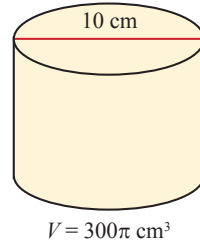
$$V = \pi r^2 t \quad \text{rumus volume tabung}$$

$$300\pi = \pi(5)^2 \times t \quad \text{substitusi nilai } r \text{ dan } t$$

$$300\pi = 25\pi \times t$$

$$12 = t \quad \text{kedua ruas dibagi dengan } 25\pi$$

Jadi, tinggi tabung adalah 12 cm.

**Contoh 5.5****Menghitung Jari-jari Tabung Jika Diketahui Volume**

Hitung jari-jari tabung di samping.

Alternatif Penyelesaian:

Volume tabung di samping adalah $600\pi \text{ m}^3$ dan tinggi $t = 10$ m.

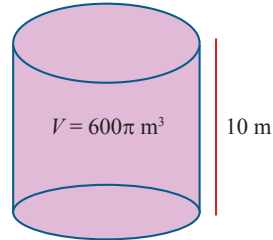
$$V = \pi r^2 t \quad \text{rumus volume tabung}$$

$$600\pi = \pi r^2 \times 10 \quad \text{substitusi nilai } V \text{ dan } t$$

$$60 = r^2 \quad \text{kedua ruas dibagi dengan } 10\pi$$

$$\sqrt{60} = r$$

Jadi, jari-jari tabung adalah $\sqrt{60}$ m.



**Ayo Kita
Tinjau Ulang**

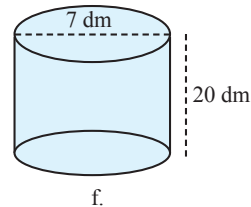
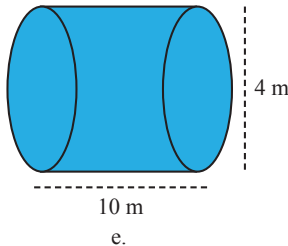
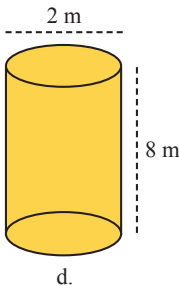
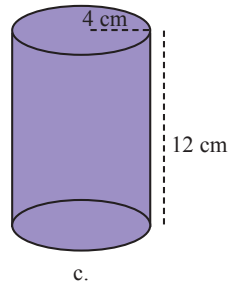
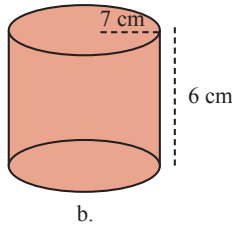
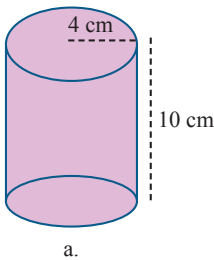
1. Perhatikan kembali soal pada Contoh 5.1,
 - a. Jika jari-jari dijadikan menjadi dua kali lipat dan tinggi dijadikan $\frac{1}{2}$ kali lipat, berapakah luas permukaan tabung?
 - b. Jika jari-jari dijadikan menjadi $\frac{1}{2}$ kali lipat dan tinggi dijadikan dua kali lipat, berapakah luas permukaan tabung?
 - c. Dari soal 1.a, 1.b apakah terjadi perubahan luas permukaan tabung? Jelaskan analisismu.

2. Perhatikan kembali soal pada Contoh 5.3,
- Jika jari-jari dijadikan menjadi dua kali lipat dan tinggi dijadikan $\frac{1}{2}$ kali lipat, berapakah volume tabung?
 - Jika jari-jari dijadikan menjadi $\frac{1}{2}$ kali lipat dan tinggi dijadikan dua kali lipat, berapakah volume tabung?
 - Dari soal 1.a, 1.b apakah terjadi perubahan luas permukaan tabung? Jelaskan analisismu.

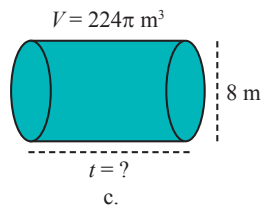
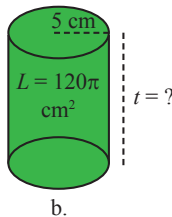
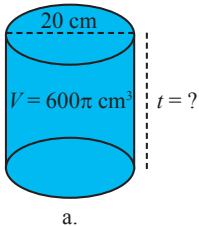
Latihan 5.1

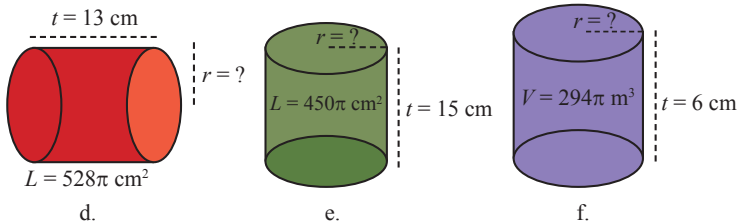
Tabung

1. Hitung luas permukaan dan volume dari bangun tabung berikut ini:



2. Tentukan panjang dari unsur tabung yang ditanyakan



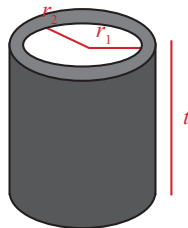


Ket: V = volume tabung, L = luas permukaan tabung, r = jari-jari tabung,
 t = tinggi tabung.

3. **Berpikir Kritis.** Terdapat suatu tabung dengan jari-jari r cm dan tinggi tabung t cm, dimana $r < t$. Misalkan tabung tersebut memiliki volume V cm³ dan luas permukaan L cm². Apakah mungkin $V = L$?

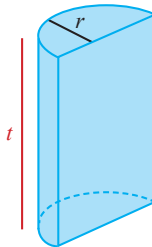
Jika ya, tentukan nilai $\frac{1}{r} + \frac{1}{t}$.

4. **Tantangan.** Gambar disamping merupakan suatu magnet silinder. Alas dari magnet tersebut dibentuk dari dua lingkaran yang sepusat. Lingkaran yang lebih kecil memiliki jari-jari $r_1 = 4$ cm, sedangkan lingkaran yang lebih besar memiliki jari-jari $r_2 = 6$ cm. Tinggi dari magnet adalah $t = 10$ cm.



- Tentukan: a. Luas permukaan magnet.
 b. Volume magnet.

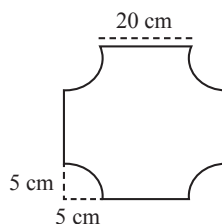
5. **Irisan Tabung.** Misalkan terdapat suatu tabung dengan jari-jari r cm dan panjang t cm. Kemudian tabung tersebut dijadikan irisan tabung dengan memotong tabung tersebut menjadi dua bagian yang sama persis dari atas ke bawah. Tentukan rumus untuk menghitung luas irisan tabung tersebut.



6. **Tandon Bocor.** Terdapat suatu tandon yang berbentuk tabung dengan jari-jari 50 cm tinggi 2 m. Tandon tersebut berisi air sebanyak $\frac{3}{4}$ dari volume total. Terdapat lubang kecil di dasar tandon tersebut yang menyebabkan air mengalir keluar dengan kecepatan 50 cm³/detik. Air pada tandon tersebut akan habis setelah ... detik? (anggap $\pi = 3,14$).

7. Pondasi rumah. Alas dari pondasi rumah pak Ahmad berbentuk seperti gambar di samping. Jika tinggi pondasi adalah 2 m maka:

- Tentukan luas permukaan pondasi.
- Tentukan volume pondasi.

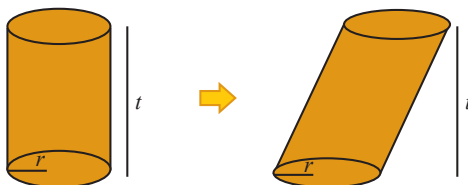


8. **Analisis Kesalahan.** Rudi menghitung volume tabung dengan diameter 5 cm dan tinggi 12 cm. Rudi menghitung

$$V = (12)^2 (5) = 720$$

Sehingga diperoleh volume tabung adalah 720 cm^3 . Tentukan kesalahan yang dilakukan Budi.

9. **Tabung miring.** Pada gambar di bawah terdapat dua buah bangun sisi lengkung. Sebelah kiri merupakan tabung dengan jari-jari r dan tinggi t . Sebelah kanan merupakan bangun ruang sisi lengkung yang diperoleh dari tabung sebelah kiri dengan menggeser tutup ke sebelah kanan, selanjutnya disebut *dengan tabung miring*. Tabung miring tersebut memiliki jari-jari r dan tinggi t .



- Tentukan suatu metode untuk mendapatkan rumus dari volume tabung miring tersebut.
 - Apakah volume rumus tabung miring sama dengan volume tabung? Jelaskan analisismu.
10. **Kaleng susu.** Suatu perusahaan susu memiliki kotak susu ukuran $40 \text{ cm} \times 60 \text{ cm} \times 20 \text{ cm}$. Kapasitas maksimal kotak tersebut adalah 48 kaleng susu. Jari-jari kaleng susu adalah $r \text{ cm}$ dan tingginya $t \text{ cm}$. Perusahaan tersebut membuat peraturan:
- Nilai r dan t harus bilangan bulat.
 - Luas permukaan kaleng tersebut harus seminimal mungkin.
- Tentukan nilai r dan t .

B. Kerucut



Pertanyaan Penting

Tahukah kamu rumus untuk menghitung luas permukaan dan volume kerucut ?

Kerjakan beberapa Kegiatan 5.6 berikut agar kamu dapat mengetahui dan memahami jawaban pertanyaan diatas.

Kegiatan 5.6

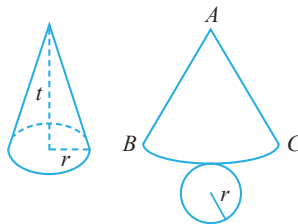
Membuat Jaring-jaring Kerucut

Siapkan beberapa alat berikut:

1. Topi berbentuk kerucut.
2. Alat tulis dan spidol merah.
3. Penggaris.
4. Gunting.
5. Kertas karton.

Langkah – langkah dalam Kegiatan 5.6:

1. Buat garis lurus vertikal dari titik puncak dengan menggunakan spidol merah.
2. Dengan menggunakan gunting, potong topi sesuai garis merah.
3. Dari Langkah 2, diperoleh bangun yang berbentuk juring.
4. Gambarlah/jiplak juring (yang diperoleh dari Langkah 3) pada kertas karton kemudian tandai titik puncak dengan huruf A , titik – titik ujung busurnya dengan titik B dan C .
5. Panjang busur $\widehat{BC}$ = keliling alas kerucut. Sehingga dapat diperoleh jari – jari kerucut, yaitu $r = \widehat{BC} / 2\pi$.
6. Gambarlah lingkaran dengan jari-jari yang diperoleh dari Langkah 5. Lingkaran tersebut menyinggung busur $\widehat{BC}$.
7. Gunting gambar yang diperoleh dari Langkah 6. Apakah dari gambar yang telah digunting kamu dapat membuat kerucut?

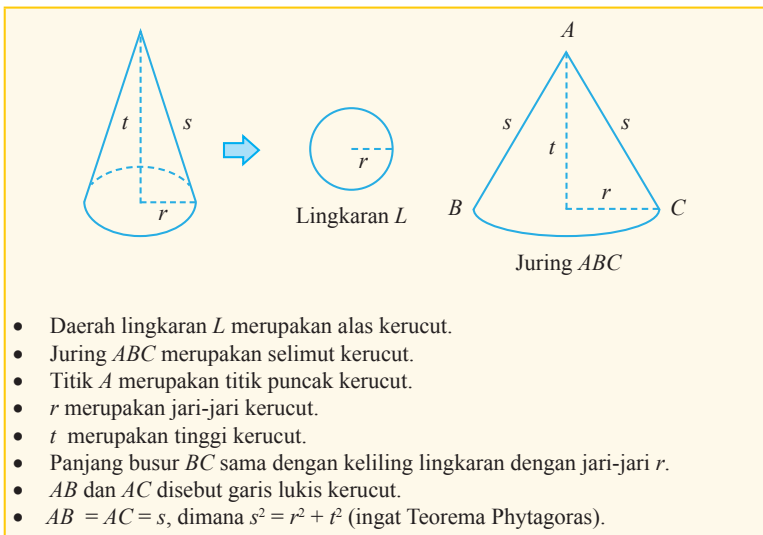


Gambar 5.3 Kerucut dan jaring-jaring kerucut



Ayo Kita Amati

Unsur-unsur dari kerucut.



Ayo Silakan Bertanya

Dari pengamatanmu terhadap unsur-unsur kerucut buatlah beberapa pertanyaan .

Contoh:

1. Apakah jari-jari kerucut selalu lebih pendek daripada tinggi kerucut?
2. Bagaimana bentuk selimut kerucut?



Diskusi

Kamu sudah mengetahui jaring-jaring kerucut melalui Kegiatan 5.6. Diskusikan pertanyaan berikut bersama teman sebangkumu.

1. Apakah untuk menghitung luas permukaan tabung dapat melalui menghitung luas jaring-jaring kerucut.
2. Bagaimana caranya menghitung luas jaring-jaring kerucut?

Sama seperti menghitung luas permukaan tabung, untuk menghitung luas permukaan kerucut dapat dilakukan dengan menghitung luas dari jaring-jaring kerucut. Jaring-jaring kerucut terdiri atas sebuah lingkaran dan sebuah juring (lihat Gambar 5.3). Maka luas permukaan kerucut adalah luas lingkaran L ditambah dengan luas juring ABC .

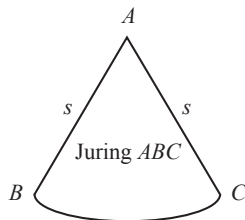
Kamu pasti sudah bisa menghitung luas lingkaran L karena jari-jarinya sudah diketahui, namun bagaimana menghitung luas juring ABC jika yang diketahui adalah panjang busur $\widehat{BC}$ dan panjang AB ? Kerjakan Kegiatan 5.7 untuk mendapatkan luas juring ABC pada jaring-jaring kerucut.

Kegiatan 5.7

Menentukan Luas Selimut Kerucut

Kerjakan kegiatan ini secara individu.

Perhatikan gambar di samping. Diketahui panjang $AB =$ panjang $AC = s$, serta panjang $\widehat{BC} = 2\pi r$. Ingat bahwa juring ABC merupakan bagian dari lingkaran dengan jari-jari s . Kita beri nama dengan lingkaran S .



- Ingatkah kamu mengenai perbandingan antara luas juring dengan luas lingkaran?

Jika diketahui $\angle BAC$ maka

$$\frac{\text{Luas Juring } ABC}{\text{Luas Lingkaran } S} = \frac{m\angle ABC}{\dots}$$

Namun sudut $\angle BAC$ tidak diketahui, maka diperlukan analisis lebih lanjut.

- Ingatkah kamu mengenai perbandingan antara panjang busur dengan keliling lingkaran?

$$\frac{\widehat{BC}}{\text{Keliling Lingkaran } S} = \frac{m\angle ABC}{\dots}$$

Namun diketahui $\widehat{BC} = 2\pi r$, sehingga

$$\frac{2\pi r}{\text{Keliling Lingkaran } S} = \frac{\angle BAC}{\square}$$

- Dari hasil (1) dan (2) diperoleh

$$\frac{\text{Luas Juring } ABC}{\text{Luas Lingkaran } S} = \frac{2\pi r}{\text{Keliling Lingkaran } S}$$

Sehingga,

$$\text{Luas Juring } ABC = \frac{2\pi r}{\text{Keliling Lingkaran } S} \times \text{Luas Lingkaran } S$$

Dengan mensubstitusi luas lingkaran $S = \pi s^2$ dan keliling lingkaran $S = 2\pi s$, diperoleh

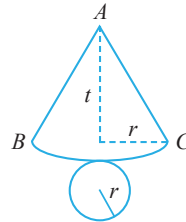
$$\begin{aligned}\text{Luas Juring ABC} &= \frac{2\pi r}{2\pi s} \times \pi s^2 \\ &= \dots\end{aligned}$$



**Ayo Kita
Simpulkan**

Gambar di samping merupakan jaring-jaring kerucut dengan jari-jari r dan tinggi t . Karena luas permukaan kerucut ekuivalen dengan luas jaring-jaring kerucut maka:

$$\begin{aligned}\text{Luas Permukaan Kerucut} &= \text{Luas Lingkaran L} + \text{Luas Juring ABC} \\ &= \dots + \dots \\ &= \dots\end{aligned}$$



Kegiatan 5.8

Menentukan Volume Kerucut Melalui Eksperimen

Kerjakan kegiatan ini secara kelompok.

Siapkan beberapa alat berikut:

1. Kertas karton
2. Gunting
3. Beras atau pasir
4. Double tape

Langkah-langkah dari Kegiatan 5.8 adalah sebagai berikut:

- a. Buatlah kerucut tanpa tutup dengan jari-jari dan tinggi sesuka kamu. Kemudian buatlah tabung tanpa tutup dengan jari-jari dan tinggi yang sama dengan jari-jari dan tinggi kerucut tersebut.
- b. Isi kerucut dengan beras atau pasir sampai penuh kemudian pindahkan semuanya ke tabung. Ulangi langkah ini sampai tabung terisi penuh.
- c. Berapa kali kamu mengisi tabung sampai penuh dengan menggunakan kerucut?
- d. Gunakan hasil d untuk menentukan hubungan antara volume tabung dan volume kerucut.



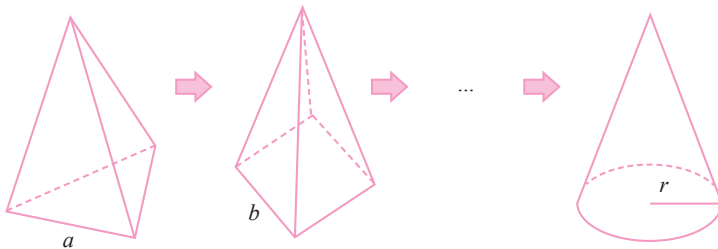
- e. Tentukan perbandingan volume kerucut dengan volume tabung.
- f. Dari jawaban butir e, dapat disimpulkan

$$\text{Volume kerucut} = \frac{\dots}{\dots} \text{ Volume tabung}$$

Kegiatan 5.9

Membandingkan Kerucut dengan Limas

Pada gambar di bawah ini terdapat limas segitiga, limas segiempat, dan kerucut dengan tinggi yang sama.



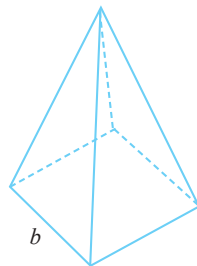
- a. Menurut kamu apakah kesamaan antara limas segitiga, limas segiempat dan kerucut?

- b. Tentukan rumus volume limas segiempat

Limas di samping memiliki alas segiempat dengan panjang sisi b serta tinggi t .

Volume limas = ...

= ...

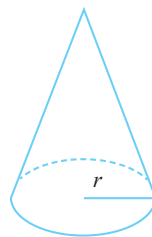


- c. Dari hasil (a) dan (b) kamu dapat menentukan rumus volume kerucut.
 Limas di samping memiliki alas lingkaran dengan jari-jari r serta tinggi t .

Volume limas = ...
 = ...



**Ayo Kita
Simpulkan**



- a. **Gunakan kalimatmu sendiri.** Bagaimana caramu menentukan volume kerucut?

- b. Dari Kegiatan 5.8 dan 5.9 diperoleh bahwa rumus volume kerucut dengan jari-jari dan tinggi t adalah

$$V = \dots$$

Contoh 5.6

Menghitung Luas Permukaan Kerucut

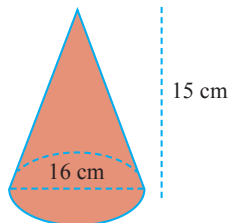
Hitung luas permukaan kerucut di samping.

Diameter kerucut adalah 16 cm, maka jari-jari kerucut adalah $r = 8$ cm, sedangkan tinggi kerucut adalah $t = 15$ cm. Panjang garis lukis adalah

Sehingga diperoleh

$$\begin{aligned} L &= \pi r(r + s) && \text{rumus luas permukaan tabung} \\ &= \pi(8)(8 + 17) && \text{substitusi nilai } r \text{ dan } t \\ &= 200\pi \end{aligned}$$

Jadi, luas permukaan kerucut adalah $200\pi \text{ cm}^2$.



Contoh 5.7

Menghitung Jari-jari Kerucut Jika Diketahui Luas

Hitung jari-jari kerucut di samping.

Panjang garis lukis adalah $s = 12$ m dan luas permukaan kerucut adalah $L = 90\pi \text{ m}^2$.

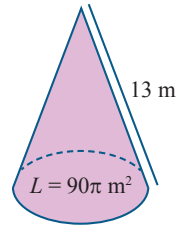
$$L = \pi r(r + s) \quad \text{rumus luas permukaan tabung}$$

$$90\pi = \pi r(r + 13) \quad \text{substitusi nilai } L \text{ dan } s$$

$$90 = r(r + 13) \quad \text{kedua ruas dibagi dengan } \pi$$

Perhatikan tabel di samping.

$$\begin{aligned} 90 &= 1 \times 90 = 5 \times 18 \\ &= 2 \times 45 = 6 \times 15 \\ &= 3 \times 30 = 9 \times 10 \end{aligned}$$



Diperoleh $r = 5$, sehingga jari-jari kerucut adalah 5 m.

Contoh 5.8

Menghitung Tinggi Kerucut Jika Diketahui Luas

Hitung tinggi kerucut di samping.

Jari-jari kerucut adalah $r = 12$ dm dan luasnya adalah

$$L = 300 \text{ dm}^2.$$

$$L = \pi r(r + s) \quad \text{rumus luas permukaan tabung}$$

$$300\pi = \pi(12)(12 + s) \quad \text{substitusi nilai } L \text{ dan } r$$

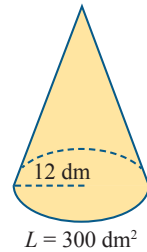
$$25 = (12 + s) \quad \text{kedua ruas dibagi dengan } 25\pi$$

$$13 = s$$

Kemudian berdasarkan teorema Pythagoras

$$t = \sqrt{s^2 - r^2} = \sqrt{13^2 - 12^2} = \sqrt{25} = 5$$

Diperoleh $t = 5$, sehingga tinggi kerucut adalah 5 dm.



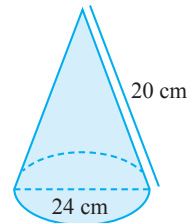
Contoh 5.9

Menghitung Tinggi Kerucut Jika Diketahui Luas

Hitung volume kerucut di samping.

Diameter kerucut adalah 24 cm, maka jari-jari kerucut adalah $r = 12$ cm. Sedangkan panjang garis lukis adalah $s = 20$ cm, maka

$$t = \sqrt{20^2 - 12^2} = \sqrt{400 - 144} = \sqrt{256} = 16$$



Sehingga volumenya adalah

$$\begin{aligned}
 V &= \frac{1}{3} \pi r^2 t && \text{rumus luas permukaan tabung} \\
 &= \frac{1}{3} \pi (12)^2 \times 16 && \text{substitusi nilai } r \text{ dan } t \\
 &= 768\pi
 \end{aligned}$$

Volume dari kerucut adalah $768\pi \text{ m}^3$.

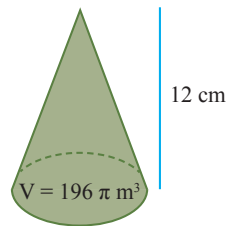
Contoh 5.10

Menghitung Jari-jari Kerucut Jika Diketahui Volume

Hitung jari-jari kerucut di samping.

Tinggi kerucut adalah $t = 12 \text{ m}$ dan volumenya adalah $V = 196\pi \text{ m}^3$.

$$\begin{aligned}
 V &= \frac{1}{3} \pi r^2 t && \text{rumus luas permukaan kerucut} \\
 196\pi &= \frac{1}{3} \pi r^2 \times 12 && \text{substitusi nilai } r \text{ dan } t \\
 196\pi &= 4\pi r^2 \\
 49 &= r^2 && \text{kedua ruas dibagi dengan } 4\pi \\
 7 &= r
 \end{aligned}$$



Jari-jari kerucut adalah 7 m.



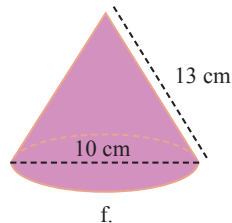
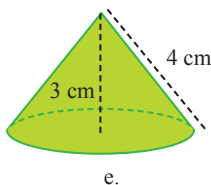
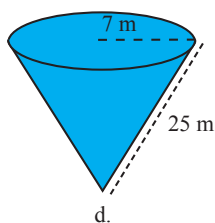
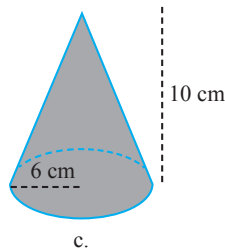
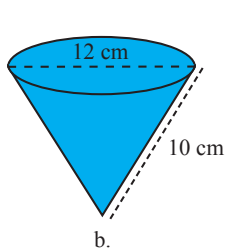
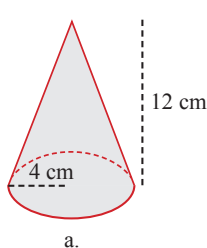
**Ayo Kita
Tinjau Ulang**

- Perhatikan kembali soal pada Contoh 5.6. Jika jari-jari dijadikan menjadi $\frac{1}{2}$ kali lipat dan tinggi dijadikan dua kali lipat, berapakah luas permukaan kerucut? Apakah luas permukaannya semakin besar?
- Perhatikan kembali soal pada Contoh 5.9,
 - Jika jari-jari dijadikan menjadi dua kali lipat dan tinggi dijadikan $\frac{1}{2}$ kali lipat, berapakah volume kerucut?
 - Jika jari-jari dijadikan menjadi $\frac{1}{2}$ kali lipat dan tinggi dijadikan dua kali lipat, berapakah volume kerucut?
 - Dari soal 2.a, 2.b apakah terjadi perubahan volume kerucut? Jelaskan analisismu.

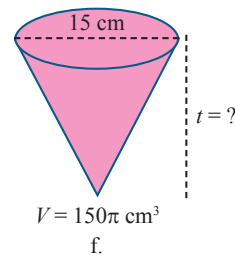
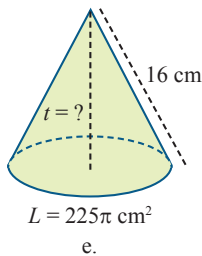
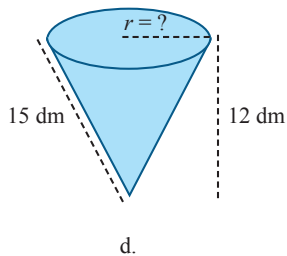
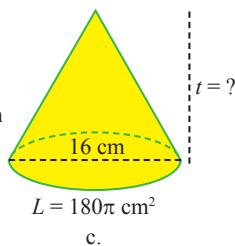
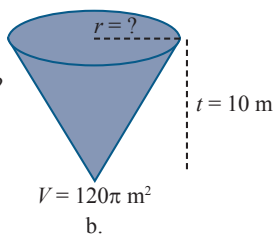
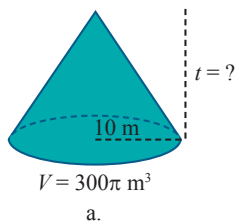
Latihan 5.2

Kerucut

1. Tentukan luas permukaan dan volume dari bangun tabung berikut:

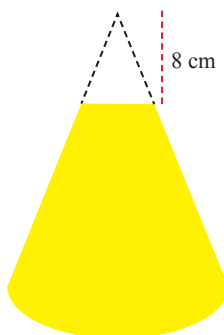


2. Tentukan panjang dari unsur kerucut yang ditanyakan.

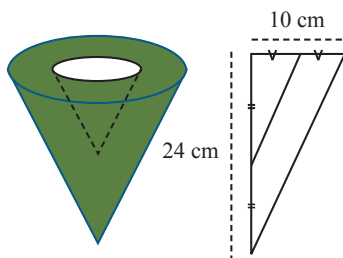


3. **Tumpeng.** Pada suatu hari Pak Budi melakukan syukuran rumah baru. Pak Budi memesan suatu tumpeng. Tumpeng tersebut memiliki diameter 36 cm dan tinggi 24 cm. Namun, diawal acara Pak Budi memotong bagian atas tumpeng tersebut secara mendatar setinggi 8 cm.

Berapakah luas permukaan dan volume dari tumpeng yang tersisa?

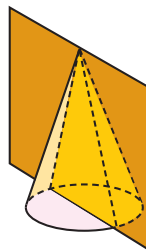


4. Suatu kerucut memiliki jari-jari 6 cm dan tinggi t cm. Jika luas permukaan kerucut adalah A cm² dan volume kerucut adalah A cm³ maka tentukan:
- Nilai dari t .
 - Nilai dari A .
5. Terdapat suatu bangun ruang yang diperoleh dari dua kerucut yang sepusat. Kerucut yang lebih besar memiliki jari-jari 10 cm dan tinggi 24 cm. Jari-jari kerucut kecil adalah $\frac{1}{2}$ jari kerucut besar, tinggi kerucut kecil adalah $\frac{1}{2}$ tinggi kerucut besar (lihat gambar di bawah)



- Tentukan: a. Luas permukaan.
b. Volume.

6. **Irisan Kerucut.** Misalkan terdapat suatu kerucut dengan jari-jari r cm dan panjang t cm. Kemudian kerucut tersebut dijadikan irisan kerucut dengan memotong kerucut tersebut menjadi dua bagian dari atas ke bawah (lihat gambar di samping). Tentukan rumus untuk menghitung luas irisan tabung tersebut.



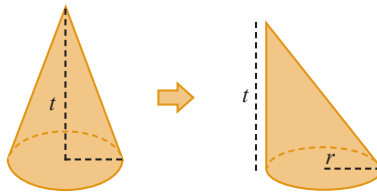
7. **Analisis Kesalahan.** Budi menghitung volume kerucut dengan diameter 10 cm dan tinggi 12 cm. Budi menghitung

$$V = \frac{1}{3} (12)^2 (10) = 480$$

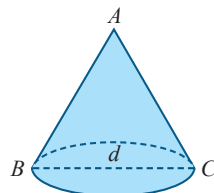
Sehingga diperoleh volume kerucut adalah 480 cm^3 . Tentukan kesalahan yang dilakukan Budi.

8. Dari kertas karton ukuran $1 \text{ m} \times 1 \text{ m}$ Lisa akan memuat jaring-jaring kerucut dengan jari-jari r cm dan tinggi t cm.
- Apakah Lisa bisa membuat jaring-jaring tersebut jika $r = 40$ cm dan $t = 30$ cm? Kemukakan alasanmu.
 - Apakah Lisa bisa membuat jaring-jaring tersebut jika $r = 30$ cm dan $t = 40$ cm? Kemukakan alasanmu.

9. **Kerucut miring.** Padagambar di bawahterdapat dua buah bangun sisi lengkung. Sebelah kiri merupakan kerucut dengan jari-jari r dan tinggi t . Sebelah kanan merupakan bangun ruang sisi lengkung yang diperoleh dari kerucut sebelah kiri dengan menggeser alasnya ke sebelah kanan, selanjutnya disebut dengan **kerucut miring**. Kerucut miring tersebut memiliki jari-jari r dan tinggi t .



- Tentukan suatu metode untuk mendapatkan rumus dari volume kerucut miring tersebut.
 - Apakah volume rumus kerucut miring sama dengan volume kerucut? Jelaskan analisismu.
10. Perhatikan kerucut di samping. Jika segitiga ABC merupakan segitiga sama sisi dengan panjang sisi d cm. Tentukan luas permukaan dan volume kerucut.



C. Bola



Pertanyaan Penting

Tahukah kamu rumus menghitung luas permukaan dan volume bola?

Kerjakan beberapa kegiatan berikut agar kamu dapat mengetahui dan memahami jawaban pertanyaan di atas.

Kegiatan 5.10

Menentukan Luas Bola Melalui Eksperimen

Kerjakan kegiatan ini secara kelompok sebanyak 3 sampai 5 siswa. Benda atau alat yang perlu disiapkan:

1. Bola plastik ukuran kecil sebanyak tiga
2. Gunting
3. Benang
4. Pensil dan penggaris
5. Kertas karton
6. Lem

Langkah-langkah dari kegiatan ini adalah

1. Ambil salah satu bola. Dengan menggunakan penggaris, hitunglah keliling bola yang kamu siapkan. Dari keliling, dapat diperoleh jari-jari bola.
2. Buatlah beberapa lingkaran di karton dengan jari-jari yang kamu peroleh dari Langkah 1.
3. Guntinglah semua lingkaran yang sudah dibuat.
4. Guntinglah bola yang sudah disiapkan dan jadikan menjadi potongan kecil-kecil.
5. Ambil salah satu lingkaran dan tempelkan dengan menggunakan lem potongan-potongan bola pada lingkaran. (usahakan potongan-potongan bola tidak saling tindih). Jika sudah penuh, ambil lingkaran yang lain dan tempelkan potongan-potongan bola pada lingkaran kedua. Ulangi terus sampai potongan-potongan bola sudah habis.
6. Dari Langkah 5, dapat disimpulkan bahwa luas permukaan bola sama dengan ... kali luas lingkaran dengan jari-jari yang sama.
7. Untuk lebih meyakinkan, ulangi Langkah 1 sampai dengan Langkah 6 dengan menggunakan bola kedua dan ketiga.

Kegiatan 5.11**Mendapatkan Rumus Luas Permukaan Bola****Diskusi**

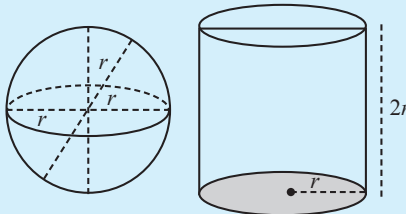
Diskusikan dengan teman sebangkumu beberapa pertanyaan berikut:

- Apakah bola memiliki jaring-jaring?
- Bagaimana cara menentukan luas permukaan bola?

Kemudian baca dan pahami informasi di bawah ini.

Tahukah Kamu?

Dalam karyanya yang berjudul “*On Spheres and Cylinder*”, Archimedes menyatakan bahwa “Sebarang tabung yang memiliki jari-jari yang sama dengan jari-jari bola dan tingginya sama dengan diameter bola, maka luas permukaan tabung sama dengan $3/2$ kali luas permukaan bola.”



Dengan kata lain, perbandingan luas permukaan bola yang memiliki jari-jari r dengan luas permukaan tabung yang memiliki jari-jari r dan tinggi $2r$ adalah $2 : 3$.

Selanjutnya jawab pertanyaan di bawah ini:

- Bagaimana cara menentukan luas permukaan bola berdasarkan informasi di atas?

Pada kegiatan ini kamu akan mendapatkan rumus menghitung luas bola dengan menggunakan perbandingan dengan luas tabung.

Terdapat dua bangun:

- Tabung dengan jari-jari r dan tinggi $2r$.
- Bola dengan jari-jari r .

Sekarang ikuti langkah-langkah berikut.

- Hitung luas tabung. Kamu pasti masih ingat rumus untuk menghitung luas tabung. Tuliskan hasilnya di bawah ini.

$$L_{\text{tabung}} = \dots$$

2. Selanjutnya berdasarkan pernyataan Archimedes, kamu bisa mendapatkan rumus untuk menghitung luas bola.

$$\begin{aligned} L_{\text{bola}} &= \frac{2}{3} \times L_{\text{tabung}} \\ &= \dots \\ &= \dots \end{aligned}$$

Kegiatan 5.12

Menentukan Volume Bola Melalui Eksperimen

Kerjakan kegiatan ini secara kelompok. Siapkan bola plastik, alat tulis, penggaris, kertas karton dan pasir.

- Hitung jari-jari bola plastik dengan penggaris.
- Buatlah dua tabung terbuka dari kertas karton yang telah disiapkan. Jari-jari tabung terbuka sama dengan jari-jari bola plastik, sedangkan tinggi tabung terbuka sama dengan diameter bola plastik.
- Lubangi bola plastik dengan menggunakan cutter.
- Isi bola plastik yang sudah berlubang dengan pasir sampai penuh.
- Kemudian pindahkan semua pasir pada bola ke tabung terbuka. Ulangi langkah ini sampai kedua tabung terisi penuh.
- Berapa kali kamu mengisi dua tabung sampai penuh dengan menggunakan bola?
- Gunakan hasil (f) untuk menentukan perbandingan volume bola dengan volume tabung.



Kegiatan 5.13

Mendapatkan Rumus Volume Bola

Kerjakan kegiatan ini secara individual. Tabung pada Kegiatan 5.12 memiliki jari-jari r dan tinggi $2r$. Hitung volume dari tabung tersebut dan gunakan hasil dari Kegiatan 3 untuk menentukan rumus menghitung volume bola.

$$\begin{aligned} V_{\text{bola}} &= \dots V_{\text{tabung}} \\ &= \dots \\ &= \dots \end{aligned}$$

Contoh 5.11**Menghitung Luas Permukaan Bola**

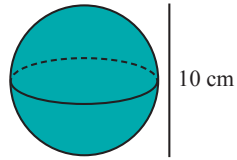
Hitung luas bola di samping.

Alternatif Penyelesaian:

Diameter bola di samping adalah 10 cm, maka jari-jarinya adalah $r = 5$ cm.

$$\begin{aligned} L &= 4\pi r^2 && \text{rumus luas permukaan bola} \\ &= 4\pi(5)^2 && \text{substitusi nilai } r \\ &= 100\pi \end{aligned}$$

Jadi, luas bola adalah 100π cm².

**Contoh 5.12****Menghitung Jari-jari Bola Jika Diketahui Luas**

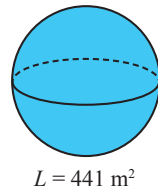
Hitung jari-jari bola di samping.

Alternatif Penyelesaian:

Luas permukaan bola di samping adalah $L = 441$ m².

$$\begin{aligned} L &= 4\pi r^2 && \text{rumus luas permukaan bola} \\ 441\pi &= 4\pi r^2 && \text{substitusi nilai } L \\ 441 &= 4r^2 && \text{kedua ruas dibagi dengan } \pi \\ 21 &= 2r \end{aligned}$$

Jadi, jari-jari bola adalah 10,5 cm.

**Contoh 5.13****Menghitung Volume Bola**

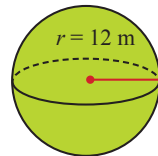
Hitung volume bola di samping.

Alternatif Penyelesaian:

Jari-jari bola di samping adalah $r = 12$ m.

$$\begin{aligned} V &= \frac{4}{3} \pi r^3 && \text{rumus volume bola} \\ &= \frac{4}{3} \pi(12)^3 && \text{substitusi nilai } r \\ &= \frac{4}{3} \pi(1.728) \\ &= 2.304\pi \end{aligned}$$

Luas bola adalah 2.304π m³.



Contoh 5.14**Menghitung Jari-jari Bola Jika Diketahui Volume**

Hitung jari-jari bola di samping.

Alternatif Penyelesaian:

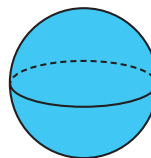
Volume bola di samping adalah $V = 288 \text{ m}^3$

$$V = \frac{4}{3} \pi r^3 \quad \text{rumus volume bola}$$

$$288\pi = \frac{4}{3} \pi r^3 \quad \text{substitusi nilai } V$$

$$\begin{aligned} 216 &= r^3 & \text{kedua ruas dikali dengan } \frac{3}{4\pi} \\ 6 &= r \end{aligned}$$

Jari-jari bola adalah 6 m.



$$L = 288 \text{ m}^3$$

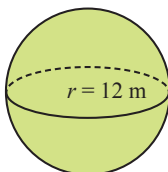


**Ayo Kita
Tinjau Ulang**

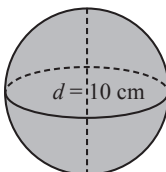
1. Perhatikan kembali soal pada Contoh 5.11. Jika jari-jari diubah menjadi 2 kali lipatnya, berapa kali lipat luasnya? Secara umum, jika jari-jari diubah menjadi a kali lipatnya ($a > 0$), berapa kali lipat luasnya?
2. Perhatikan kembali soal pada Contoh 5.12. Jika luasnya diubah menjadi 2 kali lipatnya, berapa kali lipat jari-jarinya? Secara umum, jika luasnya diubah menjadi a kali lipatnya ($a > 0$), berapa kali lipat jari-jarinya?
3. Perhatikan kembali soal pada Contoh 5.13. Jika jari-jari diubah menjadi 2 kali lipatnya, berapa kali lipat volumenya? Secara umum, jika jari-jari diubah menjadi a kali lipatnya ($a > 0$), berapa kali lipat volumenya?
4. Perhatikan kembali soal pada Contoh 5.14. Jika volumenya diubah menjadi 2 kali lipatnya, berapa kali lipat jari-jarinya? Secara umum, jika volumenya diubah menjadi a kali lipatnya ($a > 0$), berapa kali lipat jari-jarinya?

Latihan 5.3**Bola**

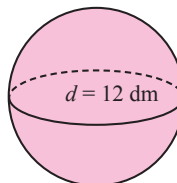
1. Tentukan luas permukaan dan volume bangun bola berikut:



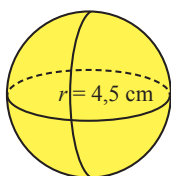
a.



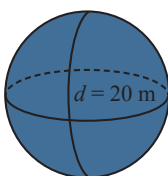
b.



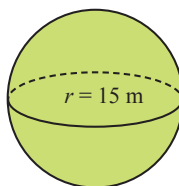
c.



d.

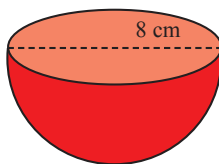


e.

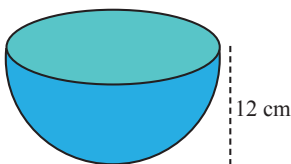


f.

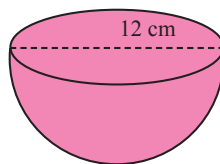
2. Berapakah luas permukaan bangun setengah bola tertutup berikut:



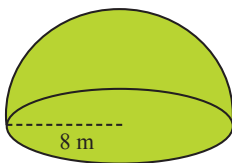
a.



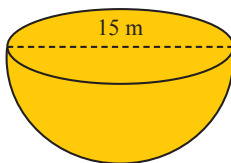
b.



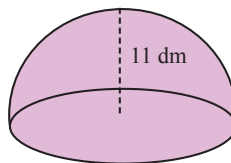
c.



d.



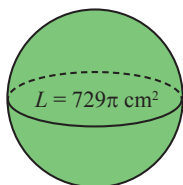
e.



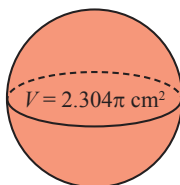
f.

3. Dari soal-soal nomor 2 tentukan rumus untuk menghitung luas permukaan setengah bola tertutup.

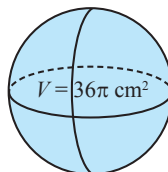
4. Tentukan jari-jari dari bola dan setengah bola tertutup berikut:



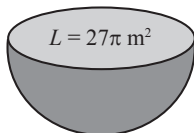
a.



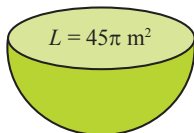
b.



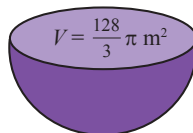
c.



d.



e.

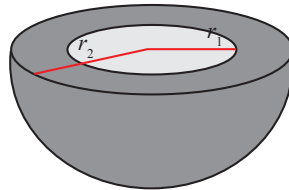


f.

5. **Berpikir kritis.** Terdapat suatu bola dengan jari-jari r cm. Jika luas permukaan bola tersebut adalah A cm² dan volume bola tersebut adalah A cm³, tentukan:

- Nilai r
- Nilai A

6. Bangun di samping dibentuk dari dua setengah bola yang sepusat. Setengah bola yang lebih kecil memiliki jari-jari $r_1 = 4$ cm sedangkan yang lebih besar memiliki jari-jari $r_2 = 8$ cm.



Tentukan:

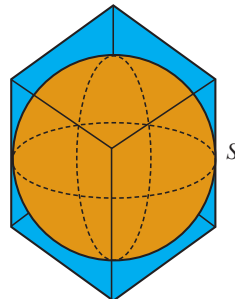
- Luas permukaan bangun tersebut
- Volume bangun tersebut.

7. **Analisis kesalahan.** Lia menghitung luas permukaan bola dengan cara membagi volume bola dengan jari-jari bola tersebut ($L = \frac{V}{r}$). Tentukan kesalahan yang dilakukan oleh Lia.

8. **Bola di dalam kubus.** Terdapat suatu kubus dengan panjang sisi s cm. Dalam kubus tersebut terdapat bola dengan kondisi semua sisi kubus menyentuh bola (lihat gambar di samping).

- Tentukan luas permukaan bola tersebut
- Tentukan volume bola tersebut.

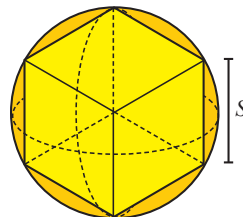
Petunjuk: tentukan jari-jari bola terlebih dahulu.



9. **Kubus di dalam bola.** Terdapat suatu kubus dengan panjang sisi s cm. Kubus tersebut berada di dalam bola dengan kondisi semua titik sudut kubus menyentuh bola.

- Tentukan luas permukaan bola tersebut
- Tentukan volume bola tersebut

Petunjuk: tentukan jari-jari bola terlebih dahulu.



10. **Timbangan dan kelereng.** Andi punya dua macam kelereng. Kelereng tipe I berjari-jari 2 cm sedangkan tipe II berjari-jari 4 cm. Andi melakukan eksperimen dengan menggunakan timbangan. Timbangan sisi kiri diisi dengan kelereng tipe I sedangkan sisi kanan diisi dengan kelereng tipe 2. Tentukan perbandingan banyaknya kelereng pada sisi kiri dengan banyaknya kelereng pada sisi kanan agar timbangan tersebut seimbang.



Proyek 5

Kerjakan secara kelompok beranggotakan 5 siswa.

- Tiap-tiap siswa membawa botol (bisa botol minuman, kecap, dan lain-lain).
- Isi tiap-tiap botol dengan air dan hitung volumenya.
- Hitung volume tiap-tiap botol (kamu bisa menghitung jari-jari dan tinggi terlebih dahulu).
- Bandingkan hasil (b) dengan (a) dan isi tabel dibawah ini.

	Volume Asli (V_a)	Volume Hitungan (V_h)	Selisih $ V_a - V_h $	Persentase*
Botol 1				
Botol 2				
Botol 3				
Botol 4				
Botol 5				

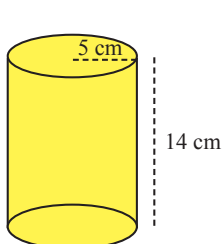
- Presentasikan hasilnya didepan kelas.

Keterangan: $\text{Persentase} = \frac{\text{Selisih}}{V_a} \times 100\%$

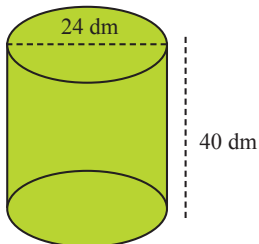
Catatan:

- Ubah semua satuan menjadi 'cm'.
- 1 Liter = 1.000 cm³

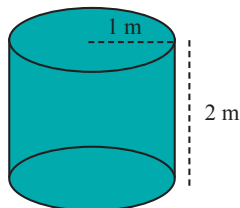
Untuk Soal 1 - 2 perhatikan gambar-gambar di bawah ini.



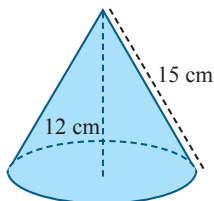
a.



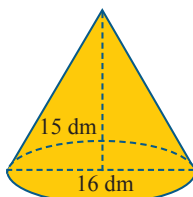
b.



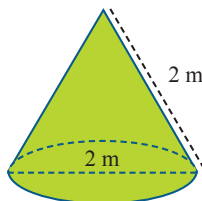
c.



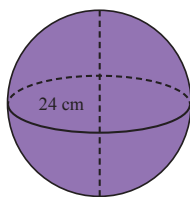
d.



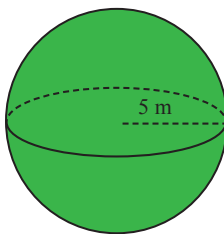
e.



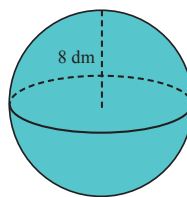
f.



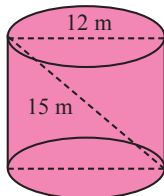
g.



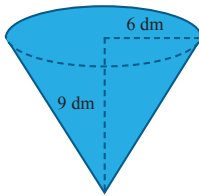
h.



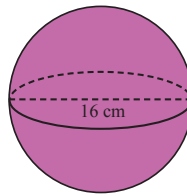
i.



j.



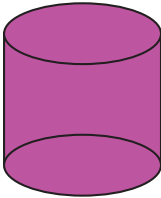
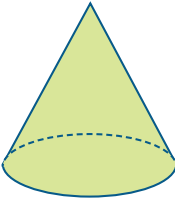
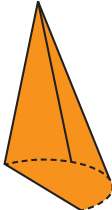
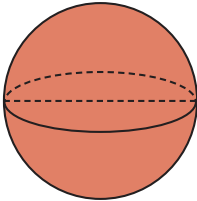
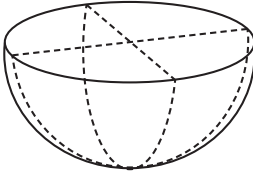
k.



l.

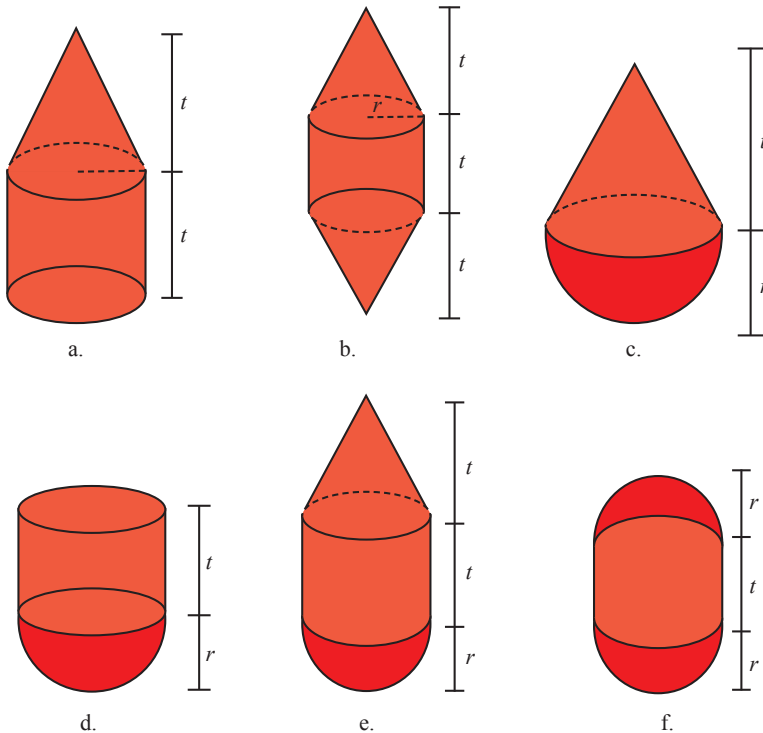
1. Tentukan luas permukaan tiap-tiap bangun.
2. Tentukan volume tiap-tiap bangun.

Untuk Soal 3 - 6 perhatikan tabel dibawah ini.

Tabung	Setengah Tabung
 Luas Permukaan = $2\pi r(r + t)$ Volume = $\pi r^2 t$	 Luas Permukaan = ...? Volume = ...?
Kerucut	Setengah Kerucut
 Luas Permukaan = $2\pi r(r + t)$ Volume = $\pi r^2 t$	 Luas Permukaan = ...? Volume = ...?
Bola	Setengah Bola
 Luas Permukaan = $2\pi r(r + t)$ Volume = $\pi r^2 t$	 Luas Permukaan = ...? Volume = ...?

3. Tentukan rumus luas permukaan bangun-bangun pada tabel di atas.
4. Dari jawaban Soal nomor 3 bandingkan dengan rumus bangun-bangun pada sebelah kiri.
 - a. Apakah luas permukaan bangun sebelah kanan **selalu sama dengan setengah kali** luas permukaan bangun sebelah kiri ?
 - b. Kesimpulan apa yang dapat kamu peroleh dari jawaban 4a?
5. Tentukan rumus volume bangun-bangun pada tabel di atas.
6. Kemudian bandingkan jawabanmu dengan rumus bangun-bangun pada sebelah kiri.
 - a. Apakah volume bangun sebelah kanan **selalu sama dengan setengah kali** volume bangun sebelah kiri?
 - b. Kesimpulan apa yang dapat kamu peroleh dari jawaban 6a?

Untuk Soal nomor 7 perhatikan bangun-bangun di bawah ini.



7. Tentukan luas permukaan dan volume tiap-tiap bangun.

Untuk Soal nomor 8-11 perhatikan kalimat di bawah ini.

Bernalar. Suatu perusahaan coklat memproduksi tiga macam coklat yang berbentuk tabung, kerucut dan bola. Misalkan jari-jarinya adalah r dan tinggi t . Perusahaan tersebut menginginkan kertas pembungkus coklat tersebut memiliki luas yang sama satu dengan yang lainnya. Misalkan

T = Luas kertas pembungkus coklat bentuk tabung.

K = Luas kertas pembungkus coklat bentuk kerucut.

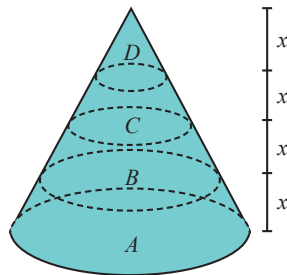
B = Luas kertas pembungkus coklat bentuk bola.

8. Apakah mungkin $T = K$? Jika ya, tentukan perbandingan $r : t$.
 9. Apakah mungkin $T = B$? Jika ya, tentukan perbandingan $r : t$.
 10. Apakah mungkin $K = B$? Jika ya, tentukan perbandingan $r : t$.
 11. Apakah mungkin $T = K = B$. Kemukakan alasanmu.

12. Gambar di samping merupakan cokelat berbentuk kerucut yang dibagi menjadi empat bagian, A , B , C dan D . Tinggi tiap-tiap bagian adalah x .

- Tentukan perbandingan luas permukaan A dengan luas permukaan B .
- Tentukan perbandingan luas permukaan B dengan luas permukaan C .
- Tentukan perbandingan luas permukaan C dengan luas permukaan D .

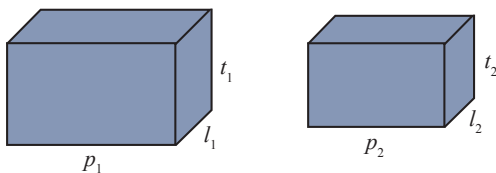
(Catatan: Gunakan prinsip kesebangunan.)



13. Perhatikan kembali gambar pada Soal nomor 12.
- Tentukan perbandingan volume A dengan volume B .
 - Tentukan perbandingan volume B dengan volume C .
 - Tentukan perbandingan volume C dengan volume D .

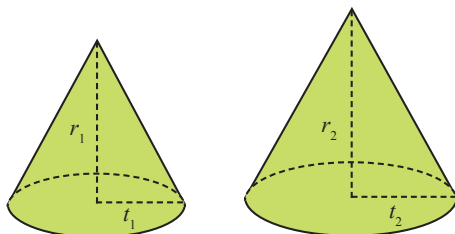
Kesebangunan bangun ruang. Dua bangun ruang dikatakan sebangun jika perbandingan panjang setiap parameternya adalah sama. Sebagai contoh, dua balok di bawah adalah sebangun jika memenuhi

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{l_1}{l_2} = \frac{t_1}{t_2}$$



Dua kerucut dikatakan sebangun jika perbandingan jari-jari sama dengan perbandingan tinggi. Begitu juga dengan dua tabung.

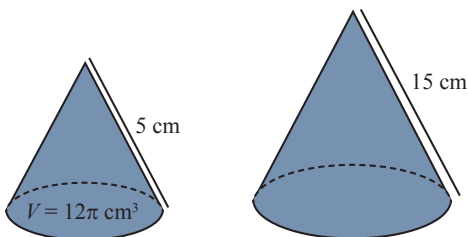
$$\frac{r}{r_2} = \frac{t_1}{t_2}$$



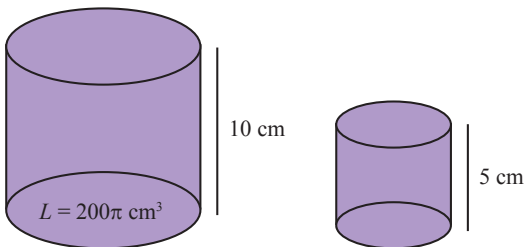
Karena bola hanya mempunyai satu parameter, yakni jari-jari, **setiap dua bola adalah sebangun.**

14. Untuk tiap pasangan bangun ruang yang sebangun, hitung volumeyang belum diketahui

a.



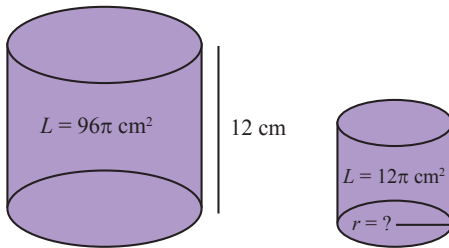
b.



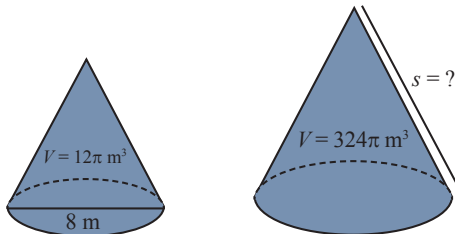
- c. Dari jawaban 14a dan 14b, kesimpulan apa yang dapat diperoleh?

15. Untuk tiap pasangan bangun ruang yang sebangun, hitung panjang yang ditanyakan

a.



b.

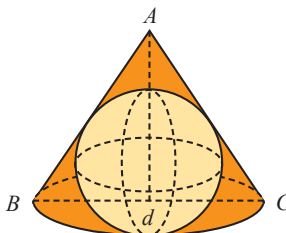


- c. Dari jawaban 15a dan 15b, kesimpulan apa yang dapat diperoleh?

16. **Bola di dalam kerucut.**

Gambar di samping merupakan suatu kerucut dengan $AB = AC = BC = d$. Dalam kerucut tersebut terdapat suatu bola yang menyinggung selimut dan alas kerucut. Tentukan volume bola tersebut.

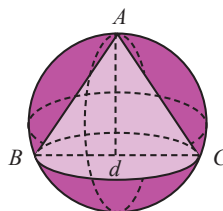
Petunjuk: tentukan jari-jari bola terlebih dahulu.



17. **Kerucut di dalam bola.**

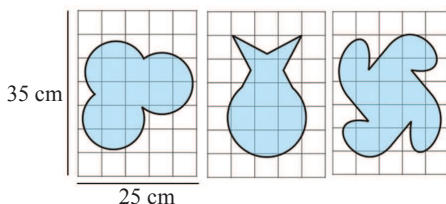
Gambar di samping merupakan suatu kerucut dengan $AB = AC = BC = d$. Kerucut tersebut di dalam bola. Titik puncak dan alas kerucut tersebut menyentuh bola. Tentukan volume bola tersebut.

Petunjuk: tentukan jari-jari bola terlebih dahulu.



18. Budi mengecat tong sebanyak 14 buah. Tong tersebut berbentuk tabung terbuka dengan jari-jari 50 cm dan tinggi 1 m. Satu kaleng cat yang digunakan hanya cukup mengecat seluas 1 m^2 . Tentukan berapa banyak kaleng cat yang dibutuhkan untuk mengecat semua tong. Gunakan $\pi = \frac{22}{7}$.

19. Gambar di bawah ini merupakan 3 macam desain kolam renang. Skala yang digunakan adalah 1 : 200.



- Perkiraan/taksir luas bangun pada tiap-tiap desain. Nyatakan jawabanmu dalam satuan cm^2 .
 - Jika ketinggian kolam renang adalah 2 m, maka tentukan volume tiap-tiap desain kolam renang. Nyatakan jawabanmu dalam satuan m^3 .
20. **Globe.** Globe merupakan tiruan bumi yang berbentuk bola. Terdapat suatu globe dengan diameter 30 cm. Jika skala pada globe tersebut adalah 1 : 20.000.000, tentukan luas permukaan bumi. Gunakan $\pi = 3,14$ dan nyatakan jawabanmu dalam satuan km^2 .



Bab VI

Statistika



Kata Kunci

- Diagram garis, batang, dan lingkaran
- Mean, Median, Modus



Kompetensi Dasar

- 1.1. Menghargai dan menghayati ajaran agama yang dianutnya.
- 1.2. Memiliki rasa ingin tahu, percaya diri dan ketertarikan pada matematika serta memiliki rasa percaya pada daya dan kegunaan matematika, yang terbentuk melalui pengalaman belajar.
- 3.10. Menerapkan pola dan generalisasi untuk membuat prediksi.
- 3.11. Menentukan nilai rata-rata, median, dan modus dari berbagai jenis data.
- 3.12. Memilih teknik penyajian data dua variabel dan mengevaluasi keefektifannya, serta menentukan hubungan antar variabel berdasarkan data untuk mengambil kesimpulan.
- 4.6. Mengumpulkan, mengolah, menginterpretasi, dan menampilkan data hasil pengamatan dalam bentuk tabel dan berbagai grafik serta mengidentifikasi hubungan antar variabel serta mengambil kesimpulan.



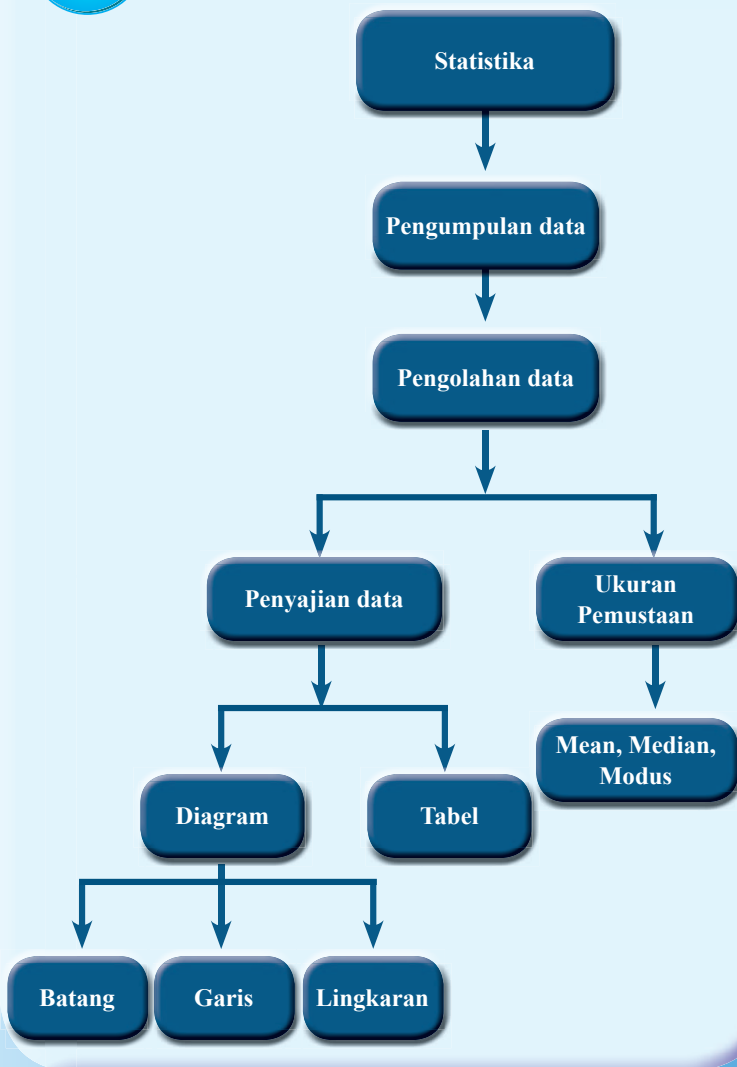
Pengalaman Belajar

1. Menentukan dengan tepat dalam menyajikan data dengan diagram garis, batang atau lingkaran.
2. Mengambil kesimpulan dari suatu data.
3. Menentukan nilai mean, median dan modus dari hasil survei, tabel, dan diagram.



Sumber: Dokumen Kemdikbud

Informasi merupakan kebutuhan mendasar dalam kehidupan. Tabel keberangkatan kereta api, pesawat terbang, kapal laut, busway merupakan contoh informasi yang sangat bermanfaat dalam merencanakan kegiatan dalam kehidupan sehari-hari. Untuk membuat tabel keberangkatan diperlukan data sebagai dasar pembuatan.





Sumber: www.edulens.org

Karl Friedrich Gauss

Karl Friedrich Gauss lahir di Brunswick, Jerman pada tahun 1777 dan meninggal pada Februari 1855. Dari 1795-1798, Gauss belajar Matematika di Universitas Gottingen. Gauss adalah seorang ahli matematika Jerman, yang memberikan kontribusi signifikan terhadap berbagai bidang, diantaranya teori bilangan, aljabar, statistik, analisis, geometri diferensial, geodesi, geofisika, elektrostatis, astronomi, dan optik.

Gauss memiliki pengaruh yang luar biasa di berbagai bidang. Seringkali, ia disebut sebagai "*Prince of Mathematics*." Ketika ia berusia 3 tahun, ia mengoreksi kesalahan di salah satu perhitungan gaji ayahnya. Pada usia 10 tahun, ketika gurunya memberikan tugas dikelas untuk menjumlahkan

semua bilangan bulat dari 1 sampai 100, Gauss segera menuliskan 5.050 sebagai jawabannya. Dia telah menemukan bahwa angka-angka dapat berpasangan sebagai $(100 + 1)$, $(99 + 2)$, dan lain-lainnya. Bentuk penjumlahan ini selanjutnya dikenal sebagai deret aritmetika. Gauss juga memberi kontribusi yang sangat penting untuk teori bilangan pada bukunya *Disquisitiones Arithmeticae*. Dalam bidang statistika Gauss menemukan distribusi Gauss.

Sumber: www.edulens.org

Berdasarkan uraian di atas dapat kita ambil beberapa hikmah, antara lain:

1. Gauss adalah orang yang mempunyai rasa ingin tahu yang sangat tinggi. Sejak kecil Gauss memiliki minat yang besar pada perhitungan, hal ini terlihat dari kemampuannya dalam mengoreksi kesalahan gaji ayahnya dan menghitung bilangan bulat dari 1 sampai 100 secara tepat dan akurat.
2. Tidak mudah puas terhadap sesuatu yang sudah didapatkan, sehingga Gauss terus mengembangkan kemampuannya pada berbagai bidang sehingga berhasil menguasai berbagai bidang keilmuan.
3. Terus melakukan inovasi untuk menemukan sesuatu yang baru, sehingga ia berhasil menemukan distribusi Gauss yang sangat berguna pada bidang statistika modern.

A. Penyajian Data



Pertanyaan Penting

Bagaimana kamu dapat menyajikan data secara efektif? Apakah kamu dapat menganalisa bentuk sajian data serta membuat suatu kesimpulan terkait data tersebut? Untuk menjawab pertanyaan tersebut, lakukan beberapa kegiatan di bawah ini.

Kegiatan 6.1

Penyajian Data Dalam Beberapa Jenis Diagram

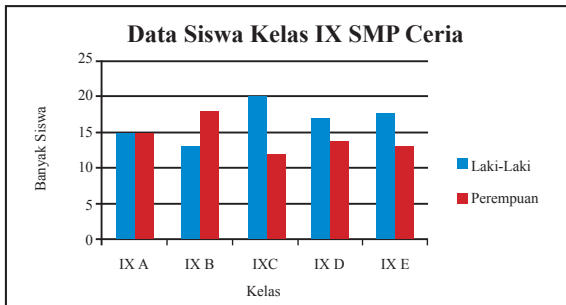


Ayo Kita Amati

Tabel berikut menunjukkan data banyak siswa laki-laki dan perempuan pada tiap-tiap kelas IX SMP Ceria.

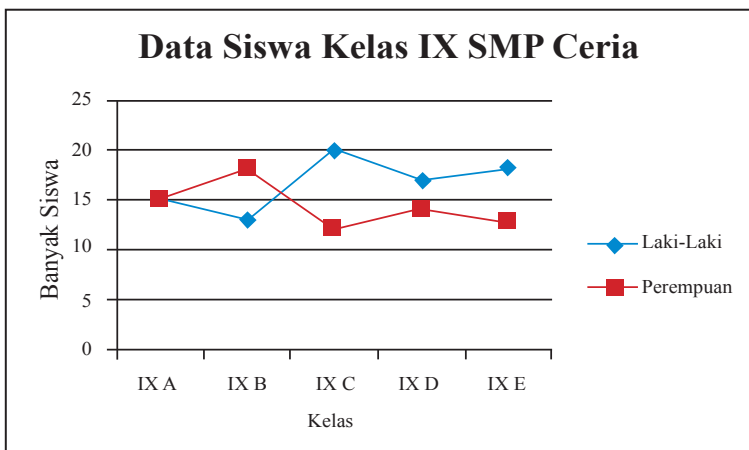
Kelas	Banyak Siswa	
	Laki-laki	Perempuan
IX A	15	15
IX B	13	18
IX C	20	12
IX D	17	14
IX E	18	13

Selanjutnya, data yang terdapat pada tabel di atas akan ditampilkan dalam beberapa bentuk diagram, yaitu diagram batang, diagram garis, dan diagram lingkaran. Perhatikan diagram hasil pengolahan data banyak siswa di bawah ini.



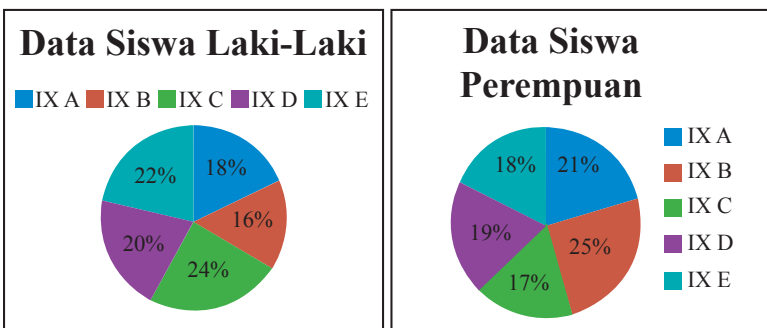
Sumber: Dokumen Kemdikbud

Gambar 6.1 Sajian Data Banyak Siswa Kelas IX SMP Ceria dalam Bentuk Diagram Batang



Sumber: Dokumen Kemdikbud

Gambar 6.2 Sajian Data Banyak Siswa Kelas IX SMP Ceria dalam Bentuk Diagram Garis



Sumber: Dokumen Kemdikbud

Gambar 6.3 Sajian Data Banyak Siswa Kelas IX SMP Ceria dalam Bentuk Diagram Lingkaran



Ayo Kita Menalar

1. Dari data yang terdapat di atas, kelas manakah yang memiliki jumlah siswa laki-laki terbanyak? Kelas mana yang memiliki jumlah siswa perempuan terbanyak?
2. Menurutmu, diagram manakah yang paling efektif untuk menyajikan data banyak siswa laki-laki dan perempuan pada tiap-tiap kelas IX SMP Ceria? Jelaskan jawabanmu.

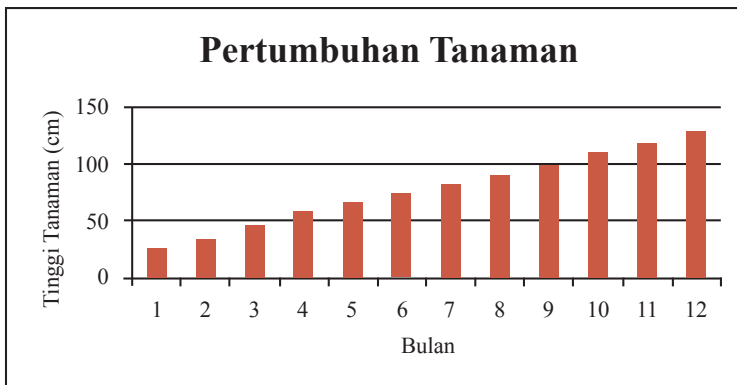


Ayo Kita Amati

Setelah kamu mengamati data jumlah siswa kelas IX SMP Ceria di atas, sekarang coba kamu amati tabel data pertumbuhan tanaman dalam kurun waktu 12 bulan di bawah ini.

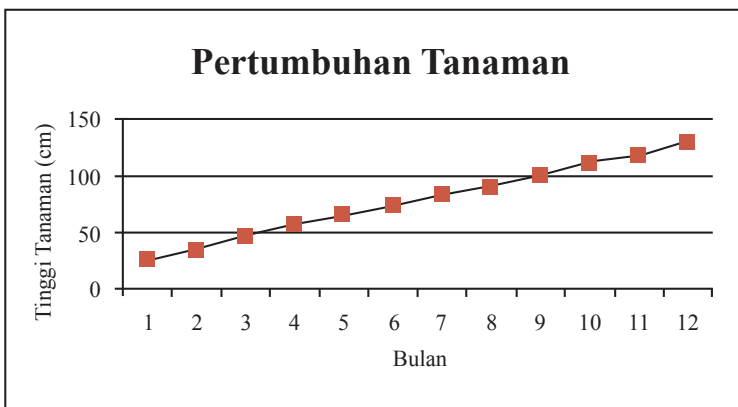
Bulan ke-	Tinggi Tanaman (dalam cm)
1	25
2	34
3	46
4	57
5	65
6	73
7	82
8	90
9	99
10	110
11	117
12	128

Selanjutnya, data yang terdapat pada tabel di atas akan ditampilkan dalam beberapa bentuk diagram, yaitu diagram batang, diagram garis, dan diagram lingkaran. Perhatikan diagram hasil pengolahan data pertumbuhan tanaman di bawah ini.



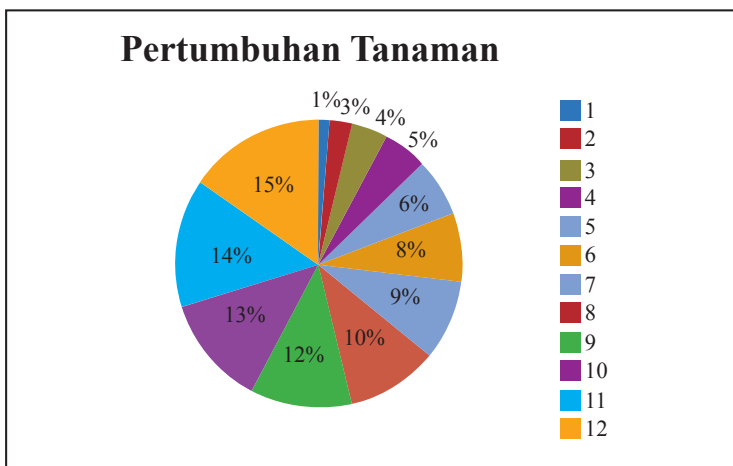
Sumber: Dokumen Kemdikbud

Gambar 6.4 Sajian Data Pertumbuhan Tanaman dalam Bentuk Diagram Batang



Sumber: Dokumen Kemdikbud

Gambar 6.5 Sajian Data Pertumbuhan Tanaman dalam Bentuk Diagram Garis



Sumber: Dokumen Kemdikbud

Gambar 6.6 Sajian Data Pertumbuhan Tanaman dalam Bentuk Diagram Lingkaran



**Ayo Kita
Menalar**

Menurutmu, diagram manakah yang paling efektif untuk menyajikan data pertumbuhan tanaman dalam kurun waktu 12 bulan? Jelaskan alasanmu.

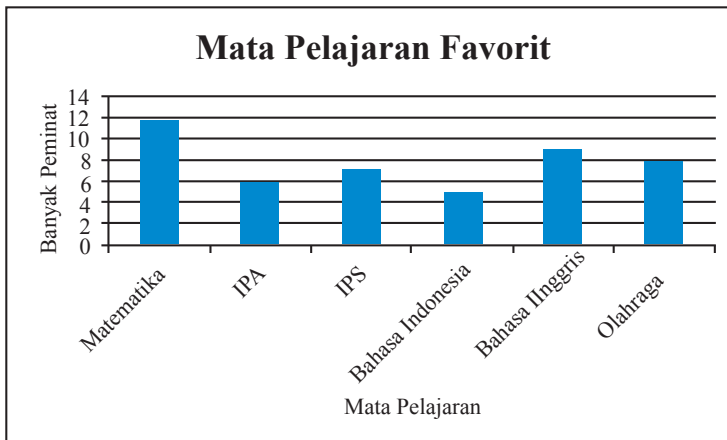


Ayo Kita Amati

Coba kamu amati tabel mata pelajaran favorit siswa kelas IX B SMP Ceria di bawah ini.

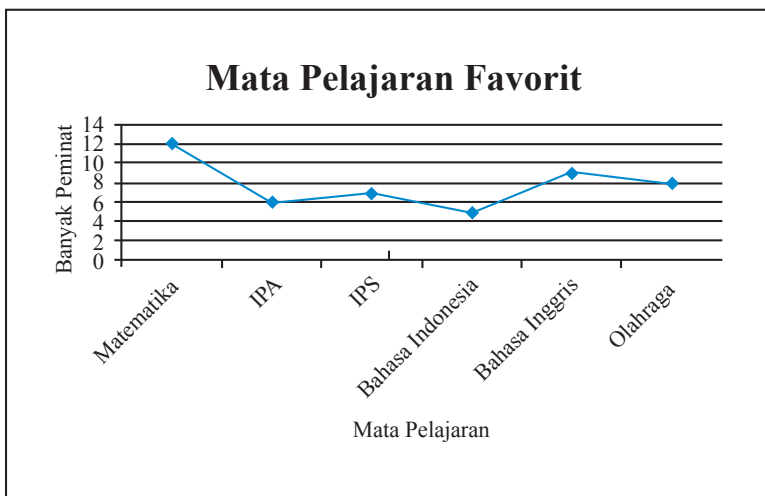
Mata Pelajaran	Banyak Peminat	Persentase Banyak Peminat
Matematika	12	25%
IPA	6	13%
IPS	7	15%
Bahasa Indonesia	5	11%
Bahasa Inggris	9	19%
Olahraga	8	17%

Selanjutnya, data yang terdapat pada tabel di atas akan ditampilkan dalam beberapa bentuk diagram, yaitu diagram batang, diagram garis, dan diagram lingkaran. Perhatikan diagram hasil pengolahan data mata pelajaran favorit siswa kelas IX B SMP Ceria di bawah ini.



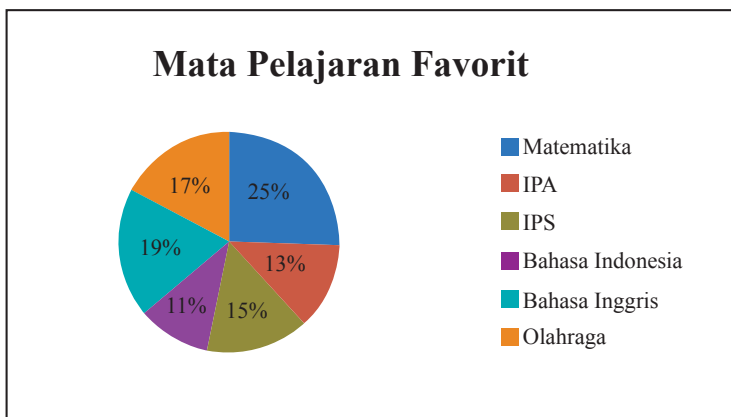
Sumber: Dokumen Kemdikbud

Gambar 6.7 Sajian Data Mata Pelajaran Favorit Siswa Kelas IX B SMP Ceria dalam Bentuk Diagram Batang



Sumber: Dokumen Kemdikbud

Gambar 6.8 Sajian Data Mata Pelajaran Favorit Siswa Kelas IX B SMP Ceria dalam Bentuk Diagram Garis



Sumber: Dokumen Kemdikbud

Gambar 6.9 Sajian Data Mata Pelajaran Favorit Siswa Kelas IX B SMP Ceria dalam Bentuk Diagram Lingkaran



Ayo Kita Menalar

1. Berdasarkan data tersebut, apakah mata pelajaran favorit siswa kelas IX B SMP Ceria?
2. Menurutmu, diagram manakah yang paling efektif untuk menyajikan data persentase mata pelajaran favorit siswa kelas IX B SMP Ceria? Jelaskan alasanmu.



Ayo Kita Menanya

Setelah kamu mengamati tiga jenis data yang ada pada Kegiatan 6.1 di atas, coba buatlah beberapa pertanyaan dengan menggunakan kata “diagram yang paling efektif”, “diagram batang”, “diagram garis”, dan “diagram lingkaran”. Tulislah pertanyaanmu di buku tulis.

Kegiatan 6.2

Ukuran Sepatu



Ayo Kita Mencoba

Cobalah kamu bekerja secara mandiri untuk mengumpulkan data, mengolah data, dan menyajikan data dalam bentuk diagram. Ikuti langkah-langkah di bawah ini.

1. Coba kamu kumpulkan data ukuran sepatu teman-teman sekelasmu.
2. Buatlah dalam bentuk tabel yang menyatakan ukuran sepatu serta banyak siswa dalam satu kelas yang memiliki ukuran sepatu tersebut.
3. Sajikan data pada tabel dalam bentuk diagram batang, diagram garis, dan diagram lingkaran.
4. Gunakan komputer untuk menyajikan data dalam bentuk diagram.



Diskusi dan Berbagi

Diskusikan dengan teman sebangkumu, diagram manakah yang paling efektif untuk menyajikan data ukuran sepatu teman sekelasmu? Diagram manakah yang paling tidak sesuai untuk menyajikan data tersebut? Jelaskan alasanmu. Tuliskan secara rapi jawabanmu. Paparkan di depan teman sekelasmu.



Ayo Kita Menalar

Dari Kegiatan 6.1 dan 6.2 yang telah kamu lakukan, kamu telah mengetahui cara menyajikan data dalam bentuk diagram yang paling efektif. Sekarang perhatikan beberapa jenis data yang terdapat pada tabel di bawah ini. Manakah diantara jenis data di bawah ini yang dapat disajikan secara efektif dalam bentuk diagram batang, diagram garis, atau diagram lingkaran? (Berikan tanda ✓)

No.	Data	Diagram Batang	Diagram Garis	Diagram Lingkaran
1.	Pertumbuhan penduduk Kota X tahun 2000-2010			
2.	Banyaknya karyawan laki-laki dan perempuan dalam satu kantor			
3.	Nilai ulangan harian ke-1 matematika siswa kelas IX dalam satu kelas			
4.	Hasil pemilihan umum presiden Republik Indonesia			
5.	Jenis buku favorit siswa kelas IX SMP Ceria			
6.	Nilai tukar rupiah terhadap dollar dalam kurun waktu 1 minggu			
7.	Jumlah siswa yang mendaftar di SMP Ceria tahun 2010-2013			

Kamu telah mendapatkan beberapa informasi dari Kegiatan 6.1 dan 6.2, serta tabel di atas. Apakah kamu dapat menentukan jenis data apa saja yang paling efektif untuk disajikan dalam bentuk diagram batang? Bagaimana ciri-cirinya? Jenis data yang seperti apa yang paling efektif untuk disajikan dalam bentuk diagram garis dan lingkaran? Bagaimana ciri-ciri dari masing-masing diagram tersebut? Berikan penjelasan secara detail.

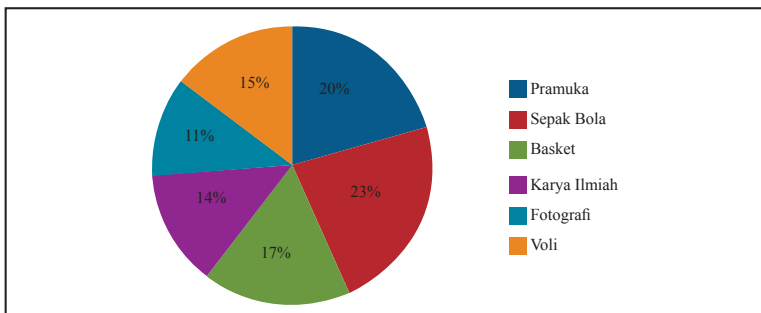
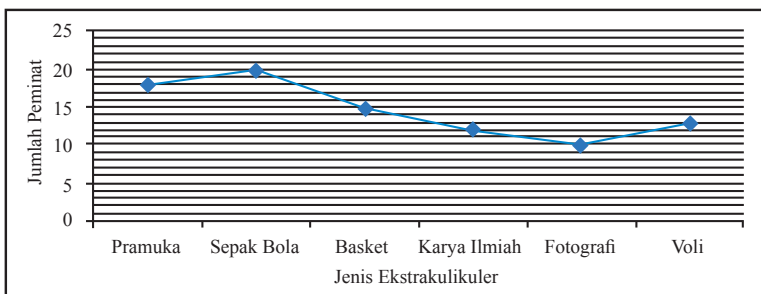
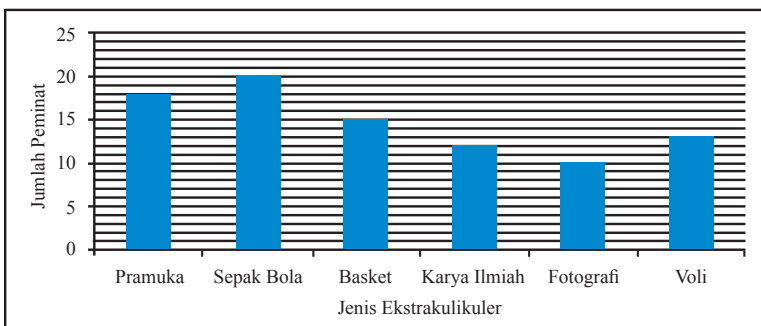
Kegiatan 6.3

Data Peminat Ekstrakurikuler



Ayo Kita Amati

Berikut ini adalah diagram yang menunjukkan data peminat tiap-tiap ekstrakurikuler siswa kelas IX SMP Ceria.



Sumber: Dokumen Kemdikbud

Gambar 6.10 Sajian Data Kegiatan Ekstrakurikuler Siswa



Diskusi dan Berbagi

Kerjakan bersama temanmu. Berdasar diagram di samping tentukan:

1. Manakah kegiatan ekstrakurikuler yang paling diminati siswa kelas X?

2. Berapa banyak siswa yang memilih ekstrakurikuler pramuka, sepak bola, dan voli?
3. Berdasarkan pertanyaan nomor 1 dan 2, diagram manakah yang menurutmu paling membantu dalam menentukan jawaban? Mengapa? Jelaskan jawabanmu.

Kegiatan 6.4

Data Penjualan Mobil



Ayo Kita Amati

Kota A merupakan salah satu kota pusat industri yang sedang berkembang. Dengan semakin meningkatnya penghasilan warga kotanya, maka banyak diantara mereka yang membeli alat transportasi baru tiap tahunnya. Berikut ini adalah data penjualan mobil dari beberapa dealer yang terdapat di kota A tahun 2005-2013.

Tahun	Jumlah Mobil yang Terjual
2005	2.193
2006	2.541
2007	2.679
2008	2.842
2009	3.014
2010	...
2011	3.384
2012	...
2013	3.745



Ayo Kita Mencoba

Buatlah diagram yang menurutmu paling efektif untuk menggambarkan data penjualan mobil di kota A pada tahun 2005-2013 (tanpa melibatkan data jumlah mobil yang terjual pada tahun 2010 dan 2012).



Ayo Kita Menalar

1. Coba kamu amati pola bilangan yang menyatakan jumlah mobil yang terjual di kota A berdasarkan tabel di atas, perkirakan berapa jumlah mobil yang terjual di tahun 2010 dan 2012. Berikan alasanmu.

2. Bagaimana hubungan antara tahun dengan jumlah mobil yang terjual tiap tahunnya?
3. Kesimpulan apa yang dapat kamu tarik dari data penjualan mobil di Kota A berdasarkan tabel di atas?
4. Jika jumlah mobil yang dijual di kota A terus meningkat tiap tahunnya, maka diperkirakan pada tahun 2020 akan terjadi kemacetan yang cukup parah jika tidak terdapat penambahan jumlah ruas jalan. Menurutmu kebijakan apa yang harus diambil oleh Pemerintah Kota A agar tidak sampai terjadi kemacetan di tahun tersebut?

Materi Esensi

Penyajian Data

Ada beberapa bentuk penyajian data, salah satunya adalah dengan menggunakan diagram. Pada bab ini kamu mempelajari cara menyajikan data dalam bentuk diagram batang, garis, serta lingkaran. Diagram batang merupakan diagram paling sederhana dan umum. Diagram batang biasanya digunakan untuk menyajikan data tentang nilai suatu obyek dalam suatu waktu tertentu. Salah satu manfaat penyajian data dalam diagram batang adalah memudahkanmu dalam membaca data dan menentukan frekuensi dari suatu data dengan cepat dan akurat. Diagram garis biasanya digunakan untuk menyajikan data dalam waktu berkala atau berkesinambungan. Diagram lingkaran biasanya digunakan untuk menyajikan data dalam bentuk persentase.

Contoh 6.1

Data Hasil Panen Jagung

Tabel di bawah ini menunjukkan data tentang hasil panen jagung di Kota X

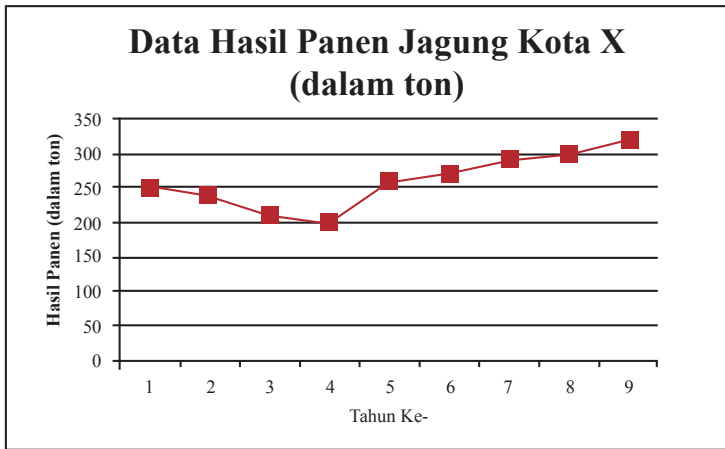
Tahun ke-	Hasil Panen Jagung (dalam ton)
1	250
2	240
3	210
4	200
5	260
6	270
7	290
8	300
9	320

1. Pada tahun ke-berapa hasil panen jagung di Kota X paling rendah?
2. Buatlah sajian diagram yang paling efektif untuk menampilkan data pada tabel di atas.

3. Pada tahun ke-berapa hasil panen jagung di kota X mengalami kenaikan paling tinggi?

Alternatif Penyelesaian:

1. Hasil panen jagung paling rendah di Kota X adalah pada tahun ke-4 dengan jumlah sebanyak 200 ton.
2. Data di atas termasuk jenis data dalam waktu berkala atau berkesinambungan. Diagram yang paling efektif untuk menyajikan data tersebut adalah diagram garis. Berikut adalah diagram garis dari data tersebut



Sumber: Dokumen Kemdikbud

Gambar 6.11 Sajian Data Hasil Panen Jagung Kota X

3. Berdasarkan diagram garis yang telah kita buat di atas, dapat diperhatikan bahwa kenaikan panen paling tinggi terdapat pada tahun ke-5. Pada tahun ke-4 hasil panen jagung di Kota X adalah 200 ton, sedangkan pada tahun ke-5 hasil panen jagung adalah sebanyak 260 ton. Terjadi kenaikan sebanyak 60 ton.

Contoh 6.2

Penyajian Data yang Efektif

Tentukan sajian data yang paling efektif untuk permasalahan berikut, jelaskan.

- a. Data peminat SMP Ceria dari tahun 2005 sampai 2014
- b. Data tinggi badan siswa kelas IX
- c. Data negara tim sepak bola peserta piala dunia 2014 Brasil berdasar benua
- d. Nilai tukar Rupiah terhadap dolar AS dalam kurun waktu 1 bulan

Alternatif Penyelesaian:

- a. Data peminat SMP Ceria dari tahun 2005 sampai 2014

Data perubahan peminat SMP Ceria sepanjang waktu lebih tepat digambarkan dengan diagram garis, karena diagram garis cocok digunakan untuk data dalam waktu berkala atau berkesinambungan. Dari diagram garis akan terlihat penurunan/ peningkatan jumlah peminat di SMP Unggulan tiap tahunnya.

- b. Data tinggi badan siswa kelas IX

Data tinggi badan siswa kelas IX lebih tepat digambarkan dengan diagram batang. Dari diagram batang kita dapat memperoleh informasi tinggi badan siswa serta frekuensi/jumlah siswa yang memiliki tinggi badan tersebut.

- c. Data negara tim sepak bola peserta piala dunia 2014 Brasil berdasar benua.

Data negara tim sepak bola peserta piala dunia 2014 Brasil berdasar benua biasanya disajikan dalam bentuk persentase. Disini dibandingkan persentase negara dari benua Afrika, Amerika, Asia-Oceania, dan Eropa. Jadi diagram yang paling tepat untuk menyajikan data ini adalah diagram lingkaran, dengan tujuan untuk menunjukkan keterwakilan tiap benua.

- d. Nilai tukar Rupiah terhadap dolar AS dalam sebulan

Perubahan nilai rupiah sebulan sangat tepat digambarkan dengan diagram garis karena diagram garis cocok digunakan untuk data dalam waktu berkala atau berkesinambungan.. Dari diagram garis terlihat nilai pengutan /pelemahan nilai tukar rupiah terhadap dolar AS.



*Ayo Kita
Tinjau Ulang*

Tabel berikut ini menunjukkan data banyak penduduk pada Kecamatan Sukodadi.

Nama Kelurahan	Banyak Penduduk	
	Laki-laki	Perempuan
Sukamaju	1.200	1.300
Makmur	2.000	2.200
Indah Permai	1.500	1.700
Sukamakmur	1.400	1.100
Sumber Rejeki	1.800	1.600
Sumbersari	1.600	1.900

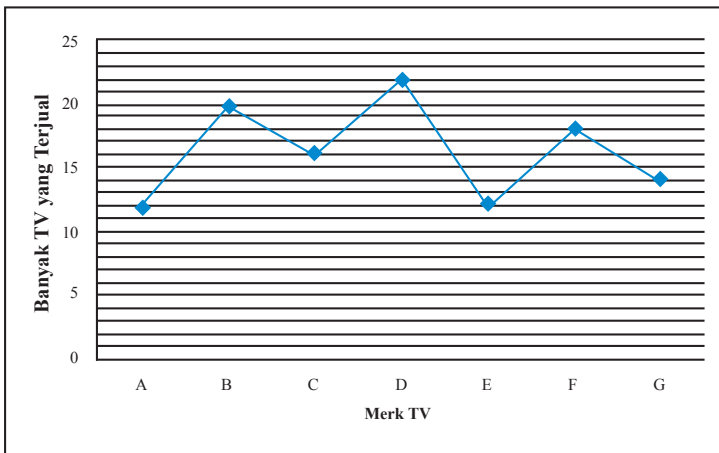
- a. Buatlah diagram batang, garis, dan lingkaran dari data tersebut?
b. Diagram manakah yang paling efektif untuk menyajikan data tersebut?

- c. Apa kesimpulanmu tentang banyaknya penduduk laki-laki dan perempuan pada kecamatan tersebut?

Latihan 6.1

Penyajian Data

1. Tentukan diagram apa yang paling tepat untuk menampilkan data berikut ini. Berikan alasanmu.
 - a. Data penjualan majalah ‘Matriks’ tiap bulan pada tahun 2013.
 - b. Data jumlah siswa kelas IX yang mengikuti kegiatan ekstrakurikuler sepakbola, fotografi, teater, bulu tangkis dan voli.
 - c. Data persentase partai pemenang pemilu 2014.
 - d. Data jumlah pengunjung tempat wisata Gunung Bromo tiap bulannya pada tahun 2013.
2. Diagram di bawah ini menunjukkan data penjualan beberapa jenis televisi di Toko Elektronik Wawan Jaya Makmur pada bulan Januari.



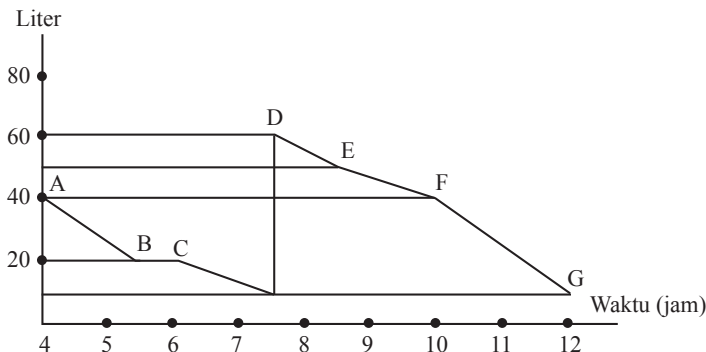
Sumber: Dokumen Kemdikbud

Gambar 6.12 Sajian Data Toko Elektronik Wawan Jaya Makmur pada Bulan Januari

- a. Apakah penyajian data dengan diagram di atas sudah tepat? Apakah data tersebut dapat disajikan dalam bentuk diagram yang lain yang lebih efektif? Jika ada gambarkan lagi data tersebut dalam bentuk diagram lain yang menurutmu lebih tepat.

- b. Pada bulan tersebut, TV merk apa yang terjual paling banyak dan paling sedikit?
- c. Berapa total TV yang terjual pada toko tersebut berdasarkan diagram di atas?

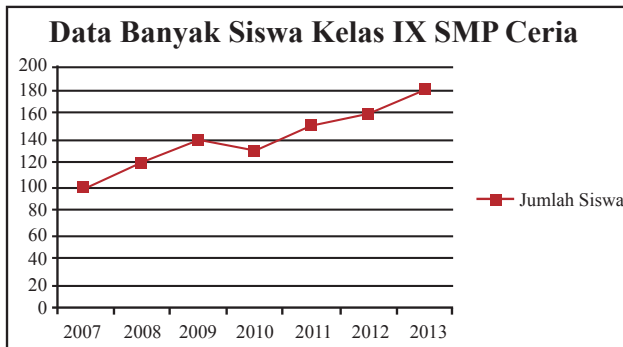
Grafik di bawah ini menyajikan penggunaan bahan bakar terhadap waktu (dalam jam) pada perjalanan sebuah mobil dari kota M ke kota N. Gunakan informasi pada grafik di bawah ini untuk menjawab soal nomor 3-5.



Sumber: Dokumen Kemdikbud

Gambar 6.13 Sajian Data Penggunaan Bahan Bakar Terhadap Waktu

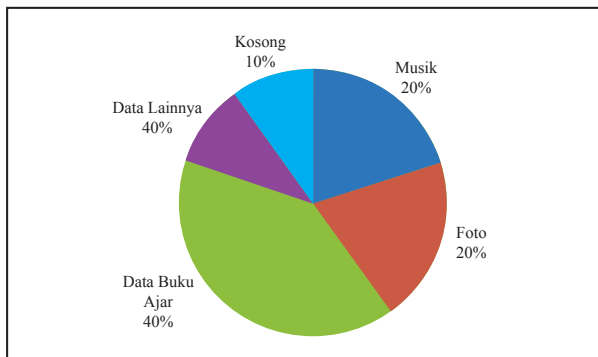
3. Berapa liter bahan bakar yang dihabiskan dalam perjalanan:
 - a. dari titik A ke titik B
 - b. dari titik C ke titik D
 - c. dari titik D ke titik E
 - d. dari titik E ke titik F
 - e. dari titik F ke titik G
4. a. Berapa liter bahan bakar total yang dihabiskan dalam perjalanan tersebut?
 b. Berapa lama perjalanan dari kota M ke kota N?
5. Coba perhatikan kembali gambar di atas secara baik.
 - a. Berapa banyak bahan bakar yang dihabiskan dari titik B ke titik C?
 - b. Menurutmu apa yang kira-kira terjadi pada perjalanan dari titik B ke titik C? Jelaskan jawabanmu.
 - c. Menurut analisismu, kejadian apa yang terjadi pada titik D? Jelaskan jawabanmu.
6. Diagram di bawah ini menunjukkan data banyaknya siswa kelas IX SMP Ceria pada tahun 2007 sampai tahun 2013.



Sumber: Dokumen Kemdikbud

Gambar 6.14 Sajian Data Banyak Siswa Kelas IX SMP CERIA

- a. Berapa banyak siswa kelas IX pada tahun 2008 dan 2010?
 - b. Jika banyaknya siswa laki-laki kelas IX pada tahun 2011 adalah $\frac{1}{3}$ dari total seluruh siswa, berapa banyak siswa perempuan di kelas IX C?
 - c. Banyaknya siswa perempuan kelas IX pada tahun 2007 adalah sebanyak 55% dari total siswa pada tahun tersebut, sedangkan banyaknya siswa perempuan kelas IX pada tahun 2012 adalah sebanyak 40% dari total siswa pada tahun tersebut. Apakah dapat disimpulkan bahwa banyak siswa perempuan pada tahun 2007 lebih banyak dibandingkan pada tahun 2012? Jelaskan jawabanmu.
7. Diagram lingkaran di bawah ini menunjukkan file yang terdapat di dalam flashdisk milik Reta yang berkapasitas 4 GB (setara dengan 4.000 MB). Flashdisk tersebut diisi dengan file musik, foto, data buku ajar matematika, data lainnya.



Sumber: Dokumen Kemdikbud

Gambar 6.15 Sajian Data File yang Terdapat di dalam Flashdisk Milik Reta yang Berkapasitas 4 GB

- a. Jika Reta ingin menambahkan file data buku ajar baru yang berkapasitas 750 MB, apakah kapasitas flashdisk milik Reta masih mencukupi? Jelaskan.
 - b. Jika Reta tidak ingin menghapus file foto, file data buku ajar, dan file data lainnya di flashdisknya, berapa persen dari keseluruhan file musik yang harus dihapus agar data buku ajar baru dapat ditambahkan ke dalam flashdisk?
8. Tabel di bawah ini menunjukkan album-album pada file Musik di dalam flashdisk milik Reta.

Album	Kapasitas
Album A	75MB
Album B	85MB
Album C	125MB
Album D	48MB
Album E	152MB
Album F	95MB
Album G	66MB
Album H	85MB
Album I	69MB

Dia ingin menambahkan file data buku ajar baru yang berkapasitas 750 MB tersebut, akan tetapi dia hanya ingin menghapus beberapa file Musik miliknya dengan syarat maksimal 3 album pada file Musik miliknya yang dihapus. Apakah mungkin bagi Reta untuk memasukkan file data buku ajar baru ke dalam flashdisknya? Jelaskan jawabanmu.

B. Mean, Median, dan Modus



Pertanyaan Penting

Apakah kamu mengetahui mean, median, dan modus dari suatu data? Bagaimana cara menentukannya? Lakukan beberapa kegiatan di bawah ini agar kamu dapat menjawab pertanyaan tersebut.

Kegiatan 6.5

Data Tinggi Badan Siswa



Ayo Kita Mencoba

Lakukan survei tentang tinggi badan teman-teman sekelasmu. Ikuti langkah-langkah kegiatan di bawah ini.

1. Coba kamu kumpulkan data tinggi badan seluruh siswa yang terdapat dalam kelasmu (dalam satuan cm).
2. Urutkan data tinggi badan tersebut dari nilai yang terkecil sampai dengan nilai terbesar.
3. Jumlahkan seluruh bilangan yang menyatakan tinggi badan seluruh siswa dalam kelasmu. Catat hasil penjumlahannya.
4. Setelah kamu mendapatkan hasil dari langkah 3, bagilah nilai tersebut dengan jumlah seluruh siswa yang terdapat di dalam kelasmu.



Ayo Kita Menalar

1. Jika jumlah seluruh siswa di kelasmu menyatakan banyaknya data, berapakah banyaknya data tersebut?
2. Jika bilangan yang menunjukkan tinggi badan tiap-tiap siswa di dalam kelasmu merupakan nilai dari tiap-tiap data, berapakah jumlah seluruh nilai data tersebut?
3. Berapakah nilai yang kamu dapatkan setelah menyelesaikan langkah ke-4 pada Kegiatan 6.5 di atas?
4. Jika bilangan yang kamu dapatkan pada nomor 3 di atas disebut dengan rata-rata/mean dari data tinggi badan siswa, bagaimana rumus umum untuk mendapatkan nilai rata-rata tinggi badan siswa tersebut? Jelaskan secara singkat jawabanmu.
5. Jelaskan secara singkat bagaimana rumus umum untuk mendapatkan nilai rata-rata/mean dari suatu data umum?



Ayo Kita Menanya

Setelah kamu melakukan percobaan pada Kegiatan 6.5 di atas, coba buatlah beberapa pertanyaan dengan menggunakan kata “mean”. Tulislah pertanyaanmu di buku tulis.



Ayo Kita Simpulkan

Dari kegiatan yang telah kamu lakukan di atas, apa yang kamu peroleh?

- Mean adalah ...
- Jika A menyatakan jumlah seluruh nilai dari suatu data umum, dan B menyatakan banyaknya data umum, maka rumus umum dari mean dari adalah ...

Kegiatan 6.6**Data Berat Badan Siswa****Ayo Kita Amati**

Coba kamu amati data berat badan 9 siswa laki-laki kelas IX D SMP Ceria berikut ini (dalam kg).

47 57 53 50 45 48 52 49 55

Setelah diurutkan, data di atas dapat dituliskan kembali menjadi

45 47 48 49 50 52 53 55 57

**Ayo Kita Menalar**

1. Berapakah banyaknya data berat badan siswa laki-laki kelas IX D SMP Ceria di atas?
2. Apakah banyaknya data tersebut termasuk ke dalam bilangan ganjil atau bilangan genap?
3. Setelah data tersebut diurutkan, menurutmu data ke berapa yang terdapat pada posisi/urutan paling tengah dari seluruh data yang ada?
4. Jika nilai dari data yang terletak pada posisi tengah dari kumpulan data berat badan siswa di atas disebut dengan median, berapakah nilainya?
5. Bagaimana caramu menentukan data yang berada pada posisi tengah dari sekumpulan data yang terurut tersebut?

**Ayo Kita Mencoba**

Perhatikan kembali data berat badan 9 siswa laki-laki kelas IX D SMP Ceria pada Kegiatan 2 di atas. Jika dalam kelas tersebut ditambahkan seorang siswa laki-laki dengan berat badan 51 kg, coba kamu urutkan kembali data berat badan 10 siswa laki-laki pada kelas tersebut.

**Diskusi dan Berbagi**

Diskusikan dengan teman sebangkumu untuk menjawab pertanyaan-pertanyaan di bawah ini, kemudian paparkan hasilnya di depan kelas.

1. Berapakah banyaknya data setelah ada penambahan 1 orang siswa yang masuk ke dalam data tersebut?

2. Setelah data diurutkan, menurutmu data ke berapa yang terdapat pada posisi/urutan paling tengah dari seluruh data yang ada?
3. Berapakah nilai median dari data tersebut?
4. Apakah banyaknya data tersebut termasuk ke dalam bilangan ganjil atau bilangan genap?
5. Menurutmu, adakah perbedaan cara dalam menentukan data yang terletak pada posisi tengah dari sekumpulan data berat badan siswa ketika sebelum ada penambahan data dengan setelah ada penambahan data? Jelaskan jawabanmu.



Ayo Kita Simpulkan

Dari kegiatan yang telah kamu lakukan di atas, apa yang kamu peroleh?

- Median adalah ...
- Bagaimana menentukan median dari suatu kumpulan data jika banyaknya data adalah bilangan ganjil?
- Bagaimana menentukan median dari suatu kumpulan data jika banyaknya data adalah bilangan genap?

Kegiatan 6.7

Data Jenis Olahraga Favorit Siswa



Ayo Kita Mencoba

Lakukan survei tentang jenis olahraga favorit seluruh siswa di kelasmu. Ikuti langkah-langkah kegiatan di bawah ini.

1. Coba kamu buat survei jenis olahraga favorit seluruh siswa di kelasmu. Tiap-tiap siswa hanya diperbolehkan memilih satu jenis olahraga favoritnya.
2. Buatlah tabel yang menyatakan jenis olah favorit siswa serta banyaknya siswa yang menyukai tiap-tiap olahraga tersebut.
3. Buatlah diagram batang yang menyatakan jenis olahraga favorit terhadap banyaknya siswa yang menyukai tiap-tiap olahraga tersebut.



Ayo Kita Menalar

1. Coba perhatikan diagram batang yang telah kamu buat berdasarkan kegiatan di atas, jenis olahraga yang paling banyak digemari oleh siswa di kelasmu?

2. Jika banyaknya siswa yang menyukai olahraga paling favorit di kelasmu tersebut disebut dengan modus dari data di atas, berapakah nilai modus dari data tersebut?



**Ayo Kita
Menanya**

Setelah kamu melakukan percobaan pada Kegiatan 6.7 di atas, coba buatlah beberapa pertanyaan dengan menggunakan kata “modus”. Tulislah pertanyaanmu di buku tulis.



**Ayo Kita
Simpulkan**

Dari kegiatan yang telah kamu lakukan di atas, apa yang kamu peroleh?

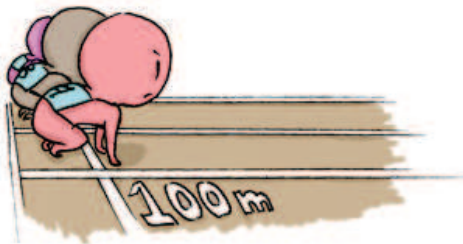
Modus adalah nilai yang paling ... dalam sekumpulan data.

Kegiatan 6.8

Kandidat Atlet Lomba Lari



Ayo Kita Amati



Sumber: Dokumen Kemdikbud

Gambar 6.16 Kandidat Atlet Lomba Lari

Untuk persiapan lomba lari 100 m tingkat kota, SMP Ceria melakukan pelatihan selama 6 bulan dengan tiga kandidat. Berikut adalah data waktu yang diperlukan oleh tiap-tiap kandidat untuk menempuh jarak 100 meter pada tiap-tiap akhir bulan pelatihan yang dicatat oleh tim pelatih (dalam detik).

	Jan	Feb	Mar	Apr	Mei	Jun
Andro	15,23	15,14	15,24	14,55	14,30	14,10
Bisma	14,30	14,55	15,01	14,20	14,25	14,09
Charlie	14,05	14,10	14,15	14,12	14,25	14,20



Diskusi dan Berbagi

Dari data waktu yang diperlukan untuk menempuh jarak 100 meter tiap-tiap kandidat, tim pelatih ditugaskan untuk menentukan satu orang kandidat yang berhak mewakili sekolah dalam lomba lari tingkat kota. Menurutmu bagaimana cara tim pelatih menentukan pilihannya? Hubungkan dengan materi mean, median, dan modus yang telah kamu dapatkan sebelumnya. Diskusikan dengan teman sebangkumu permasalahan ini. Tuliskan hasilnya secara rapi dan jelas. Paparkan jawabanmu di depan teman sekelasmu.

Materi Esensi

Mean, Median, dan Modus

Mean adalah nilai rata-rata dari suatu kumpulan data. Cara menentukan mean yaitu dengan membagi jumlah seluruh nilai dari suatu kumpulan data dengan banyaknya data.

Modus adalah nilai paling banyak muncul dalam suatu kumpulan data.

Median adalah nilai tengah pada suatu kumpulan data yang telah disusun dari nilai terkecil hingga nilai terbesar. Misalkan banyak data adalah n . Jika n adalah bilangan ganjil, maka median adalah nilai dari data yang terletak pada posisi paling tengah, yaitu data ke- $\frac{n+1}{2}$. Jika n adalah bilangan genap, maka median adalah rata-rata dari dua data yang terletak pada posisi paling tengah, yaitu rata-rata dari data ke- $\frac{n}{2}$ dan data ke- $\frac{n}{2} + 1$.

Contoh 6.3

Menentukan Mean, Median, Dan Modus Dari Suatu Data

Berikut ini adalah data nilai ujian matematika 20 siswa kelas IX E SMP Ceria:

60 80 90 70 80 80 80 90 100 100 70 60 50 70 90 80 70 60 80 90

1. Urutkan data di atas dari nilai yang terkecil sampai terbesar. Buatlah tabel yang menyatakan nilai ujian dan frekuensi siswa yang mendapatkan tiap-tiap nilai tersebut.
2. Hitunglah nilai mean, median, dan modus dari data di atas.

3. Jika nilai minimum kelulusan adalah 75, berapakah persentase siswa yang tidak lulus dalam ujian tersebut?

Alternatif Penyelesaian:

1. Berikut ini adalah hasil pengurutan data nilai ujian matematika 20 siswa kelas IX E SMP Ceria dari data dengan nilai terkecil sampai terbesar

50 60 60 60 70 70 70 70 80 80 80 80 80 80 90 90 90 90 100 100

Berikut adalah tabel yang menunjukkan nilai ujian matematika dan frekuensi siswa yang mendapatkan tiap-tiap nilai tersebut.

Nilai Ujian	Frekuensi
50	1
60	3
70	4
80	6
90	4
100	2

2. Untuk menghitung mean dari sekelompok data di atas, maka ikuti langkah-langkah di bawah ini.

Langkah 1: Kalikan nilai ujian dengan frekuensi masing-masing yang bersesuaian

Nilai Ujian	Frekuensi	Nilai Ujian x Frekuensi
50	1	50
60	3	180
70	4	280
80	6	480
90	4	360
100	2	200

Langkah 2: Jumlahkan seluruh data dengan cara menjumlahkan seluruh bilangan yang terdapat pada kolom 3 tabel di atas, diperoleh:

$$50 + 180 + 280 + 480 + 360 + 200 = 1.550$$

Langkah 3: Tentukan banyak data, dalam hal ini adalah banyaknya siswa, yaitu 20

Langkah 4: Tentukan nilai mean/nilai rata-rata (disimbolkan dengan $\bar{x}$), yaitu dengan cara membagi jumlah keseluruhan data dengan banyaknya data keseluruhan

$$\bar{x} = \frac{\text{Jumlah nilai seluruh data}}{\text{Banyaknya data}} = \frac{1.550}{20} = 77,5$$

Jadi **mean** untuk data di atas adalah 77,5

Untuk menghitung median adalah dengan cara mencari data yang berada pada posisi paling tengah dari suatu data yang telah terurut. Untuk data nilai ujian matematika siswa di atas, maka dari hasil pengurutan akan dicari data yang terdapat pada posisi paling tengah. Dengan jumlah data adalah 20, maka nilai mediannya adalah rata-rata dari dua data yang terletak pada posisi paling tengah. Dalam hal ini merupakan rata-rata dari data ke-10 dan ke-11.

50 60 60 60 70 70 70 70 80 (80) ↓ (80) 80 80 80 90 90 90 90 100 100

Maka mediannya adalah rata-rata dari 80 dan 80. Jadi

$$\text{Median} = \frac{80 + 80}{2} = 80$$

Jadi **median** untuk data di atas adalah 80.

Nilai modus dari data di atas dapat dilihat dari nilai ujian yang memiliki frekuensi terbanyak. Dalam data tersebut, nilai modulusnya adalah 80.

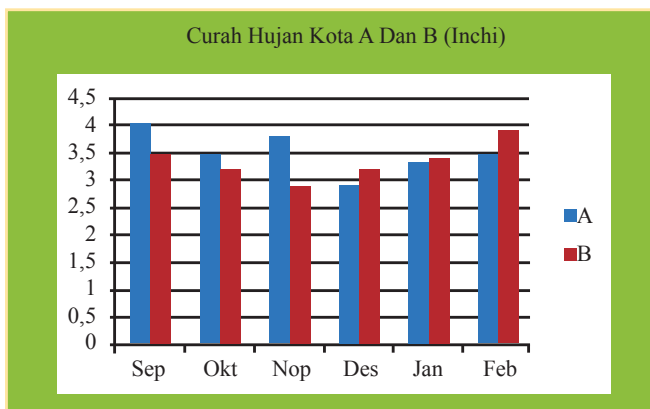
Jadi **modus** untuk data di atas adalah 80.

3. Jika nilai minimum kelulusan adalah 75, maka terdapat 8 siswa yang tidak lulus, yaitu siswa yang memiliki nilai antara 50 sampai dengan 70. Persentase siswa yang tidak lulus adalah $\frac{8}{20} \times 100\% = 40\%$.

Contoh 6.4

Data Hujan Cerah

Diagram di bawah ini menunjukkan curah hujan kota A dan B. Tentukan kota yang memiliki rata-rata curah hujan lebih tinggi?



Sumber: Dokumen Kemdikbud

Gambar 6.17 Sajian Data Curah Hujan Kota A dan B

Alternatif Penyelesaian:

Rata-rata curah hujan tiap-tiap kota dapat dihitung dengan merata-rata curah hujan antara bulan september sampai dengan bulan februari.

$$\text{Rata - rata curah hujan Kota A} = \frac{4 + 3,5 + 3,8 + 2,9 + 3,3 + 3,5}{6} = 3,5$$

$$\text{Rata - rata curah hujan Kota B} = \frac{3,5 + 3,2 + 2,9 + 3,2 + 3,4 + 3,9}{6} = 3,35$$

Jadi Kota A mempunyai rata-rata curah hujan lebih tinggi daripada Kota B.

Contoh 6.5

Data Penjualan TV Dalam Satu Bulan

Berikut ini adalah data penjualan berbagai merk TV berwarna di Toko Elektronik Wawan Jaya Makmur selama bulan Januari.

Merek	A	B	C	D	E	F
Jumlah	5	3	8	4	6	7

TV berwarna merek apakah yang paling banyak terjual di toko tersebut?

Alternatif Penyelesaian :

Dari data penjualan TV berwarna di Toko Elektronik Wawan Jaya Makmur, dapat dilihat bahwa TV yang paling banyak terjual adalah TV merek C dengan jumlah 8 buah. Angka 8 yang menunjukkan TV yang paling banyak terjual di Toko Elektronik Wawan Jaya Makmur menunjukkan modus dari seluruh data penjualan TV berwarna di toko tersebut selama bulan Januari.



*Ayo Kita
Tinjau Ulang*

1. Data berikut menunjukkan tinggi badan 20 siswa kelas IX D SMP Ceria.

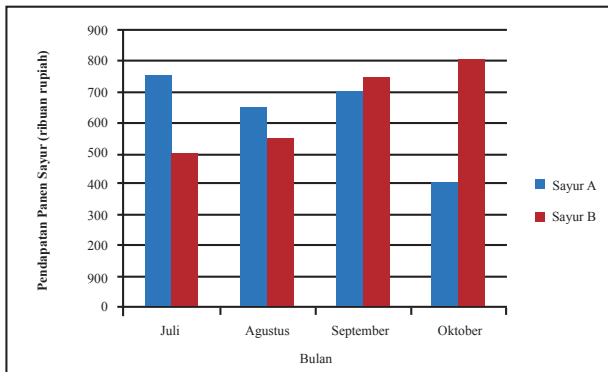
154 153 159 165 152 149 154 151 157 158

154 156 157 162 168 150 153 156 160 154

- a. Urutkan data di atas dari nilai yang terkecil sampai terbesar.
 - b. Hitunglah mean, median, dan modus dari data di atas.
2. Pada kelas IX C SMP Ceria, rata-rata nilai matematika siswa perempuan adalah 72 sedangkan rata-rata siswa laki-laki adalah 77. Jika rata-rata nilai matematika seluruh siswa di kelas tersebut adalah 74, tentukan perbandingan banyaknya siswa perempuan terhadap siswa laki-laki di kelas tersebut.

Latihan 6.2**Mean, Median, Modus**

1. Sebuah data hasil ulangan harian Matematika kelas IX A menunjukkan, delapan siswa mendapat nilai 95, enam siswa mendapat nilai 85, sepuluh siswa mendapat nilai 80, sembilan siswa mendapat nilai 70, dan tujuh siswa mendapat nilai 65. Tentukan rata-rata nilai ulangan harian Matematika di kelas tersebut.
2. Perhatikan dua data berikut ini.
Data X: 4, 5, 5, 6, 7, 7, 8, 8, 8, 9, 9, 10, 10, 12
Data Y: 4, 5, 5, 6, 7, 7, 8, 8, 8, 9, 9, 10, 10, 16
 - a. Dapatkan mean, median, dan modus untuk tiap-tiap data X dan Y. (Untuk mean, bulatkan nilainya sampai dua tempat desimal).
 - b. Jelaskan mengapa mean dari data Y lebih besar dari mean dari data X.
 - c. Jelaskan mengapa median dari data X sama dengan median dari data Y.
3. Tabel berikut menunjukkan data pendapatan hasil panen sayur A dan B di Desa Sukamakmur.



Sumber: Dokumen Kemdikbud

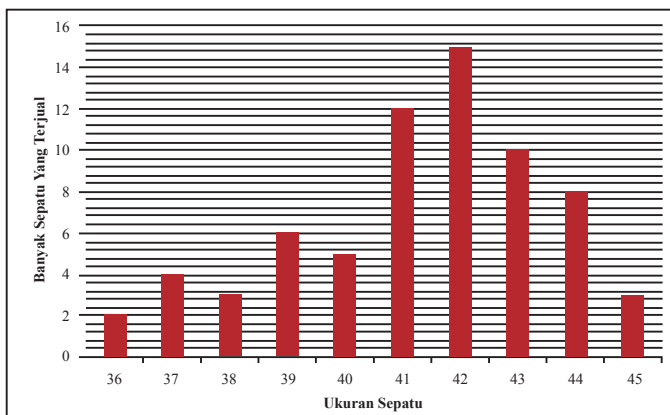
Gambar 6.18 Sajian Pendapatan Hasil Panen Sayuran A dan B di Desa Sukamakmur

- a. Berapa total pendapatan panen sayur A dan B masing-masing selama 4 bulan?
- b. Berapa total pendapatan hasil panen seluruhnya dari kedua sayur selama 4 bulan tersebut?
- c. Pada bulan apa terdapat selisih pendapatan terbesar dari panen sayur A dan B?
- d. Berapa rata-rata pendapatan dari panen sayur A dan B masing-masing selama 4 bulan?

- e. Mengacu pada pendapatan rata-rata dari panen sayur A dan B selama 4 bulan tersebut, menurutmu sayur apa yang sebaiknya disediakan lebih banyak pada Bulan Nopember? Jelaskan.
 - f. Berapa median dari pendapatan panen sayur A dan B masing-masing selama 4 bulan?
 - g. Berapa banyak pendapatan dari panen sayur B yang harus diusahakan pada Bulan Nopember agar rata-rata pendapatan hasil panen sayur B selama Bulan Juli sampai Nopember menjadi Rp800.000,00?
4. Nilai rata-rata ujian matematika di suatu kelas adalah 72. Nilai rata-rata siswa putra adalah 75 dan nilai rata-rata siswa putri adalah 70. Jika banyaknya siswa putri 6 lebih banyak dari siswa putra, berapa banyaknya siswa di kelas tersebut?
5. Tabel berikut ini menunjukkan data nilai ujian IPA siswa kelas IX C.

Nilai	Frekuensi
5	3
6	4
7	10
8	7
9	4
10	2

- a. Ketua kelas IX C mengatakan bahwa nilai rata-rata ujian IPA kelas IX C adalah 7, karena banyak siswa yang mendapatkan nilai tersebut. Apakah pernyataan ketua kelas tersebut benar? Jelaskan jawabanmu.
 - b. Berapakah median dan modus data tersebut?
 - c. Seorang siswa dinyatakan lulus dalam ujian tersebut jika mendapatkan nilai lebih dari atau sama dengan 6, berapa persen siswa yang tidak lulus di kelas IX C?
6. Andi, Budi, Charli, dan Dedi adalah teman sepermainan. Rata-rata berat badan Andi dan Budi adalah 55 kg. Rata-rata berat badan Budi dan Charli adalah 70. Rata-rata berat badan Charli dan Dedi adalah 75. Berapakah rata-rata berat badan Andi dan Dedi?
7. Diagram berikut menunjukkan banyaknya sepatu olahraga yang terjual pada Toko Sepatu Mantap Jaya pada bulan Agustus berdasarkan ukuran. Pemilik toko mengatakan bahwa sepatu olahraga yang terjual rata-rata adalah ukuran 42.



Sumber: Dokumen Kemdikbud

Gambar 6.19 Sajian Pendapatan Hasil Panen Sayuran A dan B di Desa Sukamakmur

- Dapatkan mean, median, dan modus dari data di atas. (untuk mean bulatkan sampai nilai satuan terdekat)
 - Apakah pernyataan pemilik toko tersebut benar? Jika salah coba kamu betulkan pernyataan pemilik toko tersebut.
 - Pada Bulan September, pemilik toko ingin menambah stok sepatu olahraga ukuran tertentu yang paling banyak terjual pada bulan sebelumnya, akan tetapi ia belum dapat menentukannya. Dengan menggunakan hasil yang telah kamu dapatkan pada (a), perhitungan manakah yang dapat membantu pemilik toko dalam menyelesaikan permasalahan tersebut? Apakah mean, median, atau modus? Jelaskan jawabanmu.
8. Rata-rata dari dua puluh tiga bilangan asli yang berurutan adalah 133. Berapakah rata-rata dari tujuh bilangan yang pertama?



Proyek

Lakukan survei tentang perilaku menonton TV seluruh siswa di kelasmu. Ikuti langkah-langkah kegiatan di bawah ini.

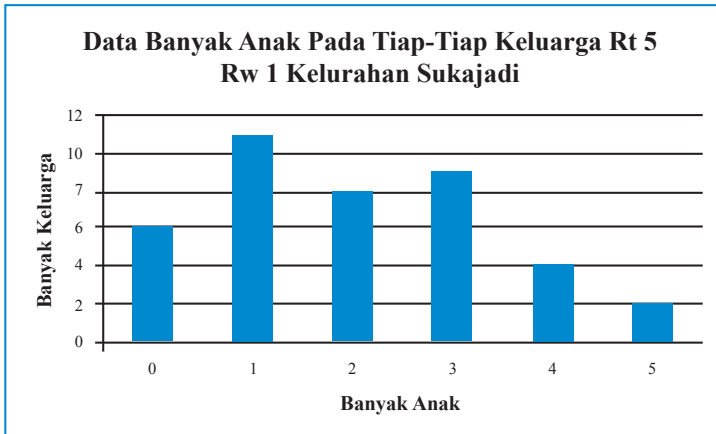
1. Coba kamu buat survei jenis-jenis program TV favorit seluruh siswa di kelasmu. Sebelum itu tentukan terlebih dahulu jenis-jenis program TV favorit. Tiap-tiap siswa hanya diperbolehkan memilih satu jenis program TV favoritnya. Data jenis program TV favorit siswa disebut dengan data 1.
2. Berikutnya lakukan survei mengenai berapa lama tiap-tiap siswa menonton TV setiap harinya (dalam jam). Data lamanya siswa menonton TV setiap harinya disebut dengan data 2.
3. Selanjutnya lakukan survei mengenai berapa lama siswa belajar mandiri di luar jam sekolah setiap harinya (dalam jam). Data lamanya siswa belajar mandiri di luar jam sekolah setiap harinya disebut dengan data 3.
4. Buatlah tabel untuk menyajikan data 1, data 2, dan 3 masing-masing.
5. Buatlah diagram yang paling efektif untuk menyajikan data 1, data 2, dan 3 masing-masing.
6. Hitung mean, median, dan modus data 2 dan data 3.
7. Apa yang dapat kamu simpulkan terkait dengan mean data 2 dan mean data 3? Manakah yang lebih besar nilainya?
8. Berikan masukan dan saran kepada teman-teman sekelasmu tentang perilaku menonton TV.
9. Tuliskan secara rapi dan ceritakan kepada teman-temanmu di depan kelas.



Sumber: Dokumen Kemdikbud

Gambar 6.20

1. Diagram batang di bawah ini menunjukkan data banyak anak pada tiap-tiap keluarga di lingkungan RT 5 RW 1 Kelurahan Sukajadi. Sumbu horizontal menunjukkan data banyak anak pada tiap-tiap keluarga, sedangkan sumbu vertikal menyatakan banyaknya keluarga yang memiliki anak dengan jumlah antara 0 sampai dengan 5.

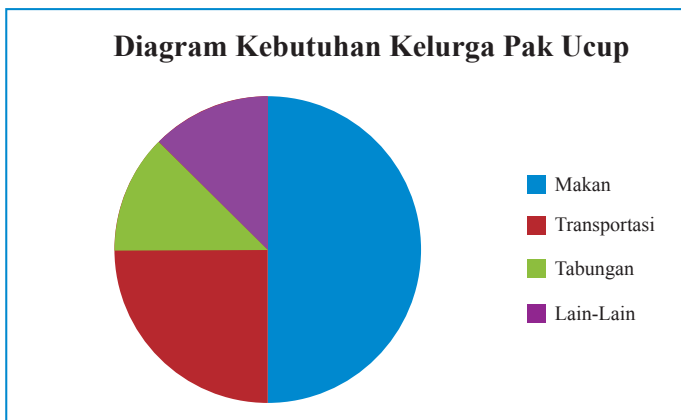


Sumber: Dokumen Kemdikbud

Gambar 6.21 Sajian Data banyak anak pada tiap-tiap keluarga RT 5 RW 1 kelurahan sukajadi

- a. Tentukan total banyaknya keluarga dan banyak anak dalam lingkungan tersebut?
- b. Berapa jumlah keluarga yang mempunyai anak lebih dari 2?
- c. Berapa persentase keluarga yang tidak mempunyai anak?
- d. Berapa rata-rata banyak anak pada setiap keluarga?
- e. Berapa median dan modus dari data tersebut?
- f. Dalam catatan Pak RT, rata-rata banyak anak pada tiap keluarga menjadi 3 sesudah ada dua puluh keluarga pendatang yang masuk ke dalam lingkungan tersebut. Berapa rata-rata banyak anak pada kedua puluh keluarga pendatang tersebut?
- g. Jika terdapat lima keluarga pendatang dan setiap keluarga tersebut memiliki 2 anak, apakah ada perubahan pada mean, median, dan modus? Jika ada tentukan mean, median, dan modus yang baru.

2. Diagram berikut ini menunjukkan jumlah kebutuhan keluarga Pak Cukup dalam waktu satu bulan.



Sumber: Dokumen Kemdikbud

Gambar 6.22 Sajian Data Kebutuhan Keluarga Pak Ucup

Jika penghasilan pak Cukup adalah 4 juta rupiah perbulan dan jumlah pengeluaran untuk tabungan dan lain-lain adalah sama besar, berapa banyak uang yang digunakan untuk kebutuhan makan? Berapa banyak uang yang digunakan untuk transportasi?

3. Pak Cukup berpartisipasi dalam program hemat energi, sehingga biaya transportasi berkurang 50% dari biasanya. Jadi berapakah pengeluaran untuk transportasi? Jika 50% penghematan transportasi tersebut digunakan untuk tabungan, berapakah besar tabungan pak Cukup tiap bulannya?
4. Apakah mungkin mean, median, dan modus dalam suatu kumpulan data memiliki nilai yang sama semua? Jika ya, berikan contohnya.
5. Jumlah siswa laki-laki kelas IX A SMP Ceria adalah 16 orang dengan berat badan rata-rata adalah 50 kg. Jelaskan secara singkat langkah-langkah untuk mengukur berat badan ke-16 siswa tersebut?
6. Perhatikan kembali soal nomor 5 di atas. Apakah tiap-tiap pernyataan di bawah ini benar atau salah? Jelaskan secara ringkas.
 - a. Sebagian besar siswa laki-laki di kelas tersebut memiliki berat badan tepat 50 kg.
 - b. Tepat 50 persen dari siswa laki-laki memilki berat badan di bawah 50 kg.
 - c. Median dari data berat badan siswa tersebut adalah 50.
 - d. Modus dari berat badan siswa tersebut adalah 50.

7. Pak Tono memiliki kebun mangga sebanyak 36 pohon, rata-rata panen dari tahun 2013-2017 adalah 373kg. Tentukan nilai x :

Tahun	2013	2014	2015	2016	2017
Jumlah (kg)	432	330	x	397	365

8. Terdapat 8 bilangan dengan rata-rata 18. Enam bilangan diantaranya adalah 16, 17, 19, 20, 21, dan 14. Sisa dua angka bila dijumlahkan sama dengan $2x$. Berapakah nilai x ?
9. Winda telah mengikuti beberapa kali ujian matematika. Jika Winda memperoleh nilai 94 pada ujian yang akan datang, maka nilai rata-rata seluruh ujian matematikanya adalah 89. Tetapi jika ia memperoleh nilai 79 maka nilai rata-rata seluruh ujian matematikanya adalah 86. Dari informasi tersebut, berapa banyak ujian yang telah diikuti oleh Winda sebelumnya?
10. Diketahui data nilai ujian akhir semester siswa kelas IX A SMP Ceria di bawah ini

Nilai	6	7	8	9	10
Frekuensi	4	8	n	2	2

Jika nilai ujian akhir semester siswa di kelas tersebut memiliki nilai rata-rata 7,5, tentukan nilai median nya.

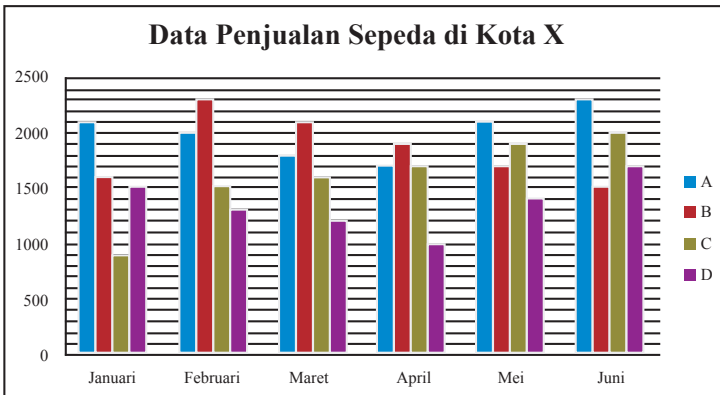
11. Kelas IX A SMP Ceria memiliki siswa sebanyak 32 orang. Pada Ujian Tengah Semester diketahui nilai rata-rata pada mata pelajaran matematika adalah 75, sedangkan nilai rata-rata pada mata pelajaran IPA adalah 62,4. Pada kelas IX D, rata-rata nilai matematika yang diperoleh adalah 71,6. Jika nilai rata-rata gabungan kelas IX A dan kelas IX D untuk mata pelajaran matematika dan IPA masing-masing adalah 73,2 dan 66, tentukan nilai rata-rata mata pelajaran IPA untuk kelas IX D.
12. Data berikut ini menunjukkan hasil Ujian Akhir Semester mata pelajaran IPA kelas IX.

Nilai	5	6	7	8	9	10
Frekuensi	21	15	20	16	8	5

Jika pihak sekolah memberlakukan aturan bahwa siswa yang memiliki nilai Ujian Akhir Semester lebih dari atau sama dengan nilai rata-rata akan diluluskan, sedangkan siswa yang memiliki nilai di bawah nilai rata-rata tidak lulus, tentukan persentase banyak siswa yang tidak lulus pada Ujian Akhir Sekolah untuk mata pelajaran IPA tersebut (Bulatkan sampai dua tempat desimal).

13. Apabila perbandingan jumlah perempuan dan laki-laki dalam satu kelas adalah 3 : 2 dan jumlah perempuan ada 12. Tentukan rata-rata berat badan laki-laki jika total berat siswa laki-laki adalah 424?

14. Diagram berikut ini menunjukkan data penjualan sepeda merk A, B, C, dan D di kota X dalam 6 bulan terakhir.



Sumber: Dokumen Kemdikbud

Gambar 6.23 Sajian Data Penjualan Sepeda Motor di Kota X

- Berapa banyak sepeda merk B yang terjual selama Bulan Maret?
 - Pada bulan apa sepeda merk C terjual lebih banyak daripada sepeda merk B untuk pertama kalinya?
 - Sepeda merk apa yang mengalami peningkatan dan penurunan penjualan paling tinggi pada Bulan Maret? Jelaskan jawabanmu.
15. Manajemen perusahaan sepeda merk B merasa khawatir, karena penjualan sepedanya terus mengalami penurunan dari Bulan Februari sampai dengan Bulan Juni. Perkiraan banyaknya sepeda merk B yang terjual pada Bulan Juli jika sepeda merk B masih mengalami penurunan jumlah penjualan pada bulan tersebut.

Contoh Penilaian Sikap

KUESIONER SIKAP SISWA TERHADAP KOMPONEN DAN KEGIATAN PEMBELAJARAN

Nama Sekolah : Kelas/Semester :
Mata Pelajaran : Hari/tanggal :
Materi : Nama :

A. TUJUAN

Tujuan penggunaan kuesioner ini adalah untuk menjangking data sikap siswa terhadap kegiatan dan komponen pembelajaran dalam pelaksanaan pembelajaran matematika.

B. PETUNJUK

Beri tanda cek (✓) pada kolom yang sesuai menurut pendapatmu.

No.	Aspek	Senang	Tidak Senang
I	Bagaimana sikapmu terhadap komponen berikut?		
	a. Materi pelajaran		
	b. Buku Siswa		
	c. Lembar Kerja Siswa (LKS)		
	d. Suasana belajar di kelas		
	e. Cara guru mengajar		
Berikan alasan secara singkat atas jawaban yang diberikan!			

		Baru	Tidak Baru
II	Bagaimana pendapatmu terhadap komponen berikut? a. Materi pelajaran b. Buku Siswa c. Lembar Kerja Siswa (LKS) d. Suasana belajar di kelas e. Cara guru mengajar		
Berikan alasan secara singkat atas jawaban yang diberikan!			
		Bermanfaat	Tidak Bermanfaat
III	Apakah kamu berminat mengikuti kegiatan belajar selanjutnya seperti yang telah kamu ikuti sekarang?		
Berikan alasan secara singkat atas jawaban yang diberikan!			
		Ya	Tidak
IV	Bagaimana pendapatmu terhadap aktivitas belajar matematika di kelas dan di luar kelas? a. Apakah ananda merasa terbebani terhadap tugas yang diberikan guru? b. Aktivitas belajar matematika menurut saya adalah menarik.		

		Bermanfaat	Tidak Bermanfaat
V	Bagaimana menurut pendapatmu, apakah matematika bermanfaat dalam kehidupan?		

Rubrik Penilaian Sikap

Kriteria	Skor
Siswa memberikan respon senang dan baru terhadap komponen pembelajaran matematika, berminat, tertarik dan tidak merasa terbebani terhadap tugas dan aktivitas belajar matematika, tetapi merasakan kebermanfaatan belajar matematika.	4
Siswa memberikan respon senang dan baru terhadap komponen pembelajaran matematika, berminat, tertarik dan tidak merasa terbebani terhadap tugas dan aktivitas belajar matematika, tetapi tidak merasakan kebermanfaatan belajar matematika.	3
Siswa memberikan respon senang dan baru terhadap komponen pembelajaran matematika tetapi tidak berminat, tidak tertarik dan merasa terbebani terhadap tugas dan aktivitas belajar matematika, serta tidak merasakan kebermanfaatan belajar matematika.	2
Siswa memberikan respon tidak senang terhadap komponen pembelajaran matematika, tidak berminat, tidak tertarik dan merasa terbebani terhadap tugas dan aktivitas belajar matematika, serta tidak merasakan kebermanfaatan belajar matematika.	1

Contoh Penilaian Diri

PENILAIAN DIRI DALA KELOMPOK (SELF-ASSESSMENT IN GROUP)

Nama :
 Anggota Kelompok :
 Kegiatan Kelompok :

Untuk pertanyaan 1 sampai dengan 5 tulis masing-masing huruf sesuai dengan pendapatmu

- A = Selalu
- B = Jarang
- C = Jarang Sekali
- D = Tidak pernah

- 1 ____ Selama diskusi saya memberikan saran kepada kelompok untuk didiskusikan.
- 2 ____ Ketika Kami berdiskusi, setiap anggota memberikan masukan untuk didiskusikan.
- 3 ____ Semua anggota kelompok harus melakukan sesuatu dalam kegiatan kelompok.
- 4 ____ Setiap anggota kelompok mengerjakan kegiatannya sendiri dalam kegiatan kelompok.

Selama kegiatan, saya

____ Mendengarkan	____ Mengendalikan kelompok
____ Bertanya	____ Mengganggu kelompok
____ Merancang gagasan	____ Tidur

5 Selama kegiatan kelompok, tugas apa yang kamu lakukan?

Contoh Penilaian Partisipasi Siswa

LEMBAR PENILAIAN PARTISIPASI

Nama : _____

Kelas : _____

Hari/Tanggal : _____

Kamu telah mengikuti pelajaran matematika hari ini. Ingatlah kembali bagaimana partisipasi kamu dalam kelas matematika hari ini.

Jawablah pertanyaan berikut sejujurnya:

- Apakah kamu berpartisipasi dalam diskusi?
- Apakah kamu telah mempersiapkan diri sebelum masuk kelas, atau telah mengerjakan PR, sehingga kamu dapat menjawab pertanyaan di kelas?
- Apakah kamu bertanya ketika kamu tidak paham?
- Jika ada teman bertanya (kepada guru/kepadamu/kepada teman lain), apakah kamu menyimaknya?

Berikan skor atas partisipasi kamu, menurut ketentuan berikut ini.

- Jika kamu menjawab “**ya**” pada semua pertanyaan di atas, bagus ..., kamu telah melakukan partisipasi yang sempurna. Berikan nilai untuk dirimu **5**.
- Jika kamu menjawab “**ya**” pada tiga pertanyaan di atas, berikan nilai untuk dirimu **4**.
- Jika kamu menjawab “**ya**” pada dua pertanyaan di atas, berikan nilai untuk dirimu **3**.
- Jika kamu hanya menjawab “**ya**” paling banyak pada satu pertanyaan di atas berikan nilai untuk dirimu **2**, dan upayakan untuk meningkatkan partisipasimu dalam pelajaran matematika.

Nilai partisipasi saya hari ini adalah : _____.

Tanda tangan _____.

Lembar Partisipasi

(Lembar ini diisi setiap jam belajar matematika)

Tulislah dengan jujur, partisipasi anda dalam belajar matematika di kelas hari ini.

Partisipasi yang dimaksud adalah:

- Bertanya kepada teman di dalam kelas.
- Bertanya kepada guru di dalam kelas.
- Menyelesaikan tugas belajar dalam kelompok.
- Mempresentasikan hasil kerja di depan kelas.
- Menawarkan ide/menjawab pertanyaan teman di dalam kelas.
- Menawarkan ide/menjawab pertanyaan guru di dalam kelas.
- Membantu teman dalam belajar.

Pertanyaan utama yang harus dijawab pada tabel berikut adalah:

Partisipasi apa yang kamu lakukan dalam belajar Matematika hari ini?

Hari/Tanggal	Partisipasi apa yang kamu lakukan?

Contoh Pengolahan Laporan Pencapaian Kompetensi Matematika

a. Pengelolaan Skor Kompetensi Pengetahuan

Setelah pelaksanaan uji kompetensi pengetahuan matematika melalui tes dan penugasan dengan contoh instrumen dan pedoman penskoran yang telah disajikan di atas maka diperoleh skor. Dari beberapa kali pemberian tes dan penugasan dalam mengukur kompetensi pengetahuan, perlu pengelolaan skor untuk laporan pencapaian kompetensi. Berikut contoh untuk dipedomani guru.

KD	Skor		Skor Akhir	
	Tes	Penugasan	Skala 1-100	Skala 1-4
3.1	84	90	86	3.44
3.2	76	84	79	3.16
3.3	80	70	77	3.08
3.4	84	87	85	3.40
Rata-Rata Skor Akhir				3.22

Cara konvensi ke skala 1-4 adalah

$$\frac{\text{Skor yang diperoleh}}{\text{Skor maksimal}} \times 4 = \text{Skor akhir}$$

b. Pengelolaan Skor ompetensi Keterampilan

Setelah pelaksanaan uji kompetensi keterampilan matematika melalui penilaian unjuk kerja, proyek, dan portofolio dengan contoh instrumen dan rubrik yang telah disajikan di atas maka diperoleh skor. Dari beberapa kali pemberian tes dan penugasan dalam mengukur kompetensi pengetahuan, perlu pengelolaan skor untuk laporan pencapaian kompetensi. Berikut contoh untuk dipedomani guru.

KD	Skor			Skor Akhir	
	Tes Praktik	Projek	Portofolio	Skala 1-100	Skala 1-4
4.1	84	90	-	87	3.48
4.2	76	84	-	80	3.20
4.3	65	60	70	65	2.60
Rata-Rata Skor Akhir					3.09

Cara konvensi ke skala 1-4 adalah

$$\frac{\text{Skor yang diperoleh}}{\text{Skor maksimal}} \times 4 = \text{Skor akhir}$$

Petunjuk

1. Penilaian setiap mata pelajaran meliputi kompetensi pengetahuan, kompetensi keterampilan, dan kompetensi sikap.
2. Kompetensi pengetahuan dan kompetensi keterampilan menggunakan skala 1–4 (kelipatan 0.33), sedangkan kompetensi sikap menggunakan skala Sangat Baik (SB), Baik (B), Cukup (C), dan Kurang (K), yang dapat dikonversi ke dalam predikat A - D seperti pada tabel di bawah ini.

Tabel : Konversi Kompetensi Pengetahuan, Keterampilan, dan Sikap

Predikat	Nilai Kompetensi		
	Pengetahuan	Keterampilan	Sikap
A	4	4	SB
A-	3,66	3,66	
B+	3,33	3,33	B
B	3	3	
B-	2,66	2,66	

C+	2,33	2,33	C
C	2	2	
C-	1,66	1,66	
D+	1,33	1,33	K
D-	1	1	

3. Ketuntasan minimal untuk seluruh kompetensi dasar pada kompetensi pengetahuan dan kompetensi keterampilan yaitu 2.66 (B-).
4. Pencapaian minimal untuk kompetensi sikap adalah B. Untuk kompetensi yang belum tuntas, kompetensi tersebut dituntaskan melalui pembelajaran remedial sebelum melanjutkan pada kompetensi berikutnya. Untuk mata pelajaran yang belum tuntas pada semester berjalan, dituntaskan melalui pembelajaran remedial sebelum memasuki semester berikutnya.

B. Petunjuk Pelaksanaan Remedial dan Pengayaan

Kurikulum Matematika 2013 adalah kurikulum berbasis kompetensi dengan pendekatan pembelajaran tuntas. Pembelajaran tuntas (*mastery learning*) dalam proses pembelajaran berbasis kompetensi dimaksudkan adalah pendekatan dalam pembelajaran yang mempersyaratkan peserta didik menguasai secara tuntas seluruh kompetensi dasar pokok bahasan atau mata pelajaran tertentu. Peserta didik dikatakan menguasai secara tuntas seluruh kompetensi dasar pada pokok bahasan atau mata pelajaran matematika pada kelas tertentu, apabila peserta didik tersebut memperoleh hasil penilaian/uji kompetensi lebih besar atau sama dengan dari Ketuntasan Belajar (KB) yang ditetapkan dalam kurikulum. Sebaliknya peserta didik dikatakan tidak tuntas.

Bagi peserta didik yang memperoleh hasil penilaian/uji kompetensi pada pokok bahasan mata pelajaran matematika kurang dari KB, wajib diberi pembelajaran remedial. Pembelajaran remedial pada hakikatnya adalah pemberian bantuan bagi peserta didik yang mengalami kesulitan atau kelambatan belajar. Bantuan dalam pembelajaran remedial mencakup (1) mengkaji ulang materi pada kompetensi dasar yang belum dicapai peserta didik, (2) pemberian tugas terstruktur yang dilakukan secara mandiri dan pemberian feedback atas hasil kerja peserta didik, (3) tutor sebaya dalam implementasi model pembelajaran kooperatif tipe jigsaw, dan (4) kerjasama sekolah dengan orang tua/wali peserta didik mengatasi masalah belajar peserta didik. Pemberian pembelajaran remedial meliputi dua langkah pokok, yaitu pertama

mendiagnosis kesulitan belajar dan kedua memberikan perlakuan (*treatment*) pembelajaran remedial.

Bagi peserta didik yang memperoleh hasil penilaian/uji kompetensi pada pokok bahasan mata pelajaran matematika kurang dari KB, wajib diberi pembelajaran pengayaan. Pembelajaran pengayaan adalah pembelajaran yang memberikan pengalaman (membangun berpikir tingkat tinggi, yaitu berpikir kritis dan kreatif) lebih mendalami materi terkait kompetensi atau kegiatan peserta didik yang melampaui persyaratan minimal yang ditentukan oleh kurikulum dan tidak semua peserta didik dapat melakukannya. Pendekatan pembelajaran yang diterapkan dalam pelaksanaan pengayaan melalui (1) pembelajaran berbasis masalah dan proyek untuk melatih peserta didik berpikir kritis dan kreatif, ketangguhan diri beradaptasi dan memecahkan masalah, (2) pemberian asesmen portofolio tambahan berbasis masalah, proyek, keterampilan proses, chek up diri dan asesmen kerjasama kelompok, dan (3) pemanfaatan IT dan ICT dalam proses pembelajaran.

Seluruh hasil belajar siswa yang tampak pada hasil penilaian/uji kompetensi dan asesmen otentik/portofolio dijadikan bahan kajian guru, guru konseling, dan kepala sekolah. Hasil belajar tersebut dilaporkan kepada pemangku kepentingan (terutama pada orang tua) setiap bulannya.



DAFTAR PUSTAKA

- Fathani, A. H., 2013, *Ensiklopedi Matematika*, Jogjakarta: Ar-Ruzz Media
- Haese, R., dkk, 2006, *Mathematics for Year 9 Sixth Edition*, Australia: Haese and Harris Publications.
- Haese, R., dkk, 2007, *Mathematics for Year 8 Sixth Edition*, Australia: Haese and Harris Publications.
- Hollands, Roy, 1999, *Kamus Matematika (A Dictionary of Mathematics)*, Alih Bahasa Naipospos Hutaaruk, Jakarta: Erlangga.
- Hoon, T. P., dkk, 2007, *Math Insights Secondary 3A Normal (Academic)*, Singapore: Pearson Education South Asia Pte Ltd.
- Hoon, T. P., dkk, 2007, *Math Insights Secondary 3B Normal (Academic)*, Singapore: Pearson Education South Asia Pte Ltd.
- Kemdikbud, 2013, *Matematika Kelas VII SMP/MTs: Buku Siswa Semester 1*, Jakarta: Puskurbuk.
- Kemdikbud, 2013, *Matematika Kelas VII SMP/MTs: Buku Siswa Semester 2*, Jakarta: Puskurbuk.
- Kemdikbud, 2013, *Matematika Kelas VIII SMP/MTs: Buku Siswa Semester 1*, Jakarta: Puskurbuk.
- Kemdikbud. 2013. *Matematika Kelas VIII SMP/MTs: Buku Siswa Semester 2*, Jakarta: Puskurbuk.
- Keung, C. W., 2010, *Discovering Mathematics 2A*, Singapore: Star Pubilshing Pte Ltd.
- Larson, R dan Boswell L, 2014, *Big Ideas Math Advanced 1 A Common Core Curriculum California Edition*.
- Larson, R dan Boswell L, 2014, *Big Ideas Math Advanced 2 A Common Core Curriculum California Edition*.
- Lynch, B., 2009, *Ensiklopedia Matematika Terapan MATEMATIKA DALAM SAINS (Math in SCIENCE)*, Alih Bahasa Didik Hari Pambudi, Jakarta: Cempaka Putih.
- Lynch, B., 2009, *Ensiklopedia Matematika Terapan MATEMATIKA DALAM TEKNOLOGI (Math in TECHNOLOGY)*, Alih Bahasa Rizka Yanuarti, Jakarta: Cempaka Putih.
- McSeveny, A. dkk, 1997, *Signpost Mathematics 9 Intermediate Level Second Edition*, Australia: Addison Wesley Longman Australia.

PISA 2012 Released Mathematics Items, <http://www.oecd.org/pisa/pisaproducts/pisa2012-2006-rel-items-maths-ENG.pdf>, diunduh tanggal 7 Mei 2014.

Pulgis, S. dkk, 2007, *Mathematics for Year 7 Second Edition*, Australia: Haese and Harris Publications.

Seng T. K. dan Yee L. C., 2010, *Mathematics 1 6th Edition*, Singapore: Shinglee Publishers Pte Ltd.

Seng T. K. dan Yee L. C., 2010, *Mathematics 2 6th Edition*, Singapore: Shinglee Publishers Pte Ltd.

Seng T. K. dan Yee L. C., 2008, *Mathematics 3 6th Edition*, Singapore: Shinglee Publishers Pte Ltd.

Seng T. K. dan Keong L. C., 2000, *New Syllabus D Mathematics 2 Fourth Edition*, Singapore: Shinglee Publishers Pte Ltd.

Suwarsono, 2006, *Matematika Sekolah Menengah Pertama 9*, Jakarta: Widya Utama.

Tampomas, H., 2005, *Matematika 3 Untuk SMP/MTs Kelas IX*, Jakarta: Yudhistira.

Thomson, S., Forster, I., 2009, *Ensiklopedia Matematika Terapan MATEMATIKA DALAM LINGKUNGAN (Math in THE ENVIRONMENT)*, Alih Bahasa Andri Setyawan, Jakarta: Cempaka Putih.

Thomson, S., Forster, I., 2009, *Ensiklopedia Matematika Terapan MATEMATIKA DALAM MASYARAKAT (Math in COMMUNITY)*, Alih Bahasa Rizka Yanuarti, Jakarta: Cempaka Putih.

Thomson, S., Forster, I., 2009, *Ensiklopedia Matematika Terapan MATEMATIKA DALAM RANCANG BANGUN (Math in BUILDING DESIGN)*, Alih Bahasa Rachmad Isnanto, Jakarta: Cempaka Putih.

Thomson, S., Forster, I., 2009, *Ensiklopedia Matematika Terapan MATEMATIKA DI TEMPAT KERJA (Math in the WORKPLACE)*, Alih Bahasa Didik Hari Pambudi, Jakarta: Cempaka Putih.

Wijaya, Ariyadi., 2012, *Pendidikan Matematika Realistik Suatu Alternatif Pendekatan Pembelajaran Matematika*, Yogyakarta: Graha Ilmu.

Wuan, L. Y., dkk., 2001, *Exploring mathematics Normal (Academic)*, Singapore: Pan Pacific Publishing Pte Ltd.

Sumber-sumber dari internet:

http://www.biakkab.go.id/poplink/peta_indo.html, diunduh tanggal 5 Juli 2014.

http://inedwi.blogspot.com/2013/05/the-great-wall-of-china-tembok-raksasa_9.html, diunduh tanggal 5 Juli 2014.

<https://hanifweb.wordpress.com/2013/04/21/sejarah-hari-bumi/> diunduh tanggal 5 Juli 2014.

<http://banyakilmunya.blogspot.com/2011/04/samudera-pasifik.html>, diunduh tanggal 5 Juli 2014.

<http://www.jpnn.com/read/2014/06/02/237980/Astronom-Menduga-Alien-Ada-di-Galaksi-Bimasakti>, diunduh tanggal 5 Juli 2014.

<https://triwidodo.wordpress.com/2012/05/26/bukan-menyembah-matahari-tetapi-bermeditasi-kepada-sang-pemberi-kekuatan-matahari/> diunduh tanggal 5 Juli 2014.

[www. http://geospasial.bnpb.go.id](http://geospasial.bnpb.go.id), diunduh tanggal 5 Juli 2014.

www.studentcalculators.co.uk/acatalog/Scientific_Calculators.html

<http://food.detik.com/read/2011/05/18/055315/1641317/312/menghaluskan-biskuit>

<http://teknologi.news.viva.co.id/news/read/492008-ditemukan--planet-super-besar-di-tata-surya-terluar>, diunduh tanggal 5 Juli 2014.

<http://indonesiaindonesia.com/f/90209-planet-bumi/> diunduh tanggal 5 Juli 2014.

www.edulens.org, diunduh tanggal 6 Juli 2014.

<http://www.rumahku.com/berita/read/tinggal-di-perumahan-atau-area-perkampungan-408418>, diunduh tanggal 6 Juli 2014.

<http://saly-enjoy.blogspot.com/2011/12/pertumbuhanpenduduk-yang-makin-cepat.html>, diunduh tanggal 6 Juli 2014.

<http://www.artikelbiologi.com/2013/06/perkembangbiakan-virus-replikasi-virus.html>, diunduh tanggal 3 November 2014.

<http://www.jobstreet.co.id/career-resources/menyelamatkankaryawan-di-hari-pertama/> diunduh tanggal 6 Juli 2014.

<http://stdiis.ac.id/zakat-tabungan/> diunduh tanggal 6 Juli 2014. diunduh tanggal 6 Juli 2014.

<http://www.bimbingan.org/buat-kelereng-jadi-cepat-di-lintasan.jpg>, diunduh tanggal 6 Juli 2014.

<http://teknologi.inilah.com/read/detail/1948597/2013-penjualan-mobil-ri-bisa-tembus-12-juta-unit>, diunduh tanggal 6 Juli 2014.

<http://liriklaguanak.com/tukang-kayu-lirik/> diunduh tanggal 6 Juli 2014.

<http://dikitiknews.blogspot.com/2013/06/cara-ajari-anakmenabung-sejak-dini.html>, diunduh tanggal 6 Juli 2014.

http://www.portalkbr.com/berita/olahraga/3056444_4214.html, diunduh tanggal 6 Juli 2014.

<http://nibiru-world.blogspot.com/2009/08/generasi-mobil-cerdas-dengan-robot.html>, diunduh tanggal 6 Juli 2014.

www.kereta-api.co.id/#!/prettyPhoto, diunduh tanggal 26 Juni 2014.

www.jalan2.com/forum/topic/10476-jembatan-barito/, diunduh tanggal 26 Juni 2014.



Glosarium

Bangun ruang	Objek yang memiliki dimensi panjang, lebar, tinggi. Misalnya prisma, limas, kubus.
Bangun ruang sisi lengkung	Bangun ruang yang memiliki sisi lengkung. Misalnya tabung, kerucut dan bola.
Barisan bilangan	Susunan bilangan yang membentuk suatu pola atau aturan tertentu.
Bidang koordinat	Bidang yang dibentuk oleh sumbu horizontal dan sumbu vertikal, seringkali sumbu- X untuk garis horizontal dan sumbu- Y untuk garis vertikal; terdiri atas kuadran 1 sampai 4 yang ditandai dengan angka romawi I, II, III, dan IV
Busur	Kurva lengkung yang berimpit dengan suatu lingkaran.
Data	Informasi yang dikumpulkan. Data biasanya dalam bentuk bilangan, dikumpulkan dalam bentuk tabel, diolah dalam bentuk diagram.
Deret bilangan	Penjumlahan dari suku-suku pada barisan bilangan.
Diagram batang	Gambar yang menggunakan batang secara horizontal atau vertikal untuk menunjukkan suatu data.
Diagram garis	Grafik yang menggunakan segmen garis untuk menunjukkan perubahan data.
Diagram lingkaran	Bagan lingkaran dengan membagi luas lingkaran oleh juring yang mewakili suatu data; jumlah data pada setiap juring harus 100%.
Diagram pohon	Diagram yang menunjukkan hasil yang mungkin dalam suatu eksperimen (peluang teoritik).
Diameter	Segmen garis pada lingkaran yang melalui pusat lingkaran.
Grafik	Representasi visual yang digunakan untuk menunjukkan hubungan numerik.
Fungsi	Pemetaan setiap anggota sebuah himpunan (dinamakan sebagai domain) kepada anggota himpunan yang lain (dinamakan sebagai kodomain).
Jarak	Angka yang menunjukkan seberapa jauh suatu benda berupa posisi melalui suatu lintasan tertentu.

Jari-jari	Ruas garis yang ditarik dari pusat lingkaran ke sebarang titik pada lingkaran; sama dengan setengah diameter.
Jaring-jaring	Perpaduan beberapa polygon yang dapat dibuat bangun ruang.
Kejadian	Bagian dari ruang sampel.
Keliling lingkaran	Panjang kurva lengkung tertutup yang berimpit pada suatu lingkaran.
Konstanta	Lambang yang mewakili suatu nilai tertentu.
Koordinat	Pasangan terurut suatu bilangan yang digunakan untuk menentukan titik pada bidang koordinat, ditulis (x, y) .
Kuadran	Satu dari empat bagian bidang koordinat yang dipisahkan oleh sumbu- X dan sumbu- Y . Kuadran diberi nama Kuadran I, II, III, dan IV yang dimulai dari bagian kanan atas berlawanan arah jarum jam.
Luas permukaan	Jumlah luas semua sisi-sisi pada bangun ruang.
Mean	Nilai rata-rata dari kumpulan data.
Median	Nilai/data yang terletak di tengah setelah kumpulan data tersebut diurutkan dari yang kecil hingga terbesar.
Modus	Nilai/data yang paling sering muncul pada sekumpulan data.
Peluang	Perbandingan antara kejadian yang sudah terjadi dengan semua kejadian yang mungkin terjadi; nilainya sama dengan atau lebih dari 0 dan kurang dari atau sama dengan 1.
Persamaan garis lurus	Pernyataan matematika yang menyatakan dua ekspresi aljabar adalah sama. Pernyataan yang berisi tanda sama dengan ($=$). Misalnya $y = ax + b$; dinyatakan oleh garis lurus pada bidang koordinat.
Persamaan linear dua variabel	Kalimat matematika yang dinyatakan dalam bentuk $ax + by = c$, dengan $a, b \neq 0$.
Pola	Sebuah susunan yang mempunyai bentuk yang teratur dari bentuk yang satu ke bentuk berikutnya.
Ruang sampel	Himpunan semua hasil yang mungkin diperoleh pada suatu percobaan.
Suku	Setiap anggota bilangan dari suatu barisan bilangan.
Sumbu	Garis horizontal atau vertikal dalam sistem koordinat Cartesius untuk meletakkan titik pada bidang koordinat.

Sumbu- X	Garis bilangan horizontal pada bidang koordinat.
Sumbu- Y	Garis bilangan vertikal pada bidang koordinat.
Teorema Phytagoras	Hubungan matematis yang menyatakan bahwa dalam segitiga siku-siku jumlah kuadrat dari panjang dua sisi sama dengan kuadrat sisi miringnya (<i>hipotenusa</i>); jika a dan b adalah panjang dua sisi segitiga siku-siku dan c adalah panjang sisi miring (<i>hipotenusa</i>), maka $a^2 + b^2 = c^2$.
Titik asal	Titik pada bidang koordinat yang merupakan titik potong sumbu- X dan sumbu- Y ; berkoordinat $(0, 0)$.
Variabel	- Simbol yang mewakili suatu bilangan dalam suatu bentuk aljabar, misal $2n + 4$, variabelnya adalah n. - Simbol yang digunakan untuk menyatakan nilai yang tidak diketahui dalam suatu persamaan. Misal $a + 3 = 6$, variabelnya adalah a. Simbol yang digunakan untuk menyatakan suatu bilangan atau anggota himpunan pasangan terurut. Misal $y = x + 3$, variabelnya adalah x dan y.
Volume	Perhitungan seberapa banyak ruang yang bisa ditempati dalam suatu objek.